

단원 종합 평가

1. 이차함수 $y = 4(x+3)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 식은? [배점 3, 하상]

- ① $y = 4(x+1)^2 + 2$
 ② $y = 4(x+5)^2 + 2$
 ③ $y = \frac{1}{4}(x+1)^2 + 2$
 ④ $y = 4(x-1)^2 + 3$
 ⑤ $y = -4(x-2)^2 - 3$

해설

$$y = 4(x+3-2)^2 + 5 - 3 = 4(x+1)^2 + 2$$

2. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x+a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로
 $-a = 1, -a^2 + 4 = b$ 이다.
 $a = -1, b = 3 \therefore a + b = 2$

3. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖는 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $y = x^2 + x - 1$ ② $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 1$
 ③ $y = \frac{1}{5}x^2 + 4$ ④ $y = -x^2 - 2x + 1$
 ⑤ $y = \frac{3}{4}(x+1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수인 것을 찾는다.

4. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은?

[배점 3, 하상]

- ① $y = -x^2 + 4x + 1$ ② $y = x^2 - 4x + 1$
 ③ $y = -x^2 + 4x - 7$ ④ $y = x^2 + 4x - 3$
 ⑤ $y = -x^2 + 4x - 3$

해설

$$y = -(x-2)^2 - 3 = -x^2 + 4x - 7$$

5. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 11$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 8x + 11 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 11 \\ &= 2(x - 2)^2 + 3 \\ \therefore a &= 2, b = 3 \\ \therefore a + b &= 2 + 3 = 5 \end{aligned}$$

6. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 5$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 점 (3, 2) 를 지난다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 (0, 5) 이다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

- ⑤ $y = 3x^2 + 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

⑤ $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

7. 축이 $x = 2$ 이고, 두 점 (1, -8), (0, 1) 을 지나는 이차함수의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 최솟값 : -11

해설

축이 $x = 2$ 이므로
 $y = a(x - 2)^2 + q$
 두 점 (1, -8), (0, 1) 을 지나므로
 $-8 = a(1 - 2)^2 + q, a + q = -8$
 $1 = a(0 - 2)^2 + q, 4a + q = 1$
 $\therefore a = 3, q = -11$
 $\therefore y = 3(x - 2)^2 - 11$
 따라서 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -11 을 갖는다.

8. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k + 1$ 의 최댓값이 15 일 때, k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x + k + 1 \\ &= -(x - 3)^2 + 9 + k + 1 \\ &= -(x - 3)^2 + k + 10 \\ x = 3 \text{ 일 때, 최댓값 } k + 10 \text{ 을 가지므로} \\ k + 10 &= 15 \\ \therefore k &= 5 \end{aligned}$$

9. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 갖는다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 28

해설

$x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$

$$y = (x + 2)^2 + 3$$

$$= x^2 + 4x + 7$$

$$= x^2 + ax + b$$

$$\therefore a = 4, b = 7$$

$$\therefore ab = 4 \times 7 = 28$$

10. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3$$

$$= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3$$

$$= 2(x - 1)^2 - 2 + 3$$

$$= 2(x - 1)^2 + 1$$

꼭짓점의 좌표 : $(1, 1)$

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$y = x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

11. 다음 이차함수의 그래프 중에서 x 축에 대하여 서로 대칭인 것끼리 짝지은 것을 모두 고르면?

㉠ $y = -2x^2$

㉡ $y = -\frac{1}{3}x^2$

㉢ $y = -\frac{1}{6}x^2$

㉤ $y = -3x^2$

㉥ $y = \frac{1}{6}x^2$ ㉦ $y = 2x^2$

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉥

② ㉡, ㉤

③ ㉢, ㉥

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉢, ㉥

해설

x 축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

12. 다음 중 함수의 그래프가 x 축에 대하여 대칭인 것은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠ $y = -x^2$

㉡ $y = 4x^2$

㉢ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉤ $y = -4x^2$

㉥ $y = \frac{3}{2}x^2$

㉦ $y = -2x^2$

㉧ $y = \frac{1}{2}x^2$

㉨ $y = \frac{2}{3}x^2$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2쌍

해설

㉡와 ㉤, ㉢와 ㉥

13. 합이 30 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 15

해설

두 수를 각각 x , $30 - x$ 라고 하면,

$$y = x(30 - x)$$

$$= -x^2 + 30x$$

$$= -(x - 15)^2 + 225$$

$x = 15$ 일 때, 최댓값 225 를 가지므로 $30 - x = 15$ 이다.

14. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

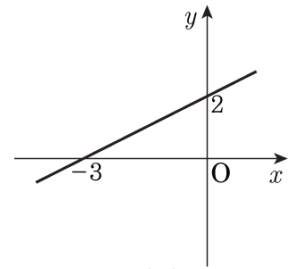
$$y = x^2 + 4x + 2 = (x + 2)^2 - 2$$

위의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시키면

$$y = (x + 2)^2 - 2 + 3 = (x + 2)^2 + 1$$

$\therefore x = -2$ 일 때, 최솟값은 1 이다.

15. 다음 그래프는 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}ax^2 + bx + 1$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 : -4

해설

$$a = \frac{2}{3}, b = 2$$

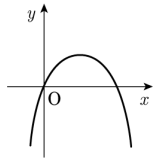
$y = -\frac{1}{2}ax^2 + bx + 1$ 에 a, b 의 값을 대입하면

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 1$$

$$y = -\frac{1}{3}(x - 3)^2 + 4$$

$x = 3$ 일 때, 최댓값 4 를 가지며 최솟값은 없다.

