

단원 종합 평가

1. 이차방정식 $3x^2 + ax + 12 = 0$ 이 음수의 중근을 가질 때, a 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① -12 ② -9 ③ 4
④ 9 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + ax + 12 &= 0 \\ x^2 + \frac{a}{3}x + 4 &= 0, (x+2)^2 = 0 \\ \frac{a}{3} &= 4 \quad \therefore a = 12 \end{aligned}$$

2. 두 집합 $A = \{x \mid x^2 - 10x + a = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + b = 0\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3\}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} \text{주어진 식에 } x \text{ 대신 } 3 \text{ 을 대입하면} \\ 3^2 - 10 \times 3 + a &= 0 \quad \therefore a = 21 \\ 3^2 + b &= 0 \quad \therefore b = -9 \\ \therefore a + b &= 21 - 9 = 12 \end{aligned}$$

3. 연속하는 두 홀수의 곱이 99 일 때, 이 두 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

▶ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} \text{두 홀수를 } x, x+2 \text{ (} x \text{ 는 홀수)라 하면} \\ x \times (x+2) &= 99 \text{ 이므로} \\ x^2 + 2x - 99 &= 0 \\ (x-9)(x+11) &= 0 \\ \text{따라서 } x &= 9 \text{ (} x \text{ 는 홀수)이다.} \\ \text{두 홀수는 } 9, 11 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} \text{연속하는 두 홀수를 } 2x-1, 2x+1 \text{ (} x \text{ 는 자연수)라 하면} \\ (2x+1) \times (2x-1) &= 99 \text{ 이므로} \\ 4x^2 - 100 &= 0 \\ x^2 - 25 &= 0 \\ (x-5)(x+5) &= 0 \\ \text{따라서 } x &= 5 \text{ (} x \text{ 는 자연수)이다.} \\ \text{두 홀수는 } 9, 11 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하고, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2 + mx + n = 0$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -1$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은
 $x^2 - (\alpha + 1 + \beta + 1)x + (\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$
 $x^2 - (\alpha + \beta + 2)x + (\alpha\beta + \alpha + \beta + 1) = 0$
 $x^2 - (3 + 2)x + (-1 + 3 + 1) = 0$
 $x^2 - 5x + 3 = 0$
 $m = -5, n = 3$
 $\therefore m + n = -2$

5. 다음 보기 중 $ab = 0$ 인 경우를 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 0$ 또는 $b = 0$
 ㉡ $a \neq 0$ 그리고 $b = 0$
 ㉢ $a = 0$ 그리고 $b \neq 0$
 ㉣ $a \neq 0$ 그리고 $b \neq 0$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣
 ③ ㉡, ㉣ ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$ab = 0$ 인 경우는 $a = 0$ 또는 $b = 0$
 즉 a, b 중에서 적어도 하나는 0 인 경우이다.

6. 이차방정식 $15 - x = (x - 3)^2$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p + 2q$ 의 값을 구하여라.(단, $p > q$)
[배점 4, 중중]

- ① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$
 $\therefore x = -1, 6$
 $p > q$ 이므로 $p = 6, q = -1$
 $\therefore p + 2q = 6 + 2 \times (-1) = 4$

7. 이차방정식 $2(x+5)^2 - 14 = 0$ 의 해가 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A + B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수)

[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2(x+5)^2 - 14 = 0, & \quad 2(x+5)^2 = 14, \quad (x+5)^2 = 7 \\ \therefore x = -5 \pm \sqrt{7} \\ A = -5, B = 7 \\ \therefore A + B = -5 + 7 = 2 \end{aligned}$$

8. 두 이차방정식 $x^2 - 5x - 36 = 0$, $2x^2 + 11x + 12 = 0$ 의 공통근이 $2x^2 + mx - 4m = 0$ 의 한 근일 때, m 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 5x - 36 = 0 & \Rightarrow (x+4)(x-9) = 0 \\ \therefore x = -4, 9 \\ 2x^2 + 11x + 12 = 0 & \Rightarrow (2x+3)(x+4) = 0 \\ \therefore x = -\frac{3}{2}, -4 \\ \text{두 이차방정식의 공통근 } x = -4 & \\ \text{이차방정식 } 2x^2 + mx - 4m = 0 \text{ 에 } x = -4 \text{ 를} & \\ \text{대입하면,} & \\ 2(-4)^2 - 4m - 4m = 0 & \\ m = 4 \text{ 이다.} & \end{aligned}$$

9. 연속하는 3개의 양의 홀수를 제공하여 더한 것이 251 일 때, 이 연속하는 세 홀수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 7

▷ 정답: 9

▷ 정답: 11

해설

$$\begin{aligned} \text{연속하는 세 홀수를 } x-2, x, x+2 \text{ 라고 하면,} \\ (x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251 \\ 3x^2 + 8 = 251, x = \pm 9, x > 0 \text{ 이므로 } x = 9 \\ \therefore \text{연속하는 세 홀수 : 7, 9, 11} \end{aligned}$$

10. x 가 집합 $\{x | x - 10 \leq -2(x - 1) \text{ 이고, } x \text{ 는 자연수}\}$ 의 원소일 때, 이차방정식 $(x - 5)^2 = 1$ 의 해는?

