

단원 종합 평가

1. 다음 식을 전개한 것으로 옳은 것은?

$$(a+b+1)(a-b+1)$$

[배점 3, 하상]

- ① $a^2 - b^2 + 2a + 1$ ② $a^2 - b^2 + 2a - 1$
 ③ $a^2 - b^2 - 2a - 1$ ④ $a^2 + b^2 + 2a + 1$
 ⑤ $a^2 + b^2 - 2a - 1$

해설

$$a+1=t \text{ 라 하면}$$

$$\{(a+1)+b\}\{(a+1)-b\} = (t+b)(t-b) = t^2 - b^2$$

$$= (a+1)^2 - b^2 = a^2 + 2a + 1 - b^2$$

2. $(5x+a)(3x-2)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 상수항이 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: $a = 2$

해설

$$15x^2 + (3a-10)x - 2a \text{ 에서 } 3a-10 = -2a$$

$$\therefore a = 2$$

3. $(2x-3y)(3x+5y)$ 를 전개하여 xy 의 계수를 A , y^2 의 계수를 B 라 할 때, $A+B$ 를 구하시오.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: $A+B = -14$

해설

$$(\text{준식}) \quad 6x^2 + xy - 15y^2 \text{ 에서 } A=1, B=-15$$

$$\therefore A+B = -14$$

4. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x-1, x+1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① $x+y$ ② $x-y^2$ ③ x^2+y
 ④ $x+y^2$ ⑤ $x-y$

해설

$$x^3 + x^2y - x - y = x^2(x+y) - (x+y) = (x+y)(x+1)(x-1) \text{ 이다.}$$

따라서 직육면체의 높이는 $x+y$ 이다.

5. $(4x-1)^2 - (1+3x)(1-3x)$ 를 전개하면?

[배점 3, 중하]

- ① $7x^2 - 4x$ ② $7x^2 - 8x$
 ③ $25x^2 - 8x$ ④ $7x^2 - 14x - 2$
 ⑤ $8x^2 - 6x - 4$

해설

$$(\text{준식}) = 16x^2 - 8x + 1 - (1 - 9x^2) = 25x^2 - 8x$$

6. $(4x+9)(x-2)$ 를 전개하면 $4x^2 - (2a-5)x + 3b$ 이다.
이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -12$

해설

$$4x^2 + x - 18 = 4x^2 - (2a-5)x + 3b$$

$$1) -2a+5=1 \text{ 에서 } a=2$$

$$2) 3b=-18 \text{ 에서 } b=-6$$

$$\therefore ab = -12$$

7. $x = \sqrt{5}-2$, $y = \sqrt{5}+2$ 일 때, $x^2 - xy - 2y^2$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-10 - 12\sqrt{5}$

해설

$$x^2 - xy - 2y^2$$

$$= (x-2y)(x+y)$$

$$= (\sqrt{5}-2-2\sqrt{5}-4)(\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2)$$

$$= (-\sqrt{5}-6)2\sqrt{5}$$

$$= -10 - 12\sqrt{5}$$

8. $(x-3)(x+a)-2$ 가 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

▷ 정답 : -2

해설

$$(x-3)(x+a)-2 = (x+\alpha)(x+\beta)$$

$$x^2 + (a-3)x - 3a - 2 = x^2 + (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$$

$$\begin{cases} a-3 = \alpha+\beta & \dots\dots\dots (1) \\ -3a-2 = \alpha\beta & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

(1) 의 $a = \alpha + \beta + 3$ 을 (2) 에 대입하면

$$-3\alpha - 3\beta - 9 - 2 = \alpha\beta$$

$$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 9 = -2$$

$$(\alpha+3)(\beta+3) = -2$$

$\alpha+3 = \pm 1$ 일 때, $\beta+3 = \mp 2$ 이므로

$$(\alpha, \beta) = (-2, -5), (-4, -1)$$

$a = \alpha + \beta + 3$ 이므로

따라서 $a = -4$ 또는 -2 이다.

