단원 종합 평가

1. 이차방정식 $x^2+10x-24=0$ 을 풀어라. [배점 2, 하중]

▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: $x=-12$
▷ 정답: $x=2$

해설

$x^2+10x-24=0$
$(x+12)(x-2)=0$
$\therefore\ x=-12$ 또는 $x=2$

2. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은? [배점 2, 하중]

① $3x^2=1$

② $4(x+1)(x-2)=4$

③ $x(x-1)(x+3)=4x$

④ $(x+4)(x-2)=5x+7$

⑤ $x^3-4x+6=x^3+x^2-1$

해설

$x(x-1)(x+3)=4x$ 에서 x^3 이 존재하므로 이차방정식이 아니다.

3. 이차방정식 $2x^2-4x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

① $\alpha+\beta=2$ ② $\alpha\beta=\frac{1}{2}$

③ $\alpha+\beta-\alpha\beta=\frac{3}{2}$ ④ $\alpha^2+\beta^2=\frac{7}{2}$

⑤ $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=4$

해설

$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=\frac{1}{2}$
① $\alpha+\beta=2$
② $\alpha\beta=\frac{1}{2}$
③ $\alpha+\beta-\alpha\beta=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$
④ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=2^2+(-2)\times\frac{1}{2}=3$
⑤ $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{2}{\frac{1}{2}}=4$

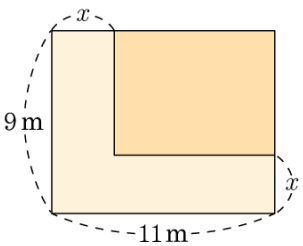
4. 이차방정식 $2x^2-4x+1=0$ 의 두 근을 p , q 라 할 때, p^2+pq+q^2 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:
▷ 정답: $\frac{7}{2}$

해설

$2x^2-4x+1=0$ 의 두 근이 p , q 라면
$p+q=2$, $pq=\frac{1}{2}$,
$\therefore\ p^2+pq+q^2=(p+q)^2-pq=2^2-\frac{1}{2}=4-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$

5. 가로, 세로의 길이가 각각 11 m, 9 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 x m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 48 m^2 가 되도록 할 때, x 의 값은? [배점 3, 하상]



① 1 m ② 2 m ③ 3 m
④ 4 m ⑤ 5 m

해설

$(11-x)(9-x)=48$
$x^2-20x+51=0$
$(x-3)(x-17)=0$
$x<9$ 이므로 $x=3$

6. n각형의 대각선의 수는 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 일 때, 대각선의 총수가 35 개인 다각형은? [배점 3, 하상]

① 팔각형 ② 구각형 ③ 십각형
④ 십일각형 ⑤ 십이각형

해설

$\frac{n(n-3)}{2}=35$ 이므로
$n^2-3n-70=0$
$(n+7)(n-10)=0$
$n=10$ ($\because$ $n>0$)

7. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}=0$ 의 근이 $x=\frac{1\pm\sqrt{A}}{9}$ 일 때, A 의 값은? [배점 3, 하상]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 23 ⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}=0$ 의 양변에 6을 곱하면
$9x^2-2x-1=0$, $x=\frac{1\pm\sqrt{10}}{9}$
$\therefore$ $A=10$

8. 어떤 자연수에 2를 더하여 제곱한 수는 이 수를 제곱하여 3배한 것보다 2보다 작다고 한다. 어떤 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 3

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면
$(x+2)^2=3x^2-2$
$x^2+4x+4-3x^2+2=0$
$2x^2-4x-6=0$
$(x-3)(x+1)=0$
x 는 자연수이므로 $x=3$ 이다.

9. 12 월 중 3 일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제곱은 나머지 2 일의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는? [배점 3, 하상]

① 12 월 3 일 ② 12 월 4 일 ③ 12 월 5 일
④ 12 월 6 일 ⑤ 12 월 7 일

해설

눈이 내린 날의 날짜를 $x-1,\ x,\ x+1$ 이라고 하면
$(x-1)^2 = x + (x+1)$
$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$
$x^2 - 4x = 0$
$x(x-4) = 0$
$x > 0$ 이므로 $x = 4$ (일)
따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12 월 3 일이다.

