

# 단원 종합 평가

1. 이차방정식  $x^2 - 2ax + a^2 = 0$  의 한 근이 2 일 때,  $a$  의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x = 2$  를 방정식에 대입하면  $4 - 4a + a^2 = 0$ ,  
 $(a - 2)^2 = 0 \therefore a = 2$

2. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것은? [배점 3, 하상]

- ①  $x^2 = 6x - 9$                       ②  $2x^2 + x - 3 = 0$
- ③  $x^2 = 4$                                 ④  $x^2 + 5x = 0$
- ⑤  $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

중근을 갖는 이차방정식은  $(ax + b)^2 = 0$  이다.  
 ①  $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$   
 $\therefore x = 3$  (중근)

3. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식  $x^2 + 6x + 3 = 0$  을 푸는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

$x^2 + 6x =$  (가)  
 $x^2 + 6x +$  (나)  $=$  (가)  $+$  (나)  
 $(x +$  (다)) $^2 =$  (라)  
 $x +$  (다)  $= \pm\sqrt{}$ (라)  
 $\therefore x =$  (마)

[배점 3, 하상]

- ① (가): -3                                ② (나): 9
- ③ (다): 3                                 ④ (라): 6
- ⑤ (마):  $\pm\sqrt{6}$

해설

$x^2 + 6x = -3$   
 좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하  
 면  
 $x^2 + 6x + 9 = -3 + 9$   
 $(x + 3)^2 = 6$   
 $x + 3 = \pm\sqrt{6}$   
 $\therefore x = -3 \pm \sqrt{6}$   
 따라서 ⑤의 연결이 옳지 않다.

4. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm<sup>2</sup> 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로 길이는? [배점 3, 하상]

- ① 8    ② 7    ③ 6    ④ 5    ⑤ 4

**해설**

가로의 길이를  $x$  cm라 하면 세로의 길이는  $(12 - x)$  cm

또, (가로의 길이) > (세로의 길이) 이므로  $x > 12 - x$ , 즉  $x > 6$  이다.

$$x(12 - x) = 32$$

$$(x - 4)(x - 8) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

∴  $x > 6$  이므로  $x = 8$  이다.

5.  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$  일 때,  $\begin{vmatrix} x - 3 & x + 1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x + 17$  을 만족하는  $x$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답:  $x = -\frac{3}{2}$

▶ 정답:  $x = 7$

**해설**

$$\begin{vmatrix} x - 3 & x + 1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x + 17$$

$$2x(x - 3) - 4(x + 1) = x + 17$$

$$2x^2 - 6x - 4x - 4 = x + 17$$

$$2x^2 - 11x - 21 = 0$$

$$(x - 7)(2x + 3) = 0$$

따라서  $x = 7$  또는  $x = -\frac{3}{2}$  이다.

6. 다음 보기 중  $x$  에 대한 이차방정식인 것을 모두 골라라.

**보기**

㉠  $x(x - 1) = x^2$

㉡  $3x^2 - 2x + 5$

㉢  $x^2(2 + x) = 3 + x^2$

㉣  $4x^2 - 6 = 0$

㉤  $(x - 1)(x + 2) = 0$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉤

**해설**

㉠ 정리하면  $-x = 0$  :  $x$  에 대한 일차방정식이다.

㉡  $x$  에 대한 이차식이다.

㉢ 정리하면  $x^3 + x^2 - 2 = 0$  :  $x$  에 대한 삼차방정식이다.

㉣  $x$  에 대한 이차방정식이다.

㉤ 정리하면  $x^2 + x - 2 = 0$  :  $x$  에 대한 이차방정식이다.

7. 이차방정식  $x^2 + 5x - 1 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 하고  $\alpha - 1, \beta - 1$  을 두 근으로 하는 이차방정식을  $x^2 + mx + n = 0$  이라 할 때,  $mn$  을 구하여라.

