

# 단원 종합 평가

1. 이차방정식  $x^2 - 2x - 15 = 0$  의 근을 구하면?  
[배점 2, 하중]

- ①  $x = 5$  또는  $x = -3$
- ②  $x = -5$  또는  $x = 3$
- ③  $x = 15$  또는  $x = 1$
- ④  $x = -3$  또는  $x = -5$
- ⑤  $x = -5$  또는  $x = -3$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 15 &= 0 \\ (x+3)(x-5) &= 0 \\ \therefore x &= 5 \text{ 또는 } x = -3 \end{aligned}$$

2.  $x$  가 집합  $\{-1, 0, 1, 2\}$  의 원소일 때 다음 표를 완성하고, 이차방정식  $x^2 - x - 2 = 0$  의 해를 구하여라.

$x$	-1	0	1	2
$x^2 - x - 2$				

[배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답:  $x = -1$
- ▷ 정답:  $x = 2$

해설

$x$	-1	0	1	2
$x^2 - x - 2$	$(-1)^2 - (-1) - 2 = 0$	-2	$1^2 - 1 - 2 = -2$	$2^2 - 2 - 2 = 0$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

3. 이차방정식  $2x^2 + 5x + 2 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$  의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{17}{4}$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + 5x + 2 = 0 \text{ 의 두 근을 } \alpha, \beta \text{ 라고 하면} \\ \alpha + \beta = -\frac{5}{2}, \alpha\beta = 1 \\ \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \times 1 = \frac{25}{4} - 2 = \frac{17}{4} \end{aligned}$$

4. 이차방정식  $(x - 4)^2 = 2(x + 6)$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라고 할 때,  $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$  의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

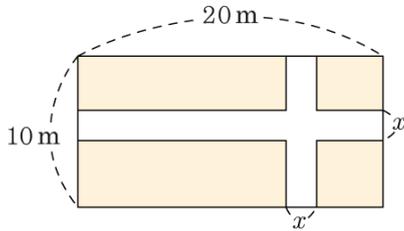
▶ 답:

▷ 정답:  $\sqrt{14}$

해설

$$\begin{aligned} (x - 4)^2 &= 2(x + 6) \\ x^2 - 10x + 4 &= 0 \\ \alpha + \beta &= 10, \alpha\beta = 4, \sqrt{\alpha\beta} = 2 \\ (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 &= \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 14 \\ \sqrt{\alpha} > 0, \sqrt{\beta} > 0 \text{ 이므로} \\ \therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} &= \sqrt{14} \end{aligned}$$

5. 가로 길이가 20m, 세로 길이가 10m 인 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같이 폭이  $x$ m 로 일정한 길을 만들었더니 길을 제외한 화단의 넓이가  $144\text{cm}^2$  가 되었다. 이 길의 폭을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 2m

해설

도로의 폭을  $x$ m 라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가  $(20-x)$ m, 세로의 길이가  $(10-x)$ m 인 직사각형의 넓이와 같으므로

$$(20-x)(10-x) = 144$$

$$x^2 - 30x + 56 = 0$$

$$(x-2)(x-28) = 0$$

$\therefore x = 2$  (단,  $0 < x < 10$ )

6. 이차방정식 중에서 해가 유리수인 것을 모두 고르면?

- ㉠  $x^2 = 8$
- ㉡  $3x^2 - 12 = 0$
- ㉢  $(x-3)^2 = 4$
- ㉣  $2(x+1)^2 = 6$
- ㉤  $3x^2 - 6x + 3 = 0$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉡, ㉣, ㉤
- ④ ㉢, ㉣, ㉤
- ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉠  $x = \pm 2\sqrt{2}$
- ㉡  $3x^2 = 12, x^2 = 4, x = \pm 2$
- ㉢  $(x-3)^2 = 4, x-3 = \pm 2, x = 5$  또는  $x = 1$
- ㉣  $2(x+1)^2 = 6, (x+1)^2 = 3, x+1 = \pm\sqrt{3}, x = -1 \pm \sqrt{3}$
- ㉤  $3(x-1)^2 = 0, x = 1$

7.  $x$  가 집합  $\{x|0 < x < 3\}$  의 원소일 때, 이차방정식  $x^2 - 5x + 6 = 0$  의 해집합은?

[배점 3, 하상]

- ①  $\{-3, -2\}$                       ②  $\{-2\}$   
 ③  $\{2\}$                                 ④  $\{3\}$   
 ⑤  $\{2, 3\}$

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0 \therefore x = 2, 3$$

$x$  가 집합  $\{x|0 < x < 3\}$  의 원소이므로, 해집합은  $\{2\}$  이다.

8.  $x$  가 집합  $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  의 원소일 때, 일차방정식  $x^2 - x - 12 = 0$  의 해를 구하면?