10. x 가 집합 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 의 원소일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는? [배점 3, 중하]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

집합의 원소들을 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 에 대입해본다.

11. 이차방정식 $x^2 + 5x - 9 = 0$ 을 $(x+P)^2 = Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P + 2Q$ 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

① -33 ② -12 ③ -4
④ 0 ⑤ 33

해설

$x^2 + 5x - 9 = 0$
$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$
$\therefore\ P = \frac{5}{2},\ Q = \frac{61}{4}$
$\therefore\ P + 2Q = \frac{5}{2} + \frac{61}{2} = 33$

12. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식은? [배점 3, 중하]

① $x^2 - 2x - 35 = 0$ ② $x^2 + 2x - 35 = 0$
③ $x^2 - 12x + 35 = 0$ ④ $x^2 + 12x + 35 = 0$
⑤ $2x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$x^2 - 8x + 15 = 0$
$(x-5)(x-3) = 0$
$a = 5,\ b = 3\ , a+2 = 7,\ b+2 = 5$
$(x-7)(x-5) = 0$
$x^2 - 12x + 35 = 0$

13. 이차방정식 $x^2+mx+n=0$ 의 두 근이다. 두 근의 제곱의 차가 24일 때, $n-m$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$x^2+mx+n=0$ 의 두 근을 $a,\ a+2$ (단, a 는 홀수)로 놓으면

$m=-2a-2,\ n=a^2+2a$

$(a+2)^2-a^2=24$

$4a+4=24, 4a=20,\ a=5$

$m=-2\times5-2=-12$

$\therefore n=25+10=35$

$\therefore\ n-m=35+12=47$

14. $2x^2+3x-4=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{4}$

해설

$\alpha+\beta=-\frac{3}{2},\ \alpha\beta=-2$

$\therefore\ \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-\frac{3}{2}}{-2}=\frac{3}{4}$

15. 이차방정식 $6x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 $1,\ -2$ 일 때, $a-b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① -18 ② -6 ③ 6

④ 18 ⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$1+(-2)=-\frac{a}{6},\ a=6$

$1\times(-2)=\frac{b}{6},\ b=-12$

$\therefore\ a-b=18$

16. 이차방정식 $x^2+8x-2=0$ 의 두 근 중에서 양수인 것을 α 라고 할 때, $n<\alpha<n+1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^2+8x-2=0$ 의 두 근을 구하면

$x=-4\pm\sqrt{18}=-4\pm3\sqrt{2}$,

두 근 중 양수인 것은 $x=-4+3\sqrt{2}$,

따라서, $\alpha=-4+3\sqrt{2}$ 이다.

$0<-4+3\sqrt{2}<1$ 이므로

$\therefore\ n=0$

17. 이차방정식 $(x-1)^2 = x+3$을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, 상수 $A+B$의 값은?
[배점 4, 중중]

① -20 ② -16 ③ 16
④ 20 ⑤ 26

해설

식을 정리하면 $x^2 - 3x - 2 = 0$
$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \dfrac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$
$\therefore\ A = 3,\ B = 17$
$\therefore\ A + B = 20$

18. 이차방정식 $\dfrac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$의 해를 구하면?
[배점 4, 중중]

① $x = 4$ 또는 $x = -\dfrac{1}{3}$
② $x = -4$ 또는 $x = \dfrac{1}{3}$
③ $x = 4$ 또는 $x = -3$
④ $x = -4$ 또는 $x = 3$
⑤ $x = \dfrac{1}{4}$ 또는 $x = -\dfrac{1}{3}$

해설

$10(x-1) = 6(x+1)(x-3)$
$10x - 10 = 6x^2 - 12x - 18$
$6x^2 - 22x - 8 = 0$
$2(3x^2 - 11x - 4) = 0$
$(3x+1)(x-4) = 0$
$\therefore\ x = 4$ 또는 $x = -\dfrac{1}{3}$

19. 이차방정식 $\dfrac{1}{10}x^2 + \dfrac{2}{5}x - \dfrac{1}{2} = 0$ 의 두 근의 합은?
[배점 4, 중중]

① -5 ② -4 ③ -1 ④ 4 ⑤ 5

해설

양변에 10 을 곱하면 $x^2 + 4x - 5 = 0$
근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -4 이다.

