단원 종합 평가

1. 다음 식을 전개한 것으로 옳은 것은?

$(a+b+1)(a-b+1)$

[배점 3, 하상]

① a^2-b^2+2a+1 ② a^2-b^2+2a-1

③ a^2-b^2-2a-1 ④ a^2+b^2+2a+1

⑤ a^2+b^2-2a-1

해설

$a+1=t$ 라 하면

$\{(a+1)+b\}\{(a+1)-b\}=(t+b)(t-b)=t^2-b^2$

$=(a+1)^2-b^2=a^2+2a+1-b^2$

2. $(5x+a)(3x-2)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 상수항이 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $a=2$

해설

$15x^2+(3a-10)x-2a$ 에서 $3a-10=-2a$

$\therefore a=2$

3. $(2x-3y)(3x+5y)$ 를 전개하여 xy 의 계수를 A, y^2 의 계수를 B 라 할 때, $A+B$ 를 구하시오.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $A+B=-14$

해설

(준식) $6x^2+xy-15y^2$ 에서 $A=1, B=-15$

$\therefore A+B=-14$

4. 부피가 x^3+x^2y-x-y 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x-1, x+1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면? [배점 3, 하상]

① $x+y$ ② $x-y^2$ ③ x^2+y

④ $x+y^2$ ⑤ $x-y$

해설

$x^3+x^2y-x-y=x^2(x+y)-(x+y)=(x+y)(x+1)(x-1)$ 이다.

따라서 직육면체의 높이는 $x+y$ 이다.

5. $(4x-1)^2-(1+3x)(1-3x)$ 를 전개하면? [배점 3, 중하]

① $7x^2-4x$ ② $7x^2-8x$

③ $25x^2-8x$ ④ $7x^2-14x-2$

⑤ $8x^2-6x-4$

해설

(준식)$=16x^2-8x+1-(1-9x^2)=25x^2-8x$

6. $(4x+9)(x-2)$ 를 전개하면 $4x^2-(2a-5)x+3b$ 이다. 이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab=-12$

해설

$4x^2+x-18=4x^2-(2a-5)x+3b$

1) $-2a+5=1$ 에서 $a=2$

2) $3b=-18$ 에서 $b=-6$

$\therefore ab=-12$

7. $x=\sqrt{5}-2,\ y=\sqrt{5}+2$ 일 때, $x^2-xy-2y^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-10-12\sqrt{5}$

해설

$x^2-xy-2y^2$

$=(x-2y)(x+y)$

$=\left(\sqrt{5}-2-2\sqrt{5}-4\right)\left(\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2\right)$

$=\left(-\sqrt{5}-6\right)2\sqrt{5}$

$=-10-12\sqrt{5}$

8. $(x-3)(x+a)-2$ 가 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

▷ 정답 : -2

해설

$(x-3)(x+a)-2=(x+\alpha)(x+\beta)$

$x^2+(a-3)x-3a-2=x^2+(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$

$\begin{cases} a-3=\alpha+\beta & \cdots\cdots\cdots(1) \\ -3a-2=\alpha\beta & \cdots\cdots\cdots(2) \end{cases}$

(1) 의 $a=\alpha+\beta+3$ 을 (2) 에 대입하면

$-3\alpha-3\beta-9-2=\alpha\beta$

$\alpha\beta+3\alpha+3\beta+9=-2$

$(\alpha+3)(\beta+3)=-2$

$\alpha+3=\pm1$ 일 때, $\beta+3=\mp2$ 이므로

$(\alpha,\ \beta)=(-2,-5),\ (-4,-1)$

$a=\alpha+\beta+3$ 이므로

따라서 $a=-4$ 또는 -2 이다.

9. $x^2+Ax-24=(x+B)(x+C)$ 일 때, A 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수) [배점 3, 중하]

① 23 ② -10 ③ 5

④ -3 ⑤ 2

해설

$x^2+Ax-24=x^2+(B+C)x+BC$

$A=B+C, BC=-24$

두 정수를 곱해서 24 가 되는 경우는

$1\times 24,\ 2\times 12,\ 3\times 8,\ 4\times 6$ 이다.