16. $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = x^2 + cx + b$ 의 그래프는?



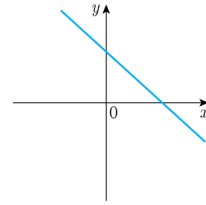
[배점 4, 중중]

- ① ② ③ ④ ⑤

해설

주어진 그래프가 위로 볼록하고 축이 y 축의 오른쪽 쪽에 있으므로 $b > 0$, y 절편이 0 이므로 $c = 0$ 이다. 따라서 $y = x^2 + cx + b$ 이고, $c = 0$ 이므로 $y = x^2 + b$ 이다.

17. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



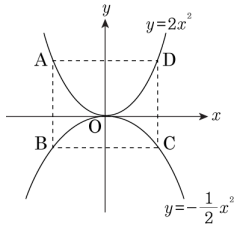
[배점 5, 중상]

- ① ② ③ ④ ⑤

해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프 이다.

18. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라고 하면
 $A(-a, 2a^2)$, $B(-a, -\frac{1}{2}a^2)$, $C(a, -\frac{1}{2}a^2)$
 이고, $\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로
 $2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a$, $5a^2 = 4a$, $a = \frac{4}{5}$ ($\because a \neq 0$)

19. 초속 50m로 지상에서 곧바로 위로 던진 물의 x 초 후의 높이를 y m라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 물이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라. [배점 5, 중상]

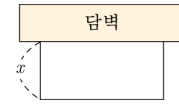
▶ 답:

▶ 정답: 4초후

해설

$y = 40x - 5x^2$
 $y = -5(x - 4)^2 + 80$
 $x = 4$ 일 때, 최댓값 80을 갖는다.

20. 아래 그림과 같이 20m인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.
 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



[배점 5, 중상]

- ① 3m ② 4m ③ 5m ④ 6m ⑤ 7m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,

$$\begin{aligned} y &= x(20 - 2x) \\ &= -2x^2 + 20x \\ &= -2(x - 5)^2 + 50 \\ x = 5 \text{ 일 때, 최댓값은 } 50 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

21. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 않는 것은?

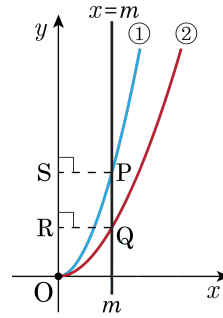
[배점 5, 중상]

- ① $y = x^2$ 에서 $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.

해설

- ① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $x = 0$ (y 축)을 축으로 하고, $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 한다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서의 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때 a 가 커지면 $|a|$ 이 작아지므로 폭은 넓어진다.

22. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{3}{4}x^2(x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$, $y = \frac{1}{3}x^2(x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프이다. y 축에 평행한 직선 $x = m(m > 0)$ 이 ①과 만나는 점을 P, ②와 만나는 점을 Q라 하고, 두 점 P, Q에서 y 축에 내린 수선이 y 축과 만나는 점을 각각 S, R이라 할 때, □PQRS가 정사각형이 되는 m 의 값을 구하면?



[배점 5, 상하]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{13}{5}$

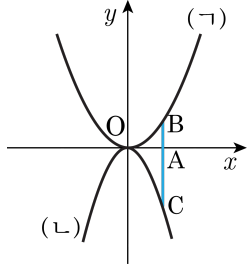
해설

□PQRS가 정사각형이 되려면 $\frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{3}m^2 = m$ 이어야 한다.

이것을 풀면 $\frac{5}{12}m^2 = m$

따라서, $m > 0$ 이므로 $m = \frac{12}{5}$ 이다.

23. 그림과 같이 2 개의 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 \dots \textcircled{㉠}$, $y = -x^2 \dots \textcircled{㉡}$ 이 있다. 점 $A(a, 0)$ 을 지나며, x 축에 수직인 직선이 포물선 ㉠ 과 만나는 점을 B , 포물선 ㉡ 과 만나는 점을 C 라 한다. $\overline{BC} = \frac{4}{3}$ 일 때, a 의 값을 구하면?



[배점 5, 상하]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

$$B(a, \frac{1}{2}a^2), C(a, -a^2)$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2}a^2 - (-a^2) = \frac{3}{2}a^2 = \frac{4}{3}$$

$$\therefore a = \frac{2\sqrt{2}}{3} (\because a > 0)$$

24. 직선 $y = 1 - x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A , 포물선 $y = ax^2$, $y = bx^2$ 의 그래프와 1 사분면에서 만나는 점을 각각 B , C , y 축과 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 가 되기 위한 상수 a , b 의 값을 구하여라. (단, $a > b > 0$) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 12$

▷ 정답: $b = \frac{4}{9}$

해설

$A(1, 0)$, $D(0, 1)$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이므로
 $B(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$, $C(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$
 $y = bx^2$ 가 $B(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ 를 지나므로 $b = \frac{4}{9}$
 $y = ax^2$ 가 $C(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ 를 지나므로 $a = 12$
 $\therefore a = 12, b = \frac{4}{9}$

25. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$
 $f(-3) = f(1)$ 이므로
 $9a - 3b + c = a + b + c$
 $2a = b$
 또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1, b = 2$
 $\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -5$