

# 단원 종합 평가

1. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 두 근이  $x = 3, x = -1$  일 때,  $a + b$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = -2, b = -3$$

$$\therefore a + b = -5$$

2. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 두 근이 -3, 1 일 때,  $|a - b|$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

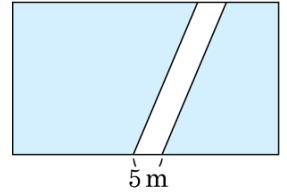
근의 계수의 관계로 부터

$$-a = -3 + 1 = -2 \quad \therefore a = 2$$

$$b = (-3) \times 1 = -3 \quad \therefore b = -3$$

따라서  $|a - b| = |5| = 5$  이다.

3. 가로 길이가 세로 길이보다 3 배 긴 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같은 길을 내었더니, 화단의 넓이가  $250 \text{ m}^2$  가 되었다. 처음 화단의 가로의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30 m

해설

화단의 세로의 길이를  $x \text{ m}$  라고 하면, 가로의 길이는  $3x \text{ m}$  이므로

$$x \times 3x - 5 \times x = 250$$

$$(x - 10)(3x + 25) = 0$$

$$x = 10 \left( \text{단, } x > \frac{5}{3} \right)$$

따라서 가로의 길이는  $3x$  이므로 30 m

4. 선물 가게에 원가가 1500원인 물건이 있다.  $a\%$  의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인 기간에 정가의  $10a\%$  를 받고 팔았더니 204원의 손해를 보았다. 이 때,  $a$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

원가 : 1500원

정가 :  $1500 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$  원

$$1500 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{10a}{100} + 204 = 1500$$

$$150a + \frac{3}{2}a^2 + 204 = 1500$$

$$a^2 + 100a - 864 = 0$$

$$(a + 108)(a - 8) = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 8$$

5. 차가 3 인 두 양의 정수의 곱이 108 일 때, 이 두 양의 정수의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

두 양의 정수를  $x, x+3$  이라 하면  
 $x(x+3) = 108, x^2 + 3x - 108 = 0$   
 $(x+12)(x-9) = 0$   
 $x = -12$  또는  $x = 9$   
 $x$  는 양수이므로  
 $x = 9, x+3 = 12$   
 $\therefore 9 + 12 = 21$

6. 다음은 이차방정식  $2x^2 + x - 3 = 0$  의 해를 구하는 과정이다.  $a+b+c+d$  의 값은?

보기

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

$$(ax+b)(cx+d) = 0$$

$$x = -\frac{b}{a} \text{ 또는 } x = -\frac{d}{c}$$

[배점 4, 중중]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$2x^2 + x - 3 = 0$  를 인수분해하면  $(2x+3)(x-1) = 0$   
따라서  $a = 2, b = 3, c = 1, d = -1$  이거나  $a = 1, b = -1, c = 2, d = 3$  이 된다.  
어느 경우이든  $a+b+c+d = 5$  이다.

7. 이차방정식  $5x^2 + ax - a - 1 = 0$  의 두 근이  $x = -3, x = b$  일 때,  $\frac{b}{a}$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{4}{55}$

해설

$x = -3$  을 주어진 식에 대입하면  
 $5 \times (-3)^2 - 3a - a - 1 = 0, a = 11$   
 $5x^2 + 11x - 11 - 1 = 0$   
 $5x^2 + 11x - 12 = 0$   
 $(5x-4)(x+3) = 0$   
 $x = \frac{4}{5}, x = -3$   
 $\therefore b = \frac{4}{5}$   
 $\frac{b}{a} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{11} = \frac{4}{55}$

8. 이차방정식  $ax^2 + 2x + a = 0$  에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면? [배점 4, 중중]

- ①  $a = -1$  이면 중근을 갖는다.  
 ②  $a = \frac{1}{2}$  이면 서로 다른 두 근을 갖는다  
 ③ 이차방정식의 근은  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$  이다.  
 ④  $a = 3$  이면 근을 갖지 않는다  
 ⑤  $a \geq -1$  이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식  $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1-a^2) = 4(1+a)(1-a)$   
 ①  $a = -1$  이면  $D = 0$  이 되어 중근을 갖는다.  
 ②  $a = \frac{1}{2}$  이면  $D > 0$  이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.  
 ③ 근의 공식으로 풀면  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$   
 ④  $a = 3$  이면  $D < 0$  이 되어 근을 갖지 않는다.  
 ⑤  $a \geq -1$  이면  $D \geq 0$  이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

9. 이차방정식  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$  이 해를 1개 가질 때  $m$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$D = 4(m+1)^2 - 4(m^2 + 5) = 0$   
 $m^2 + 2m + 1 - m^2 - 5 = 0$   
 $2m - 4 = 0$   
 $\therefore m = 2$

10.  $(x-y)(x-y-4) + 4 = 0$  일 때,  $x-y$  의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

