

단원 종합 평가

1. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(a+2)(b+1) = ab + \square + 2$ 임을 알 수 있다. 이 때, 빈칸에 알맞은 식은?

[배점 3, 중하]

- ① $2a + b$ ② $a + 2b$ ③ $a + b$
④ $2b$ ⑤ $2a$

해설

$$(a+2)(b+1) = ab + a + 2b + 2$$

2. $(x+y+1)(2x+y-3)$ 을 전개한 식에서 xy 의 계수는?

[배점 3, 중하]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$(x+y+1)(2x+y-3) \text{ 의 식에서 } xy \text{ 항: } xy+2xy = 3xy \text{ } xy \text{ 의 계수는 } 3$$

3. 다항식 $Ax^2 + Bx + C$ 를 인수분해 하였더니 $(3x-1)(2x+1)$ 이 되었다. 이 때, $A+B+C$ 의 값을 구하시오.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

$$\begin{aligned} Ax^2 + Bx + C &= (3x-1)(2x+1) \\ Ax^2 + Bx + C &= 6x^2 + x - 1 \\ \therefore A &= 6, B = 1, C = -1 \\ \therefore A + B + C &= 6 \end{aligned}$$

4. 두 이차식 $x^2 - 3x - 4$ 와 $2x^2 - 11x + 12$ 의 공통인수는?

[배점 3, 중하]

- ① $x - 1$ ② $x - 4$ ③ $x + 1$
④ $2x - 3$ ⑤ $2x + 3$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 3x - 4 &= (x-4)(x+1) \\ 2x^2 - 11x + 12 &= (2x-3)(x-4) \end{aligned}$$

5. 다음 중 완전제곱식이 되지 않는 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $x^2 - 6x + 9$ ② $4x^2 + 16x + 16$
③ $x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25}$ ④ $x^2 + 2xy + y^2$
⑤ $x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{36}y^2$

해설

$$\begin{aligned} ① \quad x^2 - 6x + 9 &= (x-3)^2 \\ ② \quad 4x^2 + 16x + 16 &= (2x+4)^2 \\ ④ \quad x^2 + 2xy + y^2 &= (x+y)^2 \\ ⑤ \quad x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{36}y^2 &= \left(x + \frac{1}{6}y\right)^2 \end{aligned}$$

6. $1 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때,
 $\frac{a}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}}{b}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $2\sqrt{3}-1$
 ④ $2+\sqrt{3}$ ⑤ $1+\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{3} < 2 \text{ 이고 } 2 < 1 + \sqrt{3} < 3 \text{ 이므로} \\ 1 + \sqrt{3} \text{의 정수 부분 } a = 2, \text{ 소수 부분 } b = \sqrt{3} - 1 \\ \frac{a}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}}{b} &= \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \\ &= \frac{(2-\sqrt{3})(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}-1} \\ &= \frac{2\sqrt{3}+2-3-\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{aligned}$$

7. $(2x+1-\sqrt{2})(2x+1+\sqrt{2}) = ax^2+bx-1$ 일 때,
 $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} 2x+1 &= X \text{ 라 하면 } (X-\sqrt{2})(X+\sqrt{2}) = X^2-2 = \\ &= (2x+1)^2-2 \\ &= 4x^2+4x+1-2 = 4x^2+4x-1 \therefore a=4, b=4 \\ \therefore a+b &= 8 \end{aligned}$$

8. $x^2-5x+1=0$ 일 때, $x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$ 의 값을
 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 28

해설

$$\begin{aligned} x^2-5x+1=0 \text{의 양변을 } x \text{로 나누면 } x+\frac{1}{x} &= 5 \\ x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2} &= (x+\frac{1}{x})^2-2+(x+\frac{1}{x}) \\ &= 25-2+5=28 \end{aligned}$$

9. 이차식 $x^2-\frac{2}{3}x+p$ 가 완전제곱식 $(x+q)^2$ 으로 될
 때, $3p-q$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{9}$
 ④ $-\frac{1}{9}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} x^2-\frac{2}{3}x+p &= \left(x-\frac{1}{3}\right)^2 = (x+q)^2 \\ \therefore q &= -\frac{1}{3}, p = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \\ \therefore 3p-q &= 3 \times \frac{1}{9} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

10. x 에 관한 이차식 $cx^2 - 13x - 20$ 를 인수분해 한 식이 $(ax - 5)(5x + b)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 21 ⑤ 22