그런데 곱해서 -24 가 되므로 각 경우마다 한 수는 양수, 다른 수는 음수가 되어야 한다.

따라서 $A=B+C$ 가 될 수 있는 수는 각 경우의 두 수의 차 만큼이다.

$\therefore A=\pm 23,\ \pm 10,\ \pm 5,\ \pm 2$

10. $x=\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$, $y=\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ 일 때, $x+y$, xy 의 값과 곱셈 공식을 이용하여 $x^2+3xy+y^2$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$x+y=\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})+2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5-3}=2\sqrt{5}$

$xy=\dfrac{2\times 2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=2$

$x^2+3xy+y^2=(x+y)^2+xy=(2\sqrt{5})^2+2=20+2=22$

해설

x, y 를 유리화하면, $x=\sqrt{5}-\sqrt{3}$, $y=\sqrt{5}+\sqrt{3}$ 이므로 $x+y=2\sqrt{5}$, $xy=2$

$x^2+3xy+y^2=(x+y)^2+xy=(2\sqrt{5})^2+2=22$

11. 한 변의 길이가 acm 인 정사각형의 가로의 길이를 $5cm$ 만큼 늘이고, 세로의 길이를 $3cm$ 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 $15cm^2$ 만큼 커졌다고 한다. 이 때, a 의 값은? [배점 4, 중중]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 32

해설

정사각형의 넓이 : a^2, 직사각형의 넓이 : $(a+5)(a-3)$ 두 사각형의 넓이 차이 : 15

$(a+5)(a-3)-a^2=15$

$a^2+2a-15-a^2=15$

$2a=30$

$\therefore a=15$

12. $(x+y-5)(x-y-5)$ 를 전개하는데 가장 적절한 식은? [배점 4, 중중]

① $\{(x+y)-5\}\{(x-y)-5\}$

② $\{x+(y-5)\}\{x-(y+5)\}$

③ $\{(x-5)+y\}\{(x-5)-y\}$

④ $\{x+(y-5)\}\{(x-y)-5\}$

⑤ $\{(x+y)+5\}\{(x-y)+5\}$

해설

공통의 인수를 찾는다.

13. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 이 $(x^2+bx+c)^2$ 으로 인수분해 될 때 $b-c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x(x+1)(x+2)(x+3)+1$

$= x(x+3)\times(x+1)(x+2)+1$

$= (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$

$x^2+3x = \mathrm{A}$ 라 하면

$\mathrm{A}^2+2\mathrm{A}+1 = (\mathrm{A}+1)^2 = (x^2+3x+1)^2$

$\therefore b=3,\ c=1$

$\therefore b-c = 3-1 = 2$

14. 다음 중 인수 분해가 올바른 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $x^2-3x-4 = (x-1)(x+4)$

② $x^2-4x+3 = (x-1)(x-3)$

③ $x^2-8xy-20y^2 = (x-2)(x+10y)$

④ $x^2+13xy+22y^2 = (x+2y)(x+11y)$

⑤ $x^2+5xy-6y^2 = (x+y)(x-6y)$

해설

① $(x+1)(x-4)$

③ $(x+2y)(x-10y)$

⑤ $(x-y)(x+6y)$

15. $(2a-3b)^2-(4a-5b)^2 = 4(ma+nb)(b-pa)$ 일 때, $mn-p$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① -11 ② 13 ③ -13

④ 11 ⑤ -2

해설

$2a-3b = X,\ 4a-5b = Y$ 로 치환하면

$X^2-Y^2 = (X+Y)(X-Y)$

$= (2a-3b+4a-5b)(2a-3b-4a+5b)$

$= (6a-8b)(-2a+2b)$

$= 4(3a-4b)(b-a)$

$\therefore m=3,\ n=-4,\ p=1$

$\therefore\ mn-p = -12-1 = -13$

16. $4a^2(x-5)-2a(5-x)$ 를 인수분해하면?