해설

$(x-y)(x-y-4) + 4 = 0$   
 $x-y$  를  $A$  로 치환하면,  
 $A(A-4) + 4 = 0$   
 $A^2 - 4A + 4 = 0, (A-2)^2 = 0$   
 $(x-y-2)^2 = 0$   
 $x-y-2 = 0$   
 $\therefore x-y = 2$

11. 이차방정식  $(x-1)(x-b) = -1$  이 0이 아닌 중근  $a$  를 가진다. 이때,  $b$  의 값은? (단,  $a, b$  는 정수) [배점 5, 중상]

- ① 2    ② 3    ③ 4    ④ 5    ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$  이 중근  $a$  를 가지므로  
 $x$  에  $a$  를 대입하면  
 $(a-1)(a-b) = -1$   
 i)  $a-1 = -1, a-b = 1$  인 경우  
 $a = 0, b = -1, a \neq 0$  이므로 부적합  
 ii)  $a-1 = 1, a-b = -1$  인 경우  
 $a = 2, b = 3$   
 $\therefore b = 3$

12. 이차방정식  $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$  을  $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$  의 꼴로 나타낼 때,  $mn$  의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 21      ② -21      ③ 27  
 ④ -27      ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m+3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27 \end{aligned}$$

13.  $x$  에 관한 이차방정식  $(x-p)^2 = k$  가 해를 가질 조건은? [배점 5, 중상]

- ①  $p \geq 0$       ②  $p < 0$       ③  $k \geq 0$   
 ④  $k > 0$       ⑤  $k < 0$

해설

$$\begin{aligned} (x-p)^2 &= k, x-p = \pm\sqrt{k} \\ \therefore x &= p \pm \sqrt{k} \\ \text{이차방정식은 실수 범위이므로, 근호 안에 있는} & \\ \text{수는 음수가 될 수 없다.} & \\ \therefore k &\geq 0 \end{aligned}$$

14. 이차방정식  $ax^2 + bx + 5 = 0$  의 한 근이  $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$  일 때, 유리수  $a, b$  의 합  $a+b$  의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 5      ② 10      ③ 15      ④ 20      ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} \text{한 근이 } \frac{1}{\sqrt{5}-2} &= \sqrt{5}+2 \text{ 이므로 다른 한 근은} \\ &= -\sqrt{5}+2 \\ \text{근과 계수와의 관계에서} & \\ -\frac{b}{a} &= (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1 \\ \therefore a &= -5 \\ \therefore b &= -4a = (-4) \times (-5) = 20 \\ \therefore a+b &= -5+20 = 15 \end{aligned}$$

15. 이차방정식  $6x^2 - 5x + a = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$  이다. 이 때, 상수  $a$  의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 1      ② 5      ③ 13  
 ④ -1      ⑤ -13

해설

$$\begin{aligned} \text{근과 계수의 관계에서} & \\ \alpha + \beta &= \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6} \\ \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36} \\ \therefore a &= 1 \end{aligned}$$

16. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 1km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 20km 를 왕복하는데 9시간 걸린다면 20km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 시간

해설

올라갈 때 속력을  $x$ km/h 라 하면

내려올 때 속력은  $(x+1)$ km/h

$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+1} = 9$  의 양변에  $x(x+1)$  을 곱하면

$$20(x+1) + 20x = 9x(x+1)$$

$$40x + 20 = 9x^2 + 9x$$

$$9x^2 - 31x - 20 = 0$$

$$(x-4)(9x+5) = 0$$

$x > 0$  이므로  $x = 4$  (km/h)

따라서 내려올 때 속력 :  $x+1 = 5$ km/h

$$\therefore \frac{20}{5} = 4 \text{ (시간)}$$

17. 다음 그림과 같이 가로, 세

로의 길이가 각각 16 cm ,

8 cm 인 직사각형 ABCD

에서 점 P 는  $\overline{AB}$  위를 점

A 에서 B 까지 매초 1 cm

의 속력으로 움직이고, 점 Q 는  $\overline{BC}$  위를 점 B 에서

점 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직인다. 두 점 P ,

Q 가 각각 점 A , B 를 동시에 출발할 때 몇 초후 에

$\triangle PBQ$  의 넓이가  $15 \text{ cm}^2$  가 되는지 구하여라.

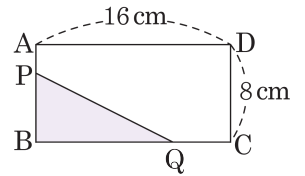
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 초후

▷ 정답 : 5 초후



해설

$x$  초 후,  $\overline{BP}$  ,  $\overline{BQ}$  의 길이를 구하면

$$\overline{BP} = 8 - x, \overline{BQ} = 2x,$$

$$\triangle PBQ = 2x(8 - x) \times \frac{1}{2} = 15,$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0,$$

$$(x-3)(x-5) = 0,$$

따라서  $x = 3$  또는  $x = 5$  이다.