[배점 5, 중상]

① $x = 1$

② $x = 1$ 또는 $x = 3$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 4$

해설

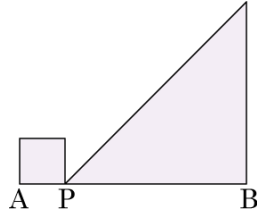
$$\begin{aligned} \text{부등식 } x - 10 \leq -2(x - 1) \text{ 을 정리하면 } x \leq 4 & \\ \text{이다.} & \\ \text{따라서 } x = \{1, 2, 3, 4\} \text{ 를 원소로 갖는다.} & \\ x = 4 \text{ 일 때, } (4 - 5)^2 = 1 \text{ 을 만족한다.} & \end{aligned}$$

11.

[배점 5, 중상]

해설

12. 길이가 10 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 36 cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2 cm

해설

선분 AP 의 길이를 $x \text{ cm}$ 라고 하면
 (정사각형의 넓이) $= x^2$
 (직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(10 - x)^2$
 $x^2 + \frac{1}{2}(10 - x)^2 = 36$
 $\frac{3}{2}x^2 - 10x + 50 - 36 = 0$
 $3x^2 - 20x + 28 = 0$
 $(3x - 14)(x - 2) = 0$
 선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 2(\text{cm})$

13. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 $-3, 7$ 이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 $2, -6$ 이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 8 ③ -8
 ④ 12 ⑤ -12

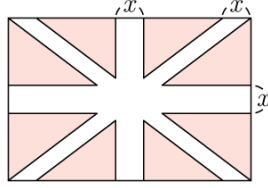
해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서 $a = -3 + 7 = 4$
 영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로
 $b = 2 \times (-6) = -12$
 따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0,$
 $x = -2$ 또는 $x = 6$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로
 $(x + 3)(x - 7) = 0, x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4
 영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로
 $(x - 2)(x + 6) = 0, x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12
 따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0 (x - 6)(x + 2) = 0, x = 6, -2$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

14. 가로, 세로 길이가 각각 9 cm, 6 cm인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 일정한 폭으로 오려내어 조각의 합이 12cm^2 가 되도록 하려고 한다. 오려낸 부분의 폭은?

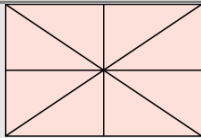


[배점 5, 중상]

- ① 2 cm ② 3 cm
③ 4 cm ④ 2 cm 또는 7 cm
⑤ 3 cm 또는 6 cm

해설

을 모아 보면 다음 그림처럼 가로가 $9 - 3x$, 세로가 $6 - x$ 인 직사각형이 됨을 알 수 있다. 넓이가 12 이므로



$$(9 - 3x)(6 - x) = 12$$

$$\text{정리하면 } x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7) = 0$$

$$x < 3 \text{ 이므로 } x = 2$$

15. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수) [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$ $a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$
이것으로부터 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

16. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 이라고 한다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

17. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : -12

▶ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$

18. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 두 근의 합과 곱을 구하여라.

	두 근의 합	두 근의 곱
$x^2 - 2x + 6 = 0$		
$x^2 + 5x + 1 = 0$		
$2x^2 + 4x + 3 = 0$		

[배점 5, 상하]

▶ 답:

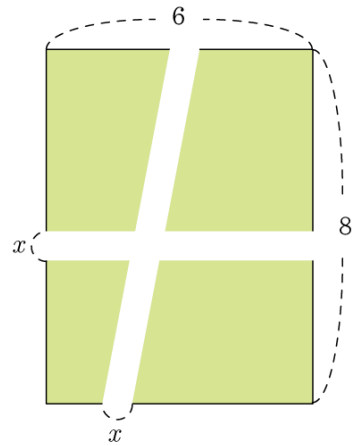
▷ 정답: 풀이 참조

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서 두 근을 α, β 라고 할 때,
두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로

	두 근의 합	두 근의 곱
$x^2 - 2x + 6 = 0$	2	6
$x^2 + 5x + 1 = 0$	-5	1
$2x^2 + 4x + 3 = 0$	-2	$\frac{3}{2}$

19. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이가 35 일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= (6-x)(8-x) \\
 &= 48 - 8x - 6x + x^2 \\
 &= 35
 \end{aligned}$$

$$x^2 - 14x + 13 = 0$$

$$\therefore (x-1)(x-13) = 0$$

그런데 $0 < x < 6$ 이므로 $x = 1$ 이다.