[배점 3, 하상]

- ①  $\{-3, 4\}$     ②  $\{-4, 4\}$     ③  $\{-3, 3\}$   
 ④  $\{-4, 5\}$     ⑤  $\{-2, 3\}$

해설

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -3$$

9. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장 을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를  $x$  명 이라 하면,

$$x(x - 7) = 30$$

$$x^2 - 7x - 30$$

$$(x - 10)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 10 (\because x \text{ 는 자연수})$$

10. 어떤 자연수에 2를 더하여 제공한 수는 이 수를 제공하여 3 배한 것보다 2보다 작다고 한다. 어떤 자연수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

어떤 자연수를  $x$  라고 하면

$$(x + 2)^2 = 3x^2 - 2$$

$$x^2 + 4x + 4 - 3x^2 + 2 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$x$  는 자연수이므로  $x = 3$  이다.

11. 과학탐구반 학생들이 70m 높이의 건물 꼭대기에서 물 로켓을 쏘아 올리는데 쏘아 올린 물로켓의  $t$  초 후의 높이가  $(70 + 25t - 5t^2)$ m 라고 할 때, 물로켓을 쏘아 올린 후 이 로켓의 높이가 40m 가 될 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

[배점 3, 하상]

- ① 2 초      ② 3 초      ③ 4 초  
 ④ 5 초      ⑤ 6 초

해설

$$\begin{aligned} 70 + 25t - 5t^2 &= 40 \\ t^2 - 5t - 6 &= 0 \\ (t - 6)(t + 1) &= 0 \\ \therefore t &= 6 \text{ (초)} \end{aligned}$$

12. 이차방정식  $(2x - 1)^2 = 3$  의 두 근의 합을 구하면?  
 [배점 3, 중하]

- ① -1    ② 0    ③ 1    ④ 2    ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} (2x - 1)^2 &= 3 \\ x &= \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} \\ \frac{1 + \sqrt{3}}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}}{2} &= 1 \end{aligned}$$

13. 이차방정식  $3x^2 + 2x - 4 = 0$  의 해가  $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{3}$  일 때,  $a, b$  의 값을 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -1$

▷ 정답:  $b = 13$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x - 4 = 0 \text{ 에서 양변을 } 3 \text{ 으로 나누면} \\ x^2 + \frac{2}{3}x &= \frac{4}{3} \\ x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} &= \frac{4}{3} + \frac{1}{9} \\ \therefore \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 &= \frac{13}{9}, x + \frac{1}{3} = \pm\sqrt{\frac{13}{9}} \\ \text{따라서 } x &= -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{13}{9}} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3} \text{ 이다.} \\ \therefore a &= -1, b = 13 \end{aligned}$$

14. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제공을 한 것보다 48 만큼 작아졌다. 어떤 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} \text{어떤 수를 } x \text{ 라 하면} \\ x^2 &= 2x + 48 \\ x^2 - 2x - 48 &= 0 \\ x &= -6 \text{ 또는 } x = 8 \\ x \text{ 는 자연수이므로 } x &= 8 \end{aligned}$$

15.  $(x^2 - 4x)^2 - (x^2 - 4x) - 20 = 0$  의 해를 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:

- ▷ 정답:  $x = -1$
- ▷ 정답:  $x = 2$
- ▷ 정답:  $x = 5$

**해설**

$x^2 - 4x = A$  로 놓으면  
 $A^2 - A - 20 = 0, (A - 5)(A + 4) = 0$   
 $A = 5$  또는  $A = -4$   
 (i)  $x^2 - 4x = 5, x^2 - 4x - 5 = 0$   
 $(x - 5)(x + 1) = 0$   
 $\therefore x = 5$  또는  $x = -1$   
 (ii)  $x^2 - 4x = -4, x^2 - 4x + 4 = 0 (x - 2)^2 = 0$   
 $\therefore x = 2$

16.  $n$  명 중에서 자격이 같은 2 명의 대표를 뽑는 경우의 수는  $\frac{n(n-1)}{2}$  가지이다. 어느 반에서 급식당번 2 명을 뽑는 경우의 수가 190 가지 일 때, 반 학생이 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 20 명

**해설**

$\frac{n(n-1)}{2} = 190$  이므로  
 $n^2 - n - 380 = 0$  이고,  
 $(n + 19)(n - 20) = 0$  이다.  
 따라서  $n = 20$  ( $n$  은 자연수)이다.

17. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 두 근이  $-3, 1$  일 때,  $|a - b|$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 5

**해설**

근의 계수의 관계로 부터  
 $-a = -3 + 1 = -2 \quad \therefore a = 2$   
 $b = (-3) \times 1 = -3 \quad \therefore b = -3$   
 따라서  $|a - b| = |5| = 5$  이다.