18. 이차방정식  $x^2 + 10x - 24 = 0$  을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x+12)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$

19. 다음 중 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

- ①  $x^2 - 4x = 3x$  [0]  
 ②  $x^2 + 2x - 8 = 0$  [-2]  
 ③  $(x + 2)^2 = 9x$  [2]  
 ④  $2x - 7x + 6 = 0$  [2]  
 ⑤  $2x^2 - 15x - 8 = 0$  [8]

해설

[ ] 안의 수를 식에 대입한다.

20. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. [ ] 안에 알맞은 말을 써라.  
 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 [ ] 이라고 한다.  
 [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

21. 다음 중 이차방정식  $(x - a)^2 = b$  에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ①  $b \geq 0$  이면 근을 갖는다.  
 ②  $b = 0$  이면 중근을 갖는다.  
 ③  $a$  의 값에 관계없이  $b > 0$  이면 서로 다른 두 근을 갖는다.  
 ④  $b < 0$  이면 근을 갖지 않는다.  
 ⑤  $b > 0$  이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

22. 이차방정식  $ax^2 + b = 0$  의 두 근  $p, q$  에 대하여  $p - k, q - k$  를 두 근으로 가지는 이차방정식은  $x^2 - 2x + \frac{5}{2}$  가 될 때,  $k$  의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -1

해설

$ax^2 + b = 0$  의 두 근이  $p, q$  이므로  $p + q = 0$   
 $x^2 - 2x + \frac{5}{2}$  의 두 근이  $p - k, q - k$  이므로  
 $p + q - 2k = 2$   
 $\therefore k = -1$

23. 사과 120 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 사과의 수는 학생 수보다 2 만큼 작다. 학생 수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12명

해설

학생 수를  $x$ , 사과 수를  $x - 2$  라고 하면

$$x(x - 2) = 120$$

$$x^2 - 2x - 120 = 0$$

$$(x - 12)(x + 10) = 0$$

$$x = 12 \text{ 또는 } x = -10$$

$$\therefore x = 12$$

24. 실수  $a, b$  에 대하여  $a \cdot b$  를

$$a \cdot b = \begin{cases} 2a(a \geq b(\text{일 때})) \\ -b(a < b(\text{일 때})) \end{cases} \quad \text{로 정의할 때, 연립방정식}$$

$$\begin{cases} x \cdot y = 3x + y^2 \\ x \cdot y = x - y - 2 \end{cases} \quad \text{를 만족하는 정수 } x, y \text{ 의 순서}$$

쌍  $(x, y)$  에 대해  $x \times y$  의 값은? [배점 6, 상중]

- ① 0    ② 1    ③ 2    ④ 3    ⑤ 4

해설

1)  $x \geq y$  일 때,

$$\begin{cases} 2x = 3x + y^2 \cdots \text{㉠} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = x - y - 2 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ 에서  $x = -y^2$

이것을 ㉡에 대입하여 정리하면

$$y^2 - y - 2 = 0, (y - 2)(y + 1) = 0$$

$$\therefore y = 2 \text{ 또는 } y = -1$$

$$\therefore x = -4, y = 2 \text{ 또는 } x = -1, y = -1 \quad x \geq y$$

이므로  $(x, y) = (-1, -1)$

2)  $x < y$  일 때,

$$\begin{cases} -y = 3x + y^2 \cdots \text{㉢} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y = x - y - 2 \cdots \text{㉣} \end{cases}$$

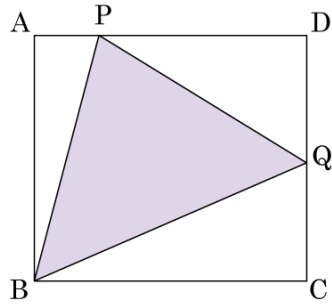
㉢ 에서  $x = 2$  이것을 ㉣에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y + 6 = 0$$

이 방정식의 정수해는 없다.

$\therefore (x, y) = (-1, -1)$  이고  $x \times y$  의 값은 1이다.

25. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 선분 AD 위에 있고, 점 Q 는 선분 CD 위에 있다. 삼각형 ABP, PDQ, BCQ 의 넓이가 각각 2.5, 4.5, 4 일 때, 삼각형 PBQ 의 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$\overline{AD} = x$ ,  $\overline{AB} = y$  라 하면

$$\triangle ABP = \frac{1}{2}y \times \overline{AP} = 2.5 \quad \therefore \overline{AP} = \frac{5}{y}$$

$$\triangle BCQ = \frac{1}{2}x \times \overline{QC} = 4 \quad \therefore \overline{QC} = \frac{8}{x}$$

$$\text{따라서 } \triangle PQD = \frac{1}{2} \left( x - \frac{5}{y} \right) \left( y - \frac{8}{x} \right) = 4.5$$

$$\left( \frac{xy-5}{y} \right) \left( \frac{xy-8}{x} \right) = 9$$

$$(xy-5)(xy-8) = 9xy$$

$$(xy)^2 - 22xy + 40 = 0$$

$$(xy-2)(xy-20) = 0$$

$$\therefore xy = 2 \text{ 또는 } xy = 20$$

그런데  $xy > 11$  이므로  $xy = 20$

$$\therefore \triangle PBQ = 20 - 11 = 9$$