20. 지면에서 10m/s 의 속도로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이 h 가 된다. 이때, $h = 5(5t - t^2)$ 이라면 공이 10m 이상의 높이에서 머무르는 시간은 몇 초인지 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{17}$ 초

해설

공의 높이가 10m 일 때이므로 $h = 10$ 을 대입하면
 $10 = 5(5t - t^2)$
 $t^2 - 5t + 2 = 0$
 $\therefore t = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$
 따라서 $\frac{5 - \sqrt{17}}{2}$ 초 후에 공이 10m 를 지나 올라
 갔다가 $\frac{5 + \sqrt{17}}{2}$ 초 후에 높이 10m 를 지나 떨어
 지므로 공이 10m 이상의 높이에서 머무는 시간은
 $\frac{5 + \sqrt{17}}{2} - \frac{5 - \sqrt{17}}{2} = \sqrt{17}$ (초) 동안이다.

21. 명제 ‘ $x \neq 2$ 이면 $x^2 + px + q - 1 \neq 0$ 이다.’ 가 항상 참이기 위한 p, q 의 값을 각각 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = -4$

▷ 정답 : $q = 5$

해설

주어진 명제의 대우, [$x^2 + px + q - 1 = 0$ 이면 $x = 2$ 이다.]가 참이면 명제도 참이다.
 $x^2 + px + q - 1 = 0$ 는 중근 $x = 2$ 를 가지므로
 $(x - 2)^2 = 0$, 즉 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 이 된다.
 따라서 $p = -4, q - 1 = 4$ 이다.
 $\therefore p = -4, q = 5$

22. 사과 120 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 사과의 수는 학생 수보다 2 만큼 작다. 학생 수를 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 명

해설

학생 수를 x , 사과 수를 $x - 2$ 라고 하면
 $x(x - 2) = 120$
 $x^2 - 2x - 120 = 0$
 $(x - 12)(x + 10) = 0$
 $x = 12$ 또는 $x = -10$
 $\therefore x = 12$

23. 무리수 x 의 소수 부분을 y 라 하자. 이 때, $x^2 + y^2 = 33$ 을 만족하는 무리수 x 의 값들의 합을 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2 + y^2 = 33$ 에서 $y^2 = 33 - x^2$
 $0 \leq y < 1$ 이므로 $0 \leq y^2 < 1$ 에서
 $0 \leq 33 - x^2 < 1$
 $\therefore 32 < x^2 \leq 33$
 $5^2 < 32 < x^2 \leq 33 < 6^2$
 따라서 x 의 정수 부분은 5, $\therefore x = 5 + y$,
 $x^2 + (x - 5)^2 = 33$ 이므로, $x^2 - 5x - 4 = 0$
 $\therefore x$ 의 합은 근과 계수의 관계에 의해 5 이다.

24. $[x]$ 는 자연수 x 의 양의 약수의 개수를 나타낼 때,
 $[x]^2 - [x] - 2 = 0$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 20
 이하인 것의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$$[x]^2 - [x] - 2 = ([x] - 2)([x] + 1) = 0$$

$$\therefore [x] = 2 \text{ 또는 } [x] = -1$$

그런데, $[x] \neq -1$ 이므로 $[x] = 2$

양의 약수가 2 개인 것은 소수이므로,

20 이하의 소수를 구하면

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.

$\therefore$ 8 개

25. 5 보다 큰 실수 a 가 $a(10 - a) + \frac{1}{a} + \frac{1}{10 - a} = 7$ 을
 만족할 때, a 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $5 + \sqrt{23}$

▷ 정답 : $5 + 2\sqrt{5}$

해설

$10 - a = b$ 라 하면 $a + b = 10$ 이므로

$$ab + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 7$$

$$ab + \frac{a+b}{ab} = ab + \frac{10}{ab} = 7$$

양변에 ab 를 곱하면

$$(ab)^2 - 7ab + 10 = 0$$

$$(ab - 2)(ab - 5) = 0$$

$$\therefore ab = 2 \text{ 또는 } ab = 5$$

(1) $ab = 2$ 일 때 $a + b = 10$,

$ab = 2$ 에서 a, b 는 $m^2 - 10m + 2 = 0$ 의 두
 근이다.

$$\therefore m = 5 \pm \sqrt{23}$$

그런데 a 가 5 보다 큰 실수이므로 $a = 5 + \sqrt{23}$

(2) $ab = 5$ 일 때 $a + b = 10$,

$ab = 5$ 에서 a, b 는 $n^2 - 10n + 5 = 0$ 의 두
 근이다.

$$\therefore n = 5 \pm 2\sqrt{5}$$

그런데 a 가 5 보다 큰 실수이므로 $a = 5 + 2\sqrt{5}$
 따라서 (1), (2)에 의하여 $a = 5 + \sqrt{23}$ 또는 $a = 5 + 2\sqrt{5}$ 이다.