[배점 3, 중하]

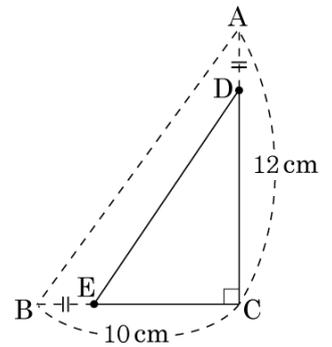
▶ 답:

▷ 정답: 35

해설

$x^2 + 5x - 1 = 0$  의 두 근이  $\alpha, \beta$  이므로  $\alpha + \beta = -5$   
 $\alpha\beta = -1$ ,  
 $\alpha - 1, \beta - 1$  을 두 근으로 하는 이차방정식은  
 $x^2 - (\alpha + \beta - 2)x + (\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) = 0$ ,  
 $x^2 - (-5 - 2)x + (-1 + 5 + 1) = 0$ ,  
 $x^2 + 7x + 5 = 0$ ,  
 $m = 7, n = 5$ ,  
 $\therefore mn = 35$

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 높이와 밑변을 서로 동일한 길이만큼 짧게 만들었을 때, 직각삼각형 DEC 의 넓이가  $12\text{cm}^2$  가 되었다. 줄어든 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6 cm

해설

줄어든 길이를  $x$  cm 라고 할 때  
 밑변의 길이는  $(10 - x)$  cm, 높이의 길이는  $(12 - x)$  cm 이다.  
 $\frac{1}{2}(10 - x)(12 - x) = 12$  이므로  
 $x^2 - 22x + 96 = 0$   
 $(x - 6)(x - 16) = 0$   
 따라서  $x = 6$  ( $\because 0 < x < 10$ ) 이다.

9. 연속하는 세 자연수가 있다. 세 자연수의 제곱의 합이 149 일 때, 가장 작은 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

연속하는 세 자연수를  $x - 1, x, x + 1$  이라 하면  
 $(x - 1)^2 + (x)^2 + (x + 1)^2 = 149$  이므로  
 $3x^2 - 147 = 0$   
 $x^2 - 49 = 0$   
 $(x + 7)(x - 7) = 0$   
 따라서  $x = 7$  ( $x$  는 자연수) 이다.  
 가장 작은 수는  $7 - 1 = 6$  이다.

10.  $x$  에 관한 이차방정식  $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$  의 한 근이 3 일 때, 두 근의 곱은? ( $a$  는 정수)  
 [배점 4, 중중]

- ① 2                      ② 3                      ③ 2, 3  
 ④ -6                      ⑤ 6

**해설**

$x = 3$  을 대입하면  $3a^2 - 11a + 10 = 0$   
 인수분해하면  $(3a - 5)(a - 2) = 0$   
 $a = 2$  ( $\because a$  는 정수)  
 $x^2 - 5x + 6 = 0$  을 인수분해하면  $(x-3)(x-2) = 0$   
 $x = 3$  또는  $x = 2$   
 따라서 두 근의 곱은 6

11. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

**보기**

- ㉠  $2x^2 - 5 = x^2$   
 ㉡  $x^2 = -x + 2$   
 ㉢  $x^2 = 0$   
 ㉣  $x^2 = (x-1)^2 + x^2$   
 ㉤  $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$   
 ㉥  $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

[배점 4, 중중]

- ① 3개                      ② 4개                      ③ 5개  
 ④ 6개                      ⑤ 7개

**해설**

이차방정식은 ( $x$ 에 관한 이차식) $= 0$  꼴의 등식이다.  
 $\therefore$  ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥ 5개

12. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?  
[배점 4, 중중]

- ①  $x^2 = 0$
- ②  $x(x - 6) + 9 = 0$
- ③  $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$
- ④  $x^2 - 1 = 0$
- ⑤  $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식) = 0의 꼴이어야 중근을 갖는다.

