

단원 종합 평가

1. $(x - y)^2$ 과 전개식이 같은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $(x + y)^2$ ② $(-x + y)^2$
 ③ $-(x + y)^2$ ④ $-(x - y)^2$
 ⑤ $(-x - y)^2$

해설

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$① (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$② (-x + y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$③ -(x + y)^2 = -x^2 - 2xy - y^2$$

$$④ -(x - y)^2 = -x^2 + 2xy - y^2$$

$$⑤ (-x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

2. 다음 식 중에서 유리수 범위 내에서 인수분해가 되지 않는 것은? [배점 2, 하중]

- ① $x^2 - 4x + 4$ ② $x^2 - 144$
 ③ $x^2 - x + \frac{1}{4}$ ④ $x^2 + 4$
 ⑤ $x^2 + x - 6$

해설

$$① x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

$$② x^2 - 144 = x^2 - 12^2 = (x - 12)(x + 12)$$

$$③ x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$⑤ x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2)$$

3. $2x^4 - 2$, $x^3 - x^2 - 4x + 4$ 의 공통인수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $x - 1$

해설

$$2x^4 - 2 = 2(x^4 - 1)$$

$$= 2(x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$= 2(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

$$x^3 - x^2 - 4x + 4 = x^2(x - 1) - 4(x - 1)$$

$$= (x - 1)(x^2 - 4)$$

$$= (x - 1)(x - 2)(x + 2)$$

4. $x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{5}$ 일 때, $5x^2 + \frac{5}{x^2}$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 215

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$= (3\sqrt{5})^2 - 2$$

$$= 45 - 2$$

$$= 43$$

$$\therefore 5x^2 + \frac{5}{x^2} = 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= 5 \times 43$$

$$= 215$$

5. $(2x+3)(ax-5) = 6x^2 - x - 15$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

해설

$$2ax^2 + 3ax - 10x - 15 = 6x^2 - x - 15$$

x 항을 비교하면 $(3a-10)x = -x$, $3a-10 = -1$
 $\therefore a = 3$

6. $(5a+b-3)(b-2a)$ 의 전개식에서 a^2 의 계수와 ab 의 계수의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$(5a+b-3)(b-2a)$ 의 식에서 a^2 항 : $-10a^2$
 a^2 의 계수 : -10
 ab 항 : $5ab - 2ab = 3ab$ ab 의 계수 : $3 \therefore -10+3 = -7$

7. $\sqrt{a^2+4a+4} - \sqrt{a^2-4a+4}$ 를 간단히 하여 $2a$ 라는 결과를 얻었다. 이때, a 의 범위로 가장 적합한 것은? [배점 3, 하상]

① $a < -2$

② $a > 2$

③ $0 < a < 2$

④ $-2 < a < 0$

⑤ $-2 < a < 2$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2+4a+4} - \sqrt{a^2-4a+4} \\ &= \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(a-2)^2} \\ &= |a+2| - |a-2| = 2a \end{aligned}$$

이 식이 성립하려면 $a+2 > 0$, $a-2 < 0$ 이어야 한다.

$\therefore -2 < a < 2$

8. $x^2 - 2xy - 1 + y^2$ 을 인수분해하면? [배점 3, 하상]

① $(x-y+1)(x-y-1)$

② $(x+y+1)(x+y-1)$

③ $(x-y+1)(x+y-1)$

④ $(x-y-1)(x+y-1)$

⑤ $(x+y+1)(x-y-1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy - 1 + y^2 \\ &= (x^2 - 2xy + y^2) - 1 \\ &= (x-y)^2 - 1^2 \\ &= (x-y+1)(x-y-1) \end{aligned}$$

9. $x^2 + (2 + \sqrt{2})x + 2\sqrt{2}$ 를 인수분해하면?
[배점 3, 하상]

- ① $(x - 2)(x + \sqrt{2})$ ② $(x + 2)(x - \sqrt{2})$
 ③ $(x - 1)(x + 2\sqrt{2})$ ④ $(x + 2)(x + \sqrt{2})$
 ⑤ $(x + 1)(x - 2\sqrt{2})$

해설

$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ 이다.

