

단원 종합 평가

1. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -12$

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$

2. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은? [배점 2, 하중]

① $3x^2 = 1$

② $4(x + 1)(x - 2) = 4$

③ $x(x - 1)(x + 3) = 4x$

④ $(x + 4)(x - 2) = 5x + 7$

⑤ $x^3 - 4x + 6 = x^3 + x^2 - 1$

해설

$x(x - 1)(x + 3) = 4x$ 에서 x^3 이 존재하므로 이차방정식이 아니다.

3. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

① $\alpha + \beta = 2$

② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = \frac{3}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{7}{2}$

⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{1}{2}$$

① $\alpha + \beta = 2$

② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 2^2 + (-2) \times \frac{1}{2} = 3$

⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

4. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p^2 + pq + q^2$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

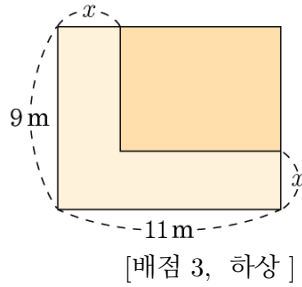
해설

$2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근이 p, q 라면

$$p + q = 2, pq = \frac{1}{2},$$

$$\therefore p^2 + pq + q^2 = (p + q)^2 - pq = 2^2 - \frac{1}{2} = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

5. 가로, 세로의 길이가 각각 11m, 9m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 x m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 48m^2 가 되도록 할 때, x 의 값은?



[배점 3, 하상]

- ① 1m ② 2m ③ 3m
④ 4m ⑤ 5m

해설

$$\begin{aligned}(11-x)(9-x) &= 48 \\ x^2 - 20x + 51 &= 0 \\ (x-3)(x-17) &= 0 \\ x < 9 \text{ 이므로 } x &= 3\end{aligned}$$

6. n 각형의 대각선의 수는 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 일 때, 대각선의 총수가 35 개 인 다각형은? [배점 3, 하상]

- ① 팔각형 ② 구각형 ③ 십각형
④ 십일각형 ⑤ 십이각형

해설

$$\begin{aligned}\frac{n(n-3)}{2} &= 35 \text{ 이므로} \\ n^2 - 3n - 70 &= 0 \\ (n+7)(n-10) &= 0 \\ n &= 10 (\because n > 0)\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{A}}{9}$ 일 때, A 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 23 ⑤ 26

해설

$$\begin{aligned}\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} &= 0 \text{ 의 양변에 6을 곱하면} \\ 9x^2 - 2x - 1 &= 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{9} \\ \therefore A &= 10\end{aligned}$$

8. 어떤 자연수에 2를 더하여 제공한 수는 이 수를 제공하여 3배한 것보다 2보다 작다고 한다. 어떤 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\text{어떤 자연수를 } x \text{ 라고 하면} \\ (x+2)^2 &= 3x^2 - 2 \\ x^2 + 4x + 4 - 3x^2 + 2 &= 0 \\ 2x^2 - 4x - 6 &= 0 \\ (x-3)(x+1) &= 0 \\ x \text{ 는 자연수이므로 } x &= 3 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

9. 12월 중 3일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는? [배점 3, 하상]

- ① 12월 3일 ② 12월 4일 ③ 12월 5일
④ 12월 6일 ⑤ 12월 7일

해설

눈이 내린 날의 날짜를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면
 $(x-1)^2 = x + (x+1)$
 $x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$
 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x-4) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 4$ (일)
따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12월 3일이다.

10. x 가 집합 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 의 원소일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는? [배점 3, 중하]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

집합의 원소들을 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 에 대입해본다.

11. 이차방정식 $x^2 + 5x - 9 = 0$ 을 $(x+P)^2 = Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P+2Q$ 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① -33 ② -12 ③ -4
④ 0 ⑤ 33

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 5x - 9 &= 0 \\ \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 &= \frac{61}{4} \\ \therefore P &= \frac{5}{2}, Q = \frac{61}{4} \\ \therefore P + 2Q &= \frac{5}{2} + \frac{61}{2} = 33 \end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식은? [배점 3, 중하]

- ① $x^2 - 2x - 35 = 0$ ② $x^2 + 2x - 35 = 0$
③ $x^2 - 12x + 35 = 0$ ④ $x^2 + 12x + 35 = 0$
⑤ $2x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 8x + 15 &= 0 \\ (x-5)(x-3) &= 0 \\ a=5, b=3, a+2=7, b+2=5 \\ (x-7)(x-5) &= 0 \\ x^2 - 12x + 35 &= 0 \end{aligned}$$

13. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 두 근의
제곱의 차가 24일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 47

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는
홀수)로 놓으면

$$m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$$

$$(a + 2)^2 - a^2 = 24$$

$$4a + 4 = 24, 4a = 20, a = 5$$

$$m = -2 \times 5 - 2 = -12$$

$$\therefore n = 25 + 10 = 35$$

$$\therefore n - m = 35 + 12 = 47$$

14. $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$
의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = -2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{-2} = \frac{3}{4}$$

15. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때,
 $a - b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① -18

② -6

③ 6

④ 18

⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

16. 이차방정식 $x^2 + 8x - 2 = 0$ 의 두 근 중에서 양수인
것을 α 라고 할 때, $n < \alpha < n + 1$ 을 만족하는 정수
 n 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$x^2 + 8x - 2 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = -4 \pm \sqrt{18} = -4 \pm 3\sqrt{2},$$