- ④  $x^2 = 1$  이므로  $x = \pm 1$   
따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

13. 이차방정식  $x^2 + 8x + 24 - m = 0$  이 중근을 갖도록 하는  $m$ 의 값은?  
[배점 4, 중중]

- ① -8    ② -6    ③ 0    ④ 6    ⑤ 8

해설

중근을 가지려면  $x^2 + 8x + 24 - m = 0$  이 완전제곱식이 되어야 하므로  $24 - m = 16$

$\therefore m = 8$

14. 1부터  $n$ 까지의 자연수만의 합은 다음과 같다. 이때, 합이 78이 되려면 1부터  $n$ 까지의 수를 더해야 한다고 할 때,  $n$ 을 구하여라.

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

[배점 4, 중중]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned} \frac{n(n+1)}{2} &= 78 \text{ 이므로} \\ n^2 + n - 156 &= 0 \\ (n-12)(n+13) &= 0 \\ n > 0 \text{ 이므로 } n &= 12 \end{aligned}$$

15. 어떤 원에서 반지름을 2cm 늘였더니 그 넓이가 처음 원의 2배가 되었다. 처음 원의 반지름은 얼마인지 구하여라.  
[배점 4, 중중]

- ▶ 답:
- ▷ 정답:  $2 + 2\sqrt{2}$  cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를  $x$  cm 라 하면

$$\begin{aligned} 2\pi x^2 &= \pi(x+2)^2 \\ 2x^2 &= x^2 + 4x + 4 \\ x^2 - 4x - 4 &= 0 \\ x &= 2 \pm 2\sqrt{2} \\ x > 0 \text{ 이므로 } x &= 2 + 2\sqrt{2} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. 성훈이가 물로켓을 만들어 위로 똑바로 쏘아 올린 물로켓의  $t$  초 후의 높이가  $(40t - 8t^2)m$  라고 할 때, 물로켓이 땅에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 5초후

해설

땅에 떨어지는 것은 높이가 0 일 때이다.

$$\text{식을 세우면 } 40t - 8t^2 = 0$$

$$\text{식을 정리하면 } t^2 - 5t = 0$$

$$t(t - 5) = 0$$

$$t > 0 \text{ 이므로 } t = 5$$

17. [배점 5, 중상]

해설

18.  $x^2 + ax + b = 0$  에서 계수  $a, b$  를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를  $a$ , 두 번째의 수를  $b$  라 한다. 이 때, 이 이차방정식이 중근을 가지는 확률은? [배점 5, 중상]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{6}$     ④  $\frac{1}{9}$     ⑤  $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면  $x^2 + ax + b = 0$  이 완전제곱식이 되어야 하므로  $\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b$  이다.

$a^2 = 4b$  를 만족하는  $(a, b)$  를 구하면  $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$  의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은  $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$  이다.

19. 집합  $A = \{x | x^2 - (a+1)x + a = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - (b-2)x - 2b = 0\}$ ,  $C = \{x | x^2 - (3a+5b)x + 15ab = 0\}$  가 있다. 집합  $P = \{x | x \in A, x \in B, x \in C, x < 0\}$ ,  $n(P) = 1$  일 때,  $a - 5b$  의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$A : (x-1)(x-a) = 0 \Rightarrow x = 1, a$$

$$B : (x+2)(x-b) = 0 \Rightarrow x = b, -2$$

$$C : (x-3a)(x-5b) = 0 \Rightarrow x = 3a, 5b$$

$P = A \cap B \cap C$  이고,  $n(P) = 1$  이므로 공통근이 하나이며 음수이다.

따라서 공통근은  $a$  또는  $-2$  이다.

(1) 공통근이  $-2$  일 때

$A$  에서  $a = -2$ ,  $C$  는  $x = -6, 5b$  이므로

$$5b = -2 \Rightarrow b = -\frac{2}{5}$$

(2) 공통근이  $a$  일 때 ( $a \neq -2$ )

$B$  에서  $a = b$  가 되고  $C$  에서  $x = 3a, 5a$  가 되어 공통근이 생기지 않는다.

따라서  $a = -2, -5b = 2$  이므로  $a - 5b$  의 값은 0 이다.