해설

$$(ax - 5)(5x + b) = 5ax^2 + (ab - 25)x - 5b$$

$$= cx^2 - 13x - 20$$

$$5a = c, ab - 25 = -13, -5b = -20$$

$$\therefore b = 4, a = 3, c = 15$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 15 = 22$$

11. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(80)}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 8

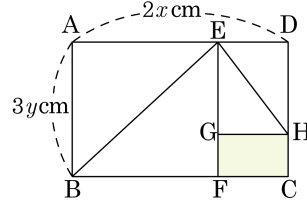
해설

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})} = \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{a+1-a} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a} \text{ 이므로 (준식)}$$

$$= (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{81} - \sqrt{80})$$

$$= \sqrt{81} - \sqrt{1} = 9 - 1 = 8$$

12. 아래 그림과 같이 가로 길이가 $2x$ cm, 세로 길이가 $3y$ cm 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE와 정사각형 EGHD를 잘라내었을 때, 남은 종이의 넓이를 x, y 의 식으로 바르게 나타낸 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $4x^2 + 18xy + 18y^2$
 ② $4x^2 - 18xy + 18y^2$
 ③ $4x^2 - 18xy - 18y^2$
 ④ $-4x^2 - 18xy + 18y^2$
 ⑤ $-4x^2 + 18xy - 18y^2$

해설

$$\square GFCH = \square ABCD - (\square ABFE + \square EGHD)$$

$$= 6xy - \{(3y)^2 + (2x - 3y)^2\}$$

$$= 6xy - (9y^2 + 4x^2 - 12xy + 9y^2)$$

$$= -4x^2 + 18xy - 18y^2$$

13. $(x + 2)(x^2 + Ax + B)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 x 의 계수가 모두 0 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$$(x + 2)(x^2 + Ax + B) = x^3 + Ax^2 + Bx + 2x^2 + 2Ax + 2B = x^3 + (A + 2)x^2 + (2A + B)x + 2B$$

$$A + 2 = 0, 2A + B = 0 \text{ 이므로 } A = -2, B = 4$$

$$\therefore A + B = (-2) + 4 = 2$$

14. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 15^2 - 16^2$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -136

해설

$$\begin{aligned} & (1-2)(1+2) + (3-4)(3+4) + (5-6)(5+6) + \cdots + (15-16)(15+16) \\ &= -(1+2+3+4+5+\cdots+15+16) \\ &= -(17 \times 8) \\ &= -136 \end{aligned}$$

15. $x^3 - x^2y - 2x + 2y$ 의 인수가 아닌 것을 실수의 범위
에서 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $x - \sqrt{2}$ ② $x - y$ ③ 2
④ $x + \sqrt{2}$ ⑤ x^2

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= x^2(x-y) - 2(x-y) \\ &= (x-y)(x^2-2) \\ &= (x-y)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) \end{aligned}$$

16. 다항식 $(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 5x + 6) - 60$ 을 인수분해
하면? [배점 5, 중상]

- ① $(x+4)(x-3)(x^2+x+5)$
② $(x-4)(x+3)(x^2-x+4)$
③ $(x+6)(x-2)(x^2+x+5)$
④ $(x+4)(x-3)(x^2+x+4)$
⑤ $(x-4)(x+3)(x^2+x+4)$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 - 3x + 2)(x^2 + 5x + 6) - 60 \\ &= (x-1)(x-2)(x+2)(x+3) - 60 \\ &= (x-1)(x+2) \times (x-2)(x+3) - 60 \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-6) - 60 \\ & \quad x^2+x=A \text{로 놓으면} \\ & (A-6)(A-2) - 60 = A^2 - 8A - 48 \\ &= (A-12)(A+4) \\ &= (x^2+x-12)(x^2+x+4) \\ &= (x+4)(x-3)(x^2+x+4) \end{aligned}$$

17. 다음 중 $x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy$ 의 인수는?
[배점 5, 중상]

- ① $x-1$ ② $x+1$ ③ $y+1$
④ $x+y$ ⑤ $x-y$

해설

$$\begin{aligned} & x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy \\ &= xy(xy - x - y + 1) \\ &= xy\{x(y-1) - (y-1)\} \\ &= xy(x-1)(y-1) \end{aligned}$$

18. $(x^2 - x + 1)^{10} = a_{20}x^{20} + a_{19}x^{19} + a_{18}x^{18} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 라 할 때

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{19} + a_{20}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x = 1$ 를 양변에 대입시키면 $(1^2 - 1 + 1)^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{19} + a_{20} = 1$