9. $x^2 + Ax - 24 = (x+B)(x+C)$ 일 때, A 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수) [배점 3, 중하]

- ① 23 ② -10 ③ 5
 ④ -3 ⑤ 2

해설

$$x^2 + Ax - 24 = x^2 + (B+C)x + BC$$

$$A = B+C, BC = -24$$

두 정수를 곱해서 24 가 되는 경우는

$1 \times 24, 2 \times 12, 3 \times 8, 4 \times 6$ 이다.

그런데 곱해서 -24 가 되므로 각 경우마다 한 수는 양수, 다른 수는 음수가 되어야 한다.

따라서 $A = B+C$ 가 될 수 있는 수는 각 경우의 두 수의 차 만큼이다.

$$\therefore A = \pm 23, \pm 10, \pm 5, \pm 2$$

10. $x = \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}, y = \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ 일 때, $x+y, xy$ 의 값과 곱셈 공식을 이용하여 $x^2 + 3xy + y^2$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$$x+y = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})+2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{4\sqrt{5}}{5-3} = 2\sqrt{5}$$

$$xy = \frac{2 \times 2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = 2$$

$$x^2 + 3xy + y^2 = (x+y)^2 + xy = (2\sqrt{5})^2 + 2 = 20 + 2 = 22$$

해설

$$x, y \text{ 를 유리화하면, } x = \sqrt{5} - \sqrt{3}, y = \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$\text{이므로 } x+y = 2\sqrt{5}, xy = 2$$

$$x^2 + 3xy + y^2 = (x+y)^2 + xy = (2\sqrt{5})^2 + 2 = 22$$

11. 한 변의 길이가 $a\text{cm}$ 인 정사각형의 가로의 길이를 5cm 만큼 늘이고, 세로의 길이를 3cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 15cm^2 만큼 커졌다고 한다. 이 때, a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 32

해설

정사각형의 넓이: a^2 , 직사각형의 넓이: $(a+5)(a-3)$ 두 사각형의 넓이 차이: 15

$$(a+5)(a-3) - a^2 = 15$$

$$a^2 + 2a - 15 - a^2 = 15$$

$$2a = 30$$

$$\therefore a = 15$$

12. $(x+y-5)(x-y-5)$ 를 전개하는데 가장 적절한 식은?
[배점 4, 중중]

- ① $\{(x+y)-5\}\{(x-y)-5\}$
 ② $\{x+(y-5)\}\{x-(y+5)\}$
 ③ $\{(x-5)+y\}\{(x-5)-y\}$
 ④ $\{x+(y-5)\}\{(x-y)-5\}$
 ⑤ $\{(x+y)+5\}\{(x-y)+5\}$

해설

공통의 인수를 찾는다.

13. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 이 $(x^2+bx+c)^2$ 으로
인수분해 될 때 $b-c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3)+1 \\ &= x(x+3) \times (x+1)(x+2)+1 \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1 \\ & x^2+3x = A \text{ 라 하면} \\ & A^2+2A+1 = (A+1)^2 = (x^2+3x+1)^2 \\ & \therefore b=3, c=1 \\ & \therefore b-c=3-1=2 \end{aligned}$$

14. 다음 중 인수 분해가 올바른 것을 모두 고르면?
[배점 4, 중중]

- ① $x^2-3x-4=(x-1)(x+4)$
 ② $x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$
 ③ $x^2-8xy-20y^2=(x-2)(x+10y)$
 ④ $x^2+13xy+22y^2=(x+2y)(x+11y)$
 ⑤ $x^2+5xy-6y^2=(x+y)(x-6y)$

해설

- ① $(x+1)(x-4)$
 ③ $(x+2y)(x-10y)$
 ⑤ $(x-y)(x+6y)$

15. $(2a-3b)^2-(4a-5b)^2=4(ma+nb)(b-pa)$ 일 때,
 $mn-p$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -11 ② 13 ③ -13
 ④ 11 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & 2a-3b=X, 4a-5b=Y \text{ 로 치환하면} \\ & X^2-Y^2=(X+Y)(X-Y) \\ &= (2a-3b+4a-5b)(2a-3b-4a+5b) \\ &= (6a-8b)(-2a+2b) \\ &= 4(3a-4b)(b-a) \\ & \therefore m=3, n=-4, p=1 \\ & \therefore mn-p=-12-1=-13 \end{aligned}$$

