

단원 종합 평가

1. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $y = 4x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$ ③ $y = -3x^2$
 ④ $y = \frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2 의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

2. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은?
 [배점 2, 하중]

- ① $x = 2$ ② $x = -2$ ③ $x = 4$
 ④ $x = -4$ ⑤ $x = 6$

해설

$y = 3x^2 - 12x + 1$
 $= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1$
 $= 3(x - 2)^2 - 11$
 따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

3. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 2, 하중]

- ① 아래로 볼록하다.
 ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 ③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.
 ④ 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
 ⑤ 평행이동하면 $y = -2x^2 + 3$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$$y = -2(x^2 + 4x + 4 - 4) - 5 = -2(x + 2)^2 + 3$$

4. 다음 에 알맞은 말을 써 넣어라.

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선을 이라고 한다. 이 그래프는 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 이라 하고, 그래프와 축과의 교점을 이라고 한다. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 포물선

▷ 정답: 축

▷ 정답: 절편

해설

이차함수는 포물선이고 축을 기준으로 대칭이다.

5. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시키면 점 $(m, 4)$ 을 지난다고 한다. m 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -1

▷ 정답: -3

해설

$y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 함수의 식은 $y = 4(x+2)^2$ 이고, 점 $(m, 4)$ 를 지나므로
 $4 = 4(m+2)^2$
 $\therefore m = -1$ 또는 $m = -3$

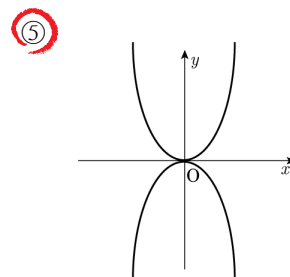
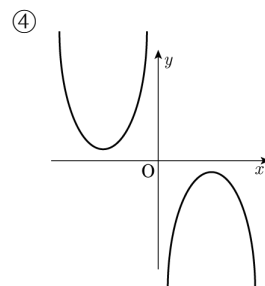
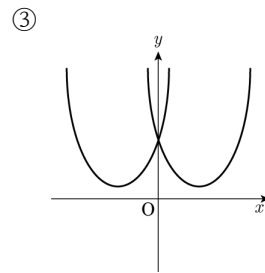
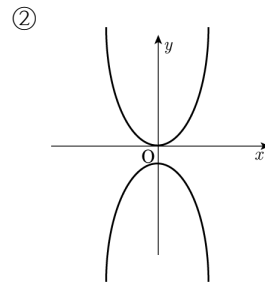
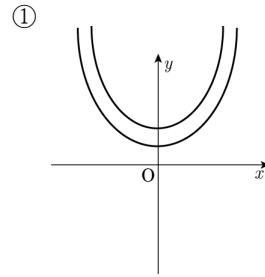
6. 함수 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 에서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이다. $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$) [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a^2 + a + 1 = 3$
 $a^2 + a - 2 = 0$
 $(a+2)(a-1) = 0$
 $a = -2$ 또는 $a = 1$
 $\therefore a > 0$ 이므로 $a = 1$

7. 다음 중 두 그래프가 x 축에 대하여 서로 대칭인 것은? [배점 3, 하상]



해설

그래프를 x 축을 기준으로 반대방향으로 그린 것이다.

8. 다음 치역이 $\{y|y \geq 1\}$ 인 이차함수를 모두 고르면?
[배점 3, 하상]

- ① $y = x^2 + 2x + 2$ ② $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$
③ $y = (x-3)^2 + 1$ ④ $y = x^2 - 4x + 3$
⑤ $y = x^2 - 2x + 1$

해설

- ① $y = x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1$ 의 치역은 $\{y|y \geq 1\}$
② $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ 의 치역은 $\{y|y \geq 1\}$
③ $y = (x-3)^2 + 1$ 의 치역은 $\{y|y \geq 1\}$
④ $y = x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1$ 의 치역은 $\{y|y \geq -1\}$
⑤ $y = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ 의 치역은 $\{y|y \geq 0\}$

9. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :
▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 10 \\ &= -(x-1)^2 + 11, M = 11 \\ y &= 3x^2 + 6x - 5 \\ &= 3(x+1)^2 - 8, m = -8 \\ \therefore M + m &= 11 - 8 = 3 \end{aligned}$$

10. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이 점 (2, 8) 을 지나도록 하기 위하여 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였다. 이때, q 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 정답 : 6

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 + q \text{ 에 } (2, 8) \text{ 을 대입하면 } 8 = \frac{1}{2} \times 4 + q \\ \therefore q = 6$$

11. 다음 보기에서 이차함수인 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = 3(x+1)^2 - x^2$
㉡ $y = \frac{1}{x^2}$
㉢ $y = 4x(x-1)$
㉣ $y = 2(x-1)(x+1)$
㉤ $y = (2x-1)^2 - 4x^2$
㉥ $y = \left(\frac{1}{x-1}\right)^2$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 정답 : ㉠
▶ 정답 : ㉢
▶ 정답 : ㉣

해설

㉥은 정리하면 $y = -4x + 1$ 이고, ㉡, ㉥은 분수 함수이므로 이차함수가 아니다.