19. $xy = 1$, $(x+1)(y+1) = 5$ 일 때, $x^2(x-y) + y^2(y-x)$ 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$(x+1)(y+1) = xy + (x+y) + 1$
 $= 1 + (x+y) + 1 = 5$ 에서 $x+y = 3$
 또한 $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$ 에서
 $(x-y)^2 = 3^2 - 4 \times 1 = 5$
 $x^2(x-y) + y^2(y-x)$
 $= x^2(x-y) - y^2(x-y)$
 $= (x-y)(x^2 - y^2)$
 $= (x-y)(x-y)(x+y)$
 $= (x-y)(x-y)^2$
 $= 3 \times 5 = 15$

20. $x^2 - y^2 - 7x - 3y + a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 의 값을 구하여라. (단, a 는 정수)

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - y^2 - 7x - 3y + a$
 $= (x+y+\alpha)(x-y+\beta)$
 $= x^2 - y^2 + (\alpha+\beta)x + (-\alpha+\beta)y + \alpha\beta$
 $\alpha+\beta = -7$
 $\quad +) -\alpha+\beta = -3$
 $\quad \quad \quad 2\beta = -10$
 $\beta = -5, \alpha = -2$
 $\therefore a = \alpha\beta = (-2) \times (-5) = 10$

21. $x^2 - 20x + 84$ 가 17 의 배수일 때, 자연수 x 의 최솟 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 20x + 84 = (x-6)(x-14)$ 가 17 의 배수가 되려면
 $x-6$ 또는 $x-14$ 가 17 의 배수가 되어야 한다.
 이때, 자연수 x 의 최솟값은
 $x-6 = 17$ 일 때이므로 $x = 23$

22. 다음 중 $x-3$ 를 인수로 갖는 다항식은?

[배점 5, 상하]

- ① $x^2 - 2x - 8$ ② $x^2 - 2x - 3$
 ③ $x^2 + 3x + 2$ ④ $x^2 - x - 2$
 ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

② $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$
 따라서 $(x-3)$ 을 인수로 갖는다.

23. $(x^2 - x + 1)^{10} = a_{20}x^{20} + a_{19}x^{19} + a_{18}x^{18} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 라 할 때,

$a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{18} + a_{20}$ 의 값을 구하면?

[배점 6, 상중]

- ① $\frac{1}{2}(3^{10} + 1)$ ② $\frac{1}{2}(3^{10} - 1)$
 ③ $(3^{10} + 1)$ ④ $\frac{1}{2}(-3^{10} + 1)$
 ⑤ 1

해설

$f(x) = (x^2 - x + 1)^{10}$ 에서 $f(1) = 1$
 $f(x) = (x^2 - x + 1)^{10}$ 에서 $f(-1) = 3^{10}$
 $a_0 + a_2 + \dots + a_{18} + a_{20} = x$
 $a_1 + a_3 + \dots + a_{17} + a_{19} = y$
 $x + y = 1, x - y = 3^{10}$
 $\therefore x = \frac{1}{2}(3^{10} + 1)$

24. $x = \sqrt{2} + 1$ 일 때, $\frac{|x|}{x - |x|} + \frac{2x + |x|}{|x|}$ 의 값을 바르게 구한 것은? (단, $|x|$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수이다.)

[배점 6, 상중]

- ① $3\sqrt{2} + 4$ ② $3\sqrt{2} - 4$ ③ $4\sqrt{2} + 3$
 ④ $4\sqrt{2} - 3$ ⑤ $2\sqrt{2} + 5$

해설

$x = \sqrt{2} + 1, |x| = 2$
 (준식) $= \frac{2}{\sqrt{2} + 1 - 2} + \frac{2\sqrt{2} + 2 + 2}{2}$
 $= \frac{2}{\sqrt{2} - 1} + \sqrt{2} + 2$
 $= 2(\sqrt{2} + 1) + \sqrt{2} + 2$
 $= 3\sqrt{2} + 4$

25. 양수 a, b 에 대하여, $a\sqrt{b} + b\sqrt{a} = \sqrt{12}$, $a\sqrt{a} + b\sqrt{b} = \sqrt{28}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$a\sqrt{b} + b\sqrt{a} = \sqrt{12}, a\sqrt{a} + b\sqrt{b} = \sqrt{28}$
 두 식의 양변을 각각 제곱하면
 $a^2b + ab^2 = ab(a + b) = 12$
 $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$
 $a + b = X, ab = Y$ 로 치환하면
 $XY = 12, X^3 - 3XY = 28$
 $\therefore X = 4, Y = 3$
 따라서 $a^2 + b^2 = X^2 - 2Y = 16 - 6 = 10$ 이다.