10. 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하여라.
998 × 1002 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 999996

해설

$$\begin{aligned} 998 \times 1002 &= (1000 - 2)(1000 + 2) \\ &= 1000^2 - 2^2 \\ &= 1000000 - 4 \\ &= 999996 \end{aligned}$$

11. $(2x + a)(bx - 3) = 8x^2 + cx - 9$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $a + b + c = 13$

해설

$$2bx^2 - 6x + abx - 3a = 8x^2 + cx - 9$$

$$1) 2b = 8 \text{에서 } b = 4$$

$$2) -3a = -9 \text{에서 } a = 3$$

$$3) c = ab - 6 \text{에서 } c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 4 + 3 + 6 = 13$$

12. $a + b = 3$, $a^2 + b^2 = 5$ 일 때, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 의 값은?
[배점 3, 중하]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $-\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned} (a + b)^2 - 2ab &= a^2 + b^2, 9 - 2ab = 5 \therefore ab = 2 \\ \therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} &= \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

13. $a = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ 이고, $b = 3\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $2\sqrt{2}a - \sqrt{3}b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $-1 - \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2}a - \sqrt{3}b &= 2\sqrt{2}(2\sqrt{2} - \sqrt{3}) - \sqrt{3}(3\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= 8 - 2\sqrt{6} - 9 + \sqrt{6} \\ &= -1 - \sqrt{6} \end{aligned}$$

14. x 에 관한 이차식 $3x^2 + ax + b$ 를 인수분해하면 $(3x - 2)(x + 3)$ 이 된다고 한다. 이 때, $a - b$ 의 값을 구하시오. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설

$$3x^2 + ax + b = (3x - 2)(x + 3)$$

$$3x^2 + ax + b = 3x^2 + 7x - 6$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

$$\therefore a - b = 13$$

15. $x^2 + Ax - 24 = (x + B)(x + C)$ 일 때, A 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수) [배점 3, 중하]

① 23

② -10

③ 5

④ -3

⑤ 2

해설

$$x^2 + Ax - 24 = x^2 + (B + C)x + BC$$

$$A = B + C, BC = -24$$

두 정수를 곱해서 24 가 되는 경우는

$1 \times 24, 2 \times 12, 3 \times 8, 4 \times 6$ 이다.

그런데 곱해서 -24 가 되므로 각 경우마다 한 수는 양수, 다른 수는 음수가 되어야 한다.

따라서 $A = B + C$ 가 될 수 있는 수는 각 경우의 두 수의 차 만큼이다.

$$\therefore A = \pm 23, \pm 10, \pm 5, \pm 2$$

16. x 에 대한 이차식 $(3x + 2 + a)(3x + 2a - 4)$ 가 완전 제곱식이 되는 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$2 + a = 2a - 4$$

$$-a = -6, a = 6$$

17. $(x + y + 3)(x + ay - 7)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 합이 -4 이다. 이 때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$\text{전개하면, } (x + y + 3)(x + ay - 7) = x^2 + (a + 1)xy + ay^2 - 4x + (3a - 7)y - 21$$

상수항을 제외한 각 항의 계수의 합이 -4 이므로

$$1a + 1 + a - 4 + 3a - 7 = -4$$

$$5a - 9 = -4, a = 1$$

해설

상수항은 $3 \times (-7) = -21$ 이고 상수항을 제외한 각 항의 계수의 합이 -4 이므로 상수항 포함한 모든 계수의 합은 -25 이다.