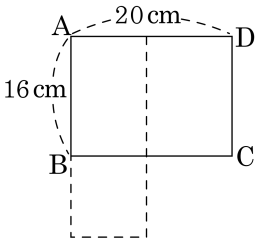
20. 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$의 두 근의 합이 $x^2 - kx - 20 = 0$의 근일 때 k 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : $-\dfrac{11}{2}$

해설

$2x^2 - 5x + 2 = 0$의 두 근은 $x = \dfrac{1}{2}$, 2 이므로 합은 $\dfrac{5}{2}$ 이고
이것이 $x^2 - kx - 20 = 0$의 근이므로 $\dfrac{25}{4} - \dfrac{5}{2}k - 20 = 0,\ \dfrac{5}{2}k = -\dfrac{55}{4}$
$\therefore\ k = -\dfrac{11}{2}$

21. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20cm , 16cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 매초 2cm 씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 4cm 씩 늘어난다고 할 때, 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아지는데 걸리는 시간은?



[배점 4, 중중]

① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초

④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

구하는 시간을 x 초 라 하면
처음 넓이는 $20 \times 16 = 320$
x 초 후의 넓이는 $(20-2x)(16+4x)$ 이다.
따라서 $(20-2x)(16+4x) = 320$
$-8x^2 + 48x = 0 \rightarrow x(x-6) = 0$
$x > 0$ 이므로 $x = 6$

22. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2 = 5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $n = 5$ 이면 근이 2 개이다.

② $n = 9$ 이면 근이 2 개이다.

③ $n = 4$ 이면 정수인 근을 1 개 갖는다.

④ $n = 8$ 이면 정수인 근을 갖는다.

⑤ $n = 14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$-(x+2)^2 = 5-n$, $(x+2)^2 = n-5$, $x = -2 \pm \sqrt{n-5}$
② $n = 9$ 이면 $x = -2 \pm \sqrt{9-5} = -2 \pm 2$
$\therefore x = 0$ 또는 $x = -4$

23. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.

② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.

③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

④ $k = 1$ 이면 근이 1 개이다.

⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k$, $x-1 = \pm\sqrt{3-k}$
$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$
음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.
$3 > k$: 근이 2 개
$k = 3$: 근이 1 개
$3 < k$: 근이 0 개

24. x 가 집합 $\{x | x-10 \le -2(x-1)$이고, x는 자연수$\}$ 의 원소일 때, 이차방정식 $(x-5)^2 = 1$ 의 해는? [배점 5, 중상]

① $x = 1$ ② $x = 1$ 또는 $x = 3$

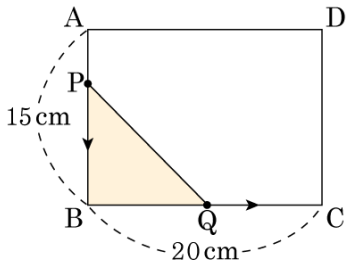
③ $x = 3$ ④ $x = 4$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 4$

해설

부등식 $x-10 \le -2(x-1)$ 을 정리하면 $x \le 4$ 이다.
따라서 $x = \{1, 2, 3, 4\}$ 를 원소로 갖는다.
$x = 4$ 일 때, $(4-5)^2 = 1$ 을 만족한다.

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\,\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 점 A 로부터 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 변 BC 위를 점 B 로부터 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 △BPQ 의 넓이가 $36\,\text{cm}^2$ 가 되는지 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3 초

해설

x 초 후에 $\overline{PB} = (15-x)\,\text{cm}$, $\overline{BQ} = 2x\,\text{cm}$ △BPQ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\overline{PB} \times \overline{BQ}$ 이므로

$\frac{1}{2}(15-x)2x = 36$

$2x^2 - 30x + 72 = 0$

$x^2 - 15x + 36 = 0$

$(x-3)(x-12) = 0$

$\therefore\ x = 3$ (초)(단, $0 < x < 10$)