12. 이차함수 $y = -x^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표와 축으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $(0, 4), x = 4$ ② $(0, -4), x = -4$
 ③ $(0, 4), x = 0$ ④ $(4, 0), x = 4$
 ⑤ $(4, 0), x = 0$

해설

꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$ 이고, 축은 $x = 0$ 이다.

13. 이차함수 $y = -2x^2 + 4ax - a^2 - 6a + 6$ 의 최댓값을 m 이라고 할 때, m 의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4ax - a^2 - 6a + 6 \\ &= -2(x - a)^2 + a^2 - 6a + 6 \\ \text{최댓값 } m &= a^2 - 6a + 6 = (a - 3)^2 - 3 \\ \therefore m \text{ 의 최솟값} &: -3 \end{aligned}$$

14. $x + y = 4$ 일 때, $2x^2 + y^2$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 최솟값 = $\frac{32}{3}$

해설

$$\begin{aligned} x + y &= 4, y = 4 - x \\ 2x^2 + y^2 &= 2x^2 + (4 - x)^2 \\ &= 2x^2 + 16 - 8x + x^2 \\ &= 3x^2 - 8x + 16 \\ &= 3\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{16}{3} + 16 \\ &= 3\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{32}{3} \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $\frac{32}{3}$ 이다.

15. 포물선 $y = x^2 + 4ax + 2a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

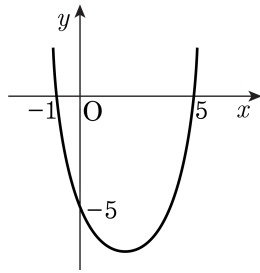
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 4ax + 2a - 1 &= 0 \text{ 의 두 근을 } \alpha, \beta \ (\alpha > \beta) \\ \text{라고 하면} \\ \alpha + \beta &= -4a, \alpha\beta = 2a - 1 \\ \alpha - \beta &= \sqrt{3} \\ (\alpha - \beta)^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \\ 3 &= 16a^2 - 8a + 4, 16a^2 - 8a + 1 = 0 \\ (4a - 1)^2 &= 0 \quad \therefore a = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

16. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다.
이 이차함수의 최솟값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -9

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 x 절편이 $-1, 5$ 이므로
 $y = a(x+1)(x-5)$ 이다.
 y 절편이 -5 이므로 $a = 1$ 이다.
 $y = (x+1)(x-5)$
 $= x^2 - 4x - 5$
 $= (x-2)^2 - 9$
따라서 (최솟값) $= -9$ 이다.

17. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ 꼭짓점은 원점이고 축은 y 축이다.
- ④ $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

- ① 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.
- ② 위로 볼록하다.
- ④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

18. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?

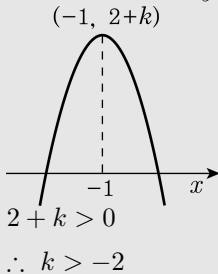
[배점 4, 중중]

- ① $k > 2$ ② $k < 2$ ③ $k > 4$
 ④ $k < -2$ ⑤ $k > -2$

해설

$$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x + 1)^2 + 2 + k$$

아래 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.



해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.

$$y = -2x^2 - 4x + k \text{ 에서 } D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0, 8k > -16 \therefore k > -2$$

19. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p, q 이고, y 축과 만나는 점의 y 좌표가 r 일 때, $p+q+r$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면,

$$x^2 - 4x - 5 = 0, (x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -1, 5$$

y 절편이 -5 이므로 $r = -5$

$$\therefore p + q + r = (-1) + 5 - 5 = -1$$

20. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$
 ② $y = 2(x - 3)^2 + 4$
 ③ $y = 3x^2$
 ④ $y = -3x^2 + 3$
 ⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

21. 이차함수 $y = -2x^2 + 2ax$ 의 최댓값이 8일 때, 상수 a 의 값을 구하면? (단, $a > 0$) [배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 2ax \\ &= -2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{2} \end{aligned}$$

최댓값이 8 이므로 $\frac{a^2}{2} = 8$ 이다.
 $a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

22. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{4}x^2 + a \text{ 에 점 } (-\sqrt{2}, \frac{1}{2}) \text{ 을 대입하면} \\ \frac{1}{2} &= -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a \\ \therefore a &= 1 \end{aligned}$$

23. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 - 2x - 3$ 일 때, $f(f(f(-1)))$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} f(-1) &= 1 + 2 - 3 = 0 \\ f(f(-1)) &= f(0) = -3 \\ f(f(f(-1))) &= f(-3) = 9 + 6 - 3 = 12 \end{aligned}$$

24. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프는 이차함수 $y = -(x + b)^2 + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

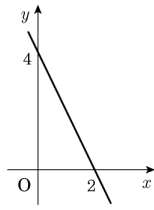
▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

이차함수 $y = -(x + b)^2 + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동하면 $y = -(x + b + 5)^2 + c - 4$ 이다.
 $ax^2 = -(x + b + 5)^2 + c - 4$ 이므로 $a = -1$,
 $b + 5 = 0$, $c - 4 = 0$ 이다.
따라서 $a = -1$, $b = -5$, $c = 4$ 이고, $a + b + c = -1 - 5 + 4 = -2$ 이다.

25. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$
 ③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$
 ⑤ $(2, 7)$

해설

$$\begin{aligned} a = -2, b = 4 \text{ 이므로} \\ y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x - 2)^2 + 7 \end{aligned}$$