[배점 4, 중중]

① $2a(x+5)(2a-1)$ ② $2a(x-5)(a+1)$

③ $2a(x-5)(2a+1)$ ④ $2a(5-x)(2a+1)$

⑤ $2a(x-5)(1-a)$

해설

$4a^2(x-5)-2a(5-x)=4a^2(x-5)+2a(x-5)$
$=2a(x-5)(2a+1)$

17. 다음 중 $(-a+2b)^2$ 과 전개식이 같은 것은?

[배점 5, 중상]

① $-(a-2b)^2$ ② $-(a+2b)^2$

③ $(-a-2b)^2$ ④ $(a-2b)^2$

⑤ $(a+2b)^2$

해설

$(-a+2b)^2=a^2-4ab+4b^2$
①$-(a-2b)^2=-a^2+4ab-4b^2$
②$-(a+2b)^2=-a^2-4ab-4b^2$
③$(-a-2b)^2=a^2+4ab+4b^2$
④$(a-2b)^2=a^2-4ab+4b^2$
⑤$(a+2b)^2=a^2+4ab+4b^2$

18. $a+b+c=0,\ abc=5$ 일 때, $(a+b)(b+c)(c+a)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

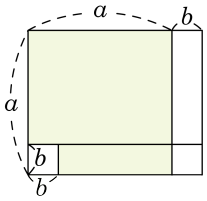
▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$a+b+c=0$이므로 $a+b=-c,\ b+c=-a,\ c+a=-b$
$(a+b)(b+c)(c+a)=(-c)\times(-a)\times(-b)=-abc=-5$

19. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이를 나타낸 식은?



[배점 5, 중상]

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

② $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

③ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

④ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

해설

색칠한 부분의 넓이는 a^2-b^2

20. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

(1) $a^2+8a+A=(a+4)^2$
(2) $x^2+Bx+9=(x+C)^2$

[배점 5, 중상]

① 16, 6, 3 ② 8, 6, 3 ③ 16, 3, 6
④ 8, 3, 6 ⑤ 6, 8, 3

해설

$a^2+8a+A=(a+4)^2=a^2+8a+16$, $A=16$
$x^2+Bx+9=(x+C)^2=x^2+2Cx+C^2, C^2=9$, $C=\pm3$, $B=2C$, $B=\pm6$
$\therefore A=16$, $B=6$, $C=3$ $\therefore B$, C는 양수

21. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 4 ② 8 ③ 14
④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$x^2=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$, $y^2=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$
$(xy)^2=x^2y^2=2^2-(\sqrt{3})^2=1$
$xy=1(\because\ x>0, y>0)$
따라서, $x^3y+xy^3=xy(x^2+y^2)=1\times4=4$ 이다.

22. $(2\sqrt{2}+3)^{99}(2\sqrt{2}-3)^{99}$ 의 값은? [배점 5, 상하]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(2\sqrt{2}+3)^{99}(2\sqrt{2}-3)^{99}$
$=\{(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)\}^{99}$
$=(8-9)^{99}=-1$

23. $(3x-ay)(bx+y)=6x^2+cxy-2y^2$ 이 성립할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:
▷ 정답: 3

해설

$(3x-ay)(bx+y)=3bx^2+(3-ab)xy-ay^2$
$=6x^2+cxy-2y^2$
$3b=6$, $3-ab=c$, $-a=-2$ 이므로
$a=2$, $b=2$, $c=-1$
$\therefore\ a+b+c=3$

24. $a+b=4$, $a^2-b^2=20$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:
▷ 정답: 5

해설

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 이므로
$4\times(a-b)=20$
$\therefore a-b=5$

25. $ab=2,\ (a+3)(b+3)=20$ 일 때, $a^3+2a^2b+2ab^2+b^3$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$a^3+2a^2b+2ab^2+b^3=(a+b)^3-ab(a+b)$

$ab=2,\ (a+3)(b+3)=20$ 에서

$2+3(a+b)+9=20$ 이므로

$\therefore\ a+b=3$

$\therefore\ (a+b)^3-ab(a+b)=3^3-2\times 3=21$