18. 이차방정식  $x^2 - 2ax + 3a = 0$  의 한 근이 2 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ①  $a$  의 값은 4 이다.
- ② 다른 한 근을  $b$  라 하면  $a + b = -2$  이다.
- ③ 주어진 방정식의  $x$  의 계수와 상수항의 합은 4 이다.
- ④ 다른 한 근은 이차방정식  $x^2 - 5x - 6 = 0$  의 근도 된다.
- ⑤ 주어진 방정식을  $(x + p)^2 = q$  의 꼴로 나타내면  $q = 4$  이다.

**해설**

한 근  $x = 2$  를 대입하면  $2^2 - 2a \times 2 + 3a = 0$   
 $\therefore a = 4$   
 따라서 주어진 식은  $x^2 - 8x + 12 = 0$   
 $(x - 2)(x - 6) = 0$   
 $x = 2$  또는  $x = 6$   
 $\therefore a + b = 10$

19.  $x$ 의 값의 범위가  $\{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$ 이고,  $x$ 는 정수일 때, 이차방정식  $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해를  $a, b$ 라 하고,  $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 해를  $m, n$ 이라 할 때,  $ab - (m+n)$ 을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 3    ② 6    ③ 8    ④ 9    ⑤ 12

해설

$x$ 에 0, 1, 2, 3, 4를 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 2, 3이므로  $ab = 6$ 이다.  $x^2 - 3x + 2 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 1, 2이므로  $m + n = 3$ 이다. 따라서  $ab - (m + n) = 6 - 3 = 3$ 이다.

20.  $x$ 의 값의 범위가  $\{x \mid -2 \leq x \leq 2, x \text{는 정수}\}$ 일 때, 이차방정식  $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 해를 구하면? [배점 4, 중중]

- ①  $x = -1$   
 ②  $x = 1$   
 ③  $x = 2$   
 ④  $x = 1$  또는  $x = 2$   
 ⑤  $x = -2$  또는  $x = 1$

해설

$x$ 의 값의 범위가  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 이므로 원소를 방정식에 대입하면 성립하는 것은  $x = -1$ 이다.

21. 이차방정식  $3(x-b)^2 = 15$ 의 근이  $x = 7 \pm \sqrt{a}$ 일 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

- ▶ 답:  
 ▷ 정답: 12

해설

$3(x-b)^2 = 15, (x-b)^2 = 5$   
 $\therefore x = b \pm \sqrt{5}$   
 이것이  $7 \pm \sqrt{a}$ 이므로  $a = 5, b = 7$ 이다.  
 $\therefore a + b = 12$

22. 이차방정식  $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을  $m$ 이라고 할 때,  $m + \frac{1}{m}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -1    ② -3    ③ 1    ④ 3    ⑤ 4

해설

한 근  $x = m$ 을 대입하면  $m^2 - 3m + 1 = 0$   
 양변을  $m$ 으로 나누면  $m - 3 + \frac{1}{m} = 0$   
 $\therefore m + \frac{1}{m} = 3$

23. [배점 5, 중상]

해설

24.  $\alpha$  가  $x^2 + 2x = 10$  을 만족할 때,  $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$  의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 2    ② 4    ③ 6    ④ 8    ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} \alpha^3 + 2\alpha^2 &= \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha \\ \therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} &= \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10 \end{aligned}$$

25. 이차방정식  $2x^2 + px + q = 0$  의 해집합이  $\left\{\frac{5 + \sqrt{3}}{2}, \frac{5 - \sqrt{3}}{2}\right\}$  일 때,  $\{p + q, 2p + q\}$  를 해집합으로 하고  $x^2$  의 계수가 1 인 이차방정식은?

[배점 5, 중상]

- ①  $x^2 - 8x - 9 = 0$     ②  $x^2 + 8x - 9 = 0$   
 ③  $x^2 + 8x + 9 = 0$     ④  $x^2 + x - 9 = 0$   
 ⑤  $x^2 + x + 9 = 0$

해설

$$\begin{aligned} \frac{5 + \sqrt{3}}{2} + \frac{5 - \sqrt{3}}{2} &= 5 = -\frac{p}{2} \\ \left(\frac{5 + \sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{5 - \sqrt{3}}{2}\right) &= \frac{11}{2} = \frac{q}{2} \\ \therefore p &= -10, q = 11 \end{aligned}$$

따라서  $p + q = 1$ ,  $2p + q = -9$  이므로 1 과  $-9$  를 근으로 하고  $x^2$  의 계수가 1 인 이차방정식은  $(x - 1)(x + 9) = 0$   
 $\therefore x^2 + 8x - 9 = 0$