20. 이차방정식  $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ 주어진 식을 만족하는 해의 집합은  $\{4, 6\}$  또는  $\{-6, -8\}$ 이다.
- ㉡ 작은 근을  $\alpha$ 라 하고  $\alpha < 0$ 이면  $m > 0$ 이다.
- ㉢ 작은 근을  $\alpha$ 라 하고  $\alpha > 0$ 이면  $m = 13$ 이다.
- ㉣ 주어진 식을 만족하는 모든  $m$ 의 값의 합은 6이다.

[배점 5, 중상]

- ① 0개            ② 1개            ③ 2개
- ④ 3개            ⑤ 4개

**해설**

두 근을  $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면  
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$ 에서  $\alpha = 4$  또는  $-6$   
 ㉠  $\{4, 6\}$  또는  $\{-6, -4\}$   
 ㉡  $\alpha < 0$ 이면 두 근은  $-6, -4$ 이고  $m - 3 = -6 - 4 = -10$   
 $m = -7$ 이므로  $m < 0$ 이다.  
 ㉢  $\alpha > 0$ 이면 두 근은  $4, 6$ 이고  
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$   
 $\therefore m = 13$   
 ㉣  $m = -7, 13$ 이므로 모든  $m$ 의 값의 합은 6이다

21.  $x^2$ 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을  $x$ 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가  $-2, -4$  이었다. 이 방정식의 옳은 근은? [배점 5, 중상]

- ① 2, 5            ② 2, -5            ③ 1, 5
- ④ 1, 2            ⑤ -1, -5

**해설**

원래 이차방정식을  $x^2 + ax + b = 0$  이라 하면  
 $b = 1 \times 5 = 5, -a = -2 + (-4) = -6, a = 6$   
 따라서  $x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0,$   
 $\therefore x = -1$  또는  $x = -5$

**해설**

$(x - 1)(x - 5) = 0, x^2 - 6x + 5 = 0$   
 일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5  
 $(x + 2)(x + 4) = 0, x^2 + 6x + 8 = 0$   
 상수항을 잘못 보았으므로  $x$ 의 계수는 6,  
 따라서  $x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$   
 $\therefore x = -1$  또는  $x = -5$

22. 다음 중 이차방정식  $(x - a)^2 = b$  에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ①  $b \geq 0$  이면 근을 갖는다.
- ②  $b = 0$  이면 중근을 갖는다.
- ③  $a$  의 값에 관계없이  $b > 0$  이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
- ④  $b < 0$  이면 근을 갖지 않는다.
- ⑤  $b > 0$  이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

23. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다.  안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을  이라고 한다. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

24. 다음 중 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

- ①  $x^2 - 4x = 3x$  [0]
- ②  $x^2 + 2x - 8 = 0$  [-2]
- ③  $(x + 2)^2 = 9x$  [2]
- ④  $2x - 7x + 6 = 0$  [2]
- ⑤  $2x^2 - 15x - 8 = 0$  [8]

해설

[ ] 안의 수를 식에 대입한다.

25. 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 두 근  $p, q$  가  $p$  는 약수가 2 개인 소수,  $q$  는 홀수이고,  $p^2 + q = 25$  를 만족할 때,  $\frac{b^2c + bc^2}{a^3}$  의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: -18354

해설

$p^2 = 25 - q$  이고  $q$  가 홀수이므로  $p^2$  은 짝수이다. 즉  $p$  도 짝수이고 짝수인 소수는 2 뿐이므로  $p = 2$   
 $\therefore q = 21$

따라서 이차방정식은

$$a(x - 2)(x - 21) = ax^2 - 23ax + 42a = 0$$

$$\therefore b = -23a, c = 42a$$

따라서

$$\begin{aligned} \frac{b^2c + bc^2}{a^3} &= \frac{bc(b + c)}{a^3} \\ &= \frac{-23a \times 42a \times (-23a + 42a)}{a^3} \\ &= (-23) \times 42 \times 19 \\ &= -18354 \end{aligned}$$