따라서, 준식에 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면 $(1 + 1 + 3)(1 + a - 7) = -25$

$$5(a - 6) = -25$$

$$a - 6 = -5 \therefore a = 1$$

18. $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $x^2 - 4x + 1$ 의 값을 구하면?
[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2 \\ x - 2 &= \sqrt{5} \\ (x-2)^2 &= x^2 - 4x + 4 = 5 \\ x^2 - 4x + 1 &= (x^2 - 4x + 4) - 3 = 5 - 3 = 2 \\ \therefore 2 \end{aligned}$$

19. 다음 식을 치환하여 전개하면?

$$(2x + 3y - 4)(2x - 3y + 4)$$

[배점 4, 중중]

- ① $4x^2 - y^2 + y - 16$
② $4x^2 - y^2 + 9y - 16$
③ $4x^2 - 9y^2 + y - 16$
④ $4x^2 + 9y^2 - 24y - 16$
⑤ $4x^2 - 9y^2 + 24y - 16$

해설

$$\begin{aligned} 3y - 4 &= t \text{ 라 하면 } \{2x + (3y - 4)\}\{2x - (3y - 4)\} \\ &= (2x + t)(2x - t) = 4x^2 - t^2 = 4x^2 - (3y - 4)^2 \\ &= 4x^2 - 9y^2 + 24y - 16 \end{aligned}$$

20. $x^4 - 10x^2 + 9$ 의 인수가 아닌 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $x - 1$ ② $x + 3$
③ $x^2 - 1$ ④ $x + 9$
⑤ $x^4 - 10x^2 + 9$

해설

$$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$$

21. 다음 중 다항식 $3x^2 + 10x + 3$ 과 공통인수를 갖는 다항식은?
[배점 4, 중중]

- ① $3xy - y$ ② $9x^2 - 9$
③ $x^2 - 6x + 9$ ④ $x^2 + x - 12$
⑤ $6x^2 - x - 1$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + 10x + 3 &= (3x + 1)(x + 3) \\ ① (3x - 1)y \\ ② 9(x + 1)(x - 1) \\ ③ (x - 3)^2 \\ ④ (x + 4)(x - 3) \\ ⑤ (3x + 1)(2x - 1) \end{aligned}$$

22. $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^{16} +$
 $\square$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(2-1)(2+1) &= 2^2 - 1 \\ (2^2-1)(2^2+1) &= 2^4 - 1 \\ (2^4-1)(2^4+1) &= 2^8 - 1 \\ (2^8-1)(2^8+1) &= 2^{16} - 1\end{aligned}$$

23. $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 + \frac{1}{4}\right)\left(x^4 + \frac{1}{16}\right)$
 $= x^a + b$ 에서 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{1}{32}$

해설

$$\begin{aligned}x^8 - \frac{1}{16} &\text{ 이므로 } a=8, b=-\frac{1}{256} \\ \therefore ab &= 8 \times -\frac{1}{256} = -\frac{1}{32}\end{aligned}$$

24. 현주는 선생님께서 칠판에 적어주신 이차식을 잘못하여 x 의 계수와 상수항을 바꾸어 필기하였다. 지하는 현주의 노트를 보고 필기를 하다가 x 의 계수의 부호를 반대로 하여 인수 분해를 하였더니 $(x-2)(x-3)$ 가 나왔다. 처음 선생님께서 적어주신 이차식을 바르게 인수 분해하면?

[배점 5, 중상]

- ① $(x+1)(x+2)$ ② $(x+1)(x+3)$
 ③ $(x+1)(x+4)$ ④ $(x+1)(x+5)$
 ⑤ $(x+1)(x+6)$

해설

$$x^2 - 5x + 6 \rightarrow x^2 + 5x + 6 \rightarrow x^2 + 6x + 5 \rightarrow (x+1)(x+5)$$

25. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}, \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, $x^3y + xy^3$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 8 ③ 14
 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 &= \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3} \\ (xy)^2 &= x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1 \\ xy &= 1 (\because x > 0, y > 0) \\ \text{따라서, } x^3y + xy^3 &= xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}\end{aligned}$$