16. $4a^2(x-5) - 2a(5-x)$ 를 인수분해하면?
[배점 4, 중중]

- ① $2a(x+5)(2a-1)$ ② $2a(x-5)(a+1)$
 ③ $2a(x-5)(2a+1)$ ④ $2a(5-x)(2a+1)$
 ⑤ $2a(x-5)(1-a)$

해설

$$4a^2(x-5) - 2a(5-x) = 4a^2(x-5) + 2a(x-5) \\ = 2a(x-5)(2a+1)$$

17. 다음 중 $(-a+2b)^2$ 과 전개식이 같은 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $-(a-2b)^2$ ② $-(a+2b)^2$
 ③ $(-a-2b)^2$ ④ $(a-2b)^2$
 ⑤ $(a+2b)^2$

해설

$$(-a+2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2 \\
 \text{① } -(a-2b)^2 = -a^2 + 4ab - 4b^2 \\
 \text{② } -(a+2b)^2 = -a^2 - 4ab - 4b^2 \\
 \text{③ } (-a-2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2 \\
 \text{④ } (a-2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2 \\
 \text{⑤ } (a+2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$$

18. $a+b+c=0$, $abc=5$ 일 때, $(a+b)(b+c)(c+a)$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

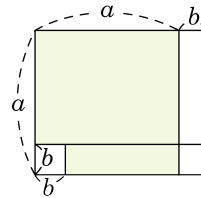
▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$a+b+c=0 \text{ 이므로 } a+b=-c, b+c=-a, c+a=-b \\
 (a+b)(b+c)(c+a) = (-c) \times (-a) \times (-b) = -abc = -5$$

19. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이를 나타낸 식은?



[배점 5, 중상]

- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 ② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 ④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
 ⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

색칠한 부분의 넓이는 $a^2 - b^2$

20. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

$$(1) a^2 + 8a + A = (a + 4)^2$$

$$(2) x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2$$

[배점 5, 중상]

- ① 16, 6, 3 ② 8, 6, 3 ③ 16, 3, 6
④ 8, 3, 6 ⑤ 6, 8, 3

해설

$$a^2 + 8a + A = (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16, A = 16$$

$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2, C^2 = 9, C = \pm 3, B = 2C, B = \pm 6$$

$$\therefore A = 16, B = 6, C = 3 \quad \therefore B, C \text{는 양수}$$

21. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}, \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, $x^3y + xy^3$ 의 값을 구하면?
[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 8 ③ 14
④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1 (\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

22. $(2\sqrt{2} + 3)^{99}(2\sqrt{2} - 3)^{99}$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(2\sqrt{2} + 3)^{99}(2\sqrt{2} - 3)^{99}$$

$$= \{(2\sqrt{2} + 3)(2\sqrt{2} - 3)\}^{99}$$

$$= (8 - 9)^{99} = -1$$

23. $(3x - ay)(bx + y) = 6x^2 + cxy - 2y^2$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(3x - ay)(bx + y) = 3bx^2 + (3 - ab)xy - ay^2$$

$$= 6x^2 + cxy - 2y^2$$

$$3b = 6, 3 - ab = c, -a = -2 \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 2, c = -1$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

24. $a + b = 4, a^2 - b^2 = 20$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ 이므로}$$

$$4 \times (a - b) = 20$$

$$\therefore a - b = 5$$

25. $ab = 2$, $(a+3)(b+3) = 20$ 일 때, $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$
의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3 = (a+b)^3 - ab(a+b)$$

$ab = 2$, $(a+3)(b+3) = 20$ 에서

$2 + 3(a+b) + 9 = 20$ 이므로

$$\therefore a+b = 3$$

$$\therefore (a+b)^3 - ab(a+b) = 3^3 - 2 \times 3 = 21$$