두 근 중 양수인 것은 $x = -4 + 3\sqrt{2},$

따라서, $\alpha = -4 + 3\sqrt{2}$ 이다.

$$0 < -4 + 3\sqrt{2} < 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore n = 0$$

17. 이차방정식 $(x-1)^2 = x+3$ 을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, 상수 $A+B$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① -20 ② -16 ③ 16
④ 20 ⑤ 26

해설

$$\begin{aligned} \text{식을 정리하면 } x^2 - 3x - 2 &= 0 \\ x &= \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ \therefore A &= 3, B = 17 \\ \therefore A+B &= 20 \end{aligned}$$

18. 이차방정식 $\frac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$ 의 해를 구하면?
[배점 4, 중중]

- ① $x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$
② $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$
③ $x = 4$ 또는 $x = -3$
④ $x = -4$ 또는 $x = 3$
⑤ $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned} 10(x-1) &= 6(x+1)(x-3) \\ 10x-10 &= 6x^2-12x-18 \\ 6x^2-22x-8 &= 0 \\ 2(3x^2-11x-4) &= 0 \\ (3x+1)(x-4) &= 0 \\ \therefore x &= 4 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

19. 이차방정식 $\frac{1}{10}x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{1}{2} = 0$ 의 두 근의 합은?
[배점 4, 중중]

- ① -5 ② -4 ③ -1 ④ 4 ⑤ 5

해설

양변에 10을 곱하면 $x^2 + 4x - 5 = 0$
근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -4이다.

20. 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - kx - 20 = 0$ 의 근일 때 k 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

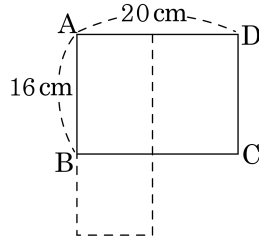
▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{11}{2}$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 5x + 2 = 0 \text{의 두 근은 } x &= \frac{1}{2}, 2 \text{ 이므로 합은 } \frac{5}{2} \text{ 이고} \\ \text{이것이 } x^2 - kx - 20 = 0 \text{의 근이므로 } \frac{25}{4} - \frac{5}{2}k - 20 &= 0, \frac{5}{2}k = -\frac{55}{4} \\ \therefore k &= -\frac{11}{2} \end{aligned}$$

21. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20cm, 16cm인 직사각형에서 가로의 길이는 매초 2cm 씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 4cm 씩 늘어난다고 할 때, 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아지는데 걸리는 시간은?



[배점 4, 중중]

- ① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초
④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

구하는 시간을 x 초 라 하면
처음 넓이는 $20 \times 16 = 320$
 x 초 후의 넓이는 $(20 - 2x)(16 + 4x)$ 이다.
따라서 $(20 - 2x)(16 + 4x) = 320$
 $-8x^2 + 48x = 0 \rightarrow x(x - 6) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 6$

22. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2 = 5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $n = 5$ 이면 근이 2 개이다.
② $n = 9$ 이면 근이 2 개이다.
③ $n = 4$ 이면 정수인 근을 1 개 갖는다.
④ $n = 8$ 이면 정수인 근을 갖는다.
⑤ $n = 14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$-(x+2)^2 = 5-n, (x+2)^2 = n-5, x = -2 \pm \sqrt{n-5}$
② $n = 9$ 이면 $x = -2 \pm \sqrt{9-5} = -2 \pm 2$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = -4$

23. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.
② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
④ $k = 1$ 이면 근이 1 개이다.
⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 2 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 0 개

24. x 가 집합 $\{x | x-10 \leq -2(x-1) \text{이고, } x \text{는 자연수}\}$ 의 원소일 때, 이차방정식 $(x-5)^2 = 1$ 의 해는? [배점 5, 중상]

- ① $x = 1$ ② $x = 1$ 또는 $x = 3$
③ $x = 3$ ④ $x = 4$
⑤ $x = 2$ 또는 $x = 4$

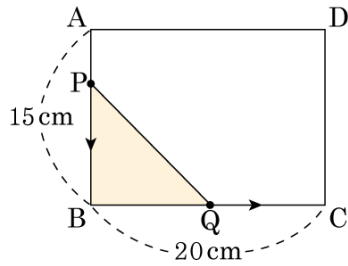
해설

부등식 $x-10 \leq -2(x-1)$ 을 정리하면 $x \leq 4$ 이다.

따라서 $x = \{1, 2, 3, 4\}$ 를 원소로 갖는다.

$x = 4$ 일 때, $(4-5)^2 = 1$ 을 만족한다.

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\text{ cm}$, $\overline{BC} = 20\text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 점 A 로부터 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 변 BC 위를 점 B 로부터 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 36 cm^2 가 되는지 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3 초

해설

x 초 후에 $\overline{PB} = (15 - x)\text{ cm}$, $\overline{BQ} = 2x\text{ cm}$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\overline{PB} \times \overline{BQ}$ 이므로

$$\frac{1}{2}(15 - x)2x = 36$$

$$2x^2 - 30x + 72 = 0$$

$$x^2 - 15x + 36 = 0$$

$$(x - 3)(x - 12) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ (초)} (\text{단, } 0 < x < 10)$$