

단원 종합 평가

1. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(x-4)^2 - (x-5)(x-3)$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$(x-4)^2 - (x-5)(x-3) = x^2 - 8x + 16 - (x^2 - 8x + 15) = x^2 - 8x + 16 - x^2 + 8x - 15 = 1$$

2. $(3x-2)^2 + (x-5)(x+5)$ 를 간단히 하면?

[배점 3, 중하]

① $10x^2 + 12x + 21$

② $10x^2 + 12x - 21$

③ $10x^2 - 12x - 21$

④ $10x^2 - 12x + 21$

⑤ $x^2 - 12x - 21$

해설

$$(\text{준식}) = (9x^2 - 12x + 4) + (x^2 - 25) = 10x^2 - 12x - 21$$

3. $(2x+a)^2$ 을 전개한 결과가 $4x^2 + 2bx + (b-1)$ 일 때, 다음 중 옳지 않는 것은? [배점 3, 중하]

① $b = 2a$

② $a^2 = b - 1$

③ $(a-1)^2 = 0$

④ $b^2 = 4b - 4$

⑤ $a + b = 2$

해설

$$(2x+a)^2 = 4x^2 + 4ax + a^2 = 4x^2 + 2bx + (b-1)$$

$$4a = 2b \Rightarrow b = 2a, \quad a^2 = b - 1 \text{ 이므로 } b = 2a \text{ 를 } a^2 = b - 1 \text{ 에 대입하면 } (a-1)^2 = a^2 - 2a + 1 = 0$$

성립

$$a^2 - 2a + 1 = 0 \text{ 에 } a = \frac{b}{2} \text{ 대입하면 성립}$$

해설

$$(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1 = 0 \text{ 이면 } a = 1, \quad b = 2 \text{ ⑤}$$

$$a = 1, b = 2 \text{ 를 대입하면}$$

$$a + b = 1 + 2 = 3 \therefore \text{성립하지 않는다.}$$

4. $(a+b)(a+b+3)+2$ 를 인수분해했을 때, 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $(a-b+1)(a-b+2)$
 ② $(a+b+1)(a+b+2)$
 ③ $(a-b+1)(a+b+2)$
 ④ $(a-b-1)(a-b-2)$
 ⑤ $(a+b-1)(a+b-2)$

해설

$$\begin{aligned} a+b &= A \text{ 로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= A(A+3)+2 \\ &= A^2+3A+2 \\ &= (A+1)(A+2) \\ &= (a+b+1)(a+b+2) \end{aligned}$$

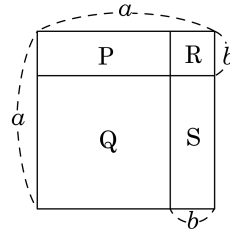
5. $a+b=2$, $a^2+b^2=5$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오.
[배점 4, 중중]

▶ 답:
 ▷ 정답: -10

해설

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2+b^2+2ab \\ 4 &= 5+2ab \therefore ab = -\frac{1}{2} \\ \text{따라서, } \frac{a}{b}+\frac{b}{a} &= \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{5}{-\frac{1}{2}} = -10 \end{aligned}$$

6. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형을 네 부분으로 나눈 넓이를 각각 P, Q, R, S 라 할 때, $Q+R$ 을 a, b 로 나타낸 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $a^2-2ab+2b^2$ ② $a^2-2ab+b^2$
 ③ a^2-ab+b^2 ④ a^2-2ab
 ⑤ a^2+2ab

해설

$$\begin{aligned} Q &= (a-b)^2, R = b^2 \\ \therefore Q+R &= a^2-2ab+2b^2 \end{aligned}$$

7. $4b-2a+a^2-2ab$ 를 인수분해하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:
 ▶ 답:
 ▷ 정답: $(a-2)(a-2b)$
 ▷ 정답: $(a-2b)(a-2)$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= a^2-2a-2ab+4b \\ &= a(a-2)-2b(a-2) \\ &= (a-2)(a-2b) \end{aligned}$$

8. 다음 중 $a^3 - 4a^2$ 의 인수가 아닌 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $a - 4$ ② a ③ a^2
 ④ a^3 ⑤ $a^2(a - 4)$

해설

$$a^3 - 4a^2 = a^2(a - 4)$$

9. $(x + y + 2)^2 - (x - y - 2)^2$ 을 인수분해하면?

[배점 4, 중중]

- ① $2x(y + 2)$ ② $4x(y - 2)$ ③ $x(3y + 2)$
 ④ $4x(y + 2)$ ⑤ $4y(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned} x + y + 2 &= A, \quad x - y - 2 = B \text{라 하면} \\ A^2 - B^2 &= (A + B)(A - B) \\ &= (x + y + 2 + x - y - 2)(x + y + 2 - x + y + 2) \\ &= 2x(2y + 4) = 4x(y + 2) \end{aligned}$$

10. $(x + 2 - \sqrt{3})(x + 2 + \sqrt{3})$ 을 전개하였을 때 x 의 계수를 a , 상수항을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 3 ② 4 ③ 1
 ④ 0 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} (x + 2 - \sqrt{3})(x + 2 + \sqrt{3}) \text{의 전개식에서} \\ x \text{ 항} \Rightarrow 2x + \sqrt{3}x + 2x - \sqrt{3}x = 4x \text{이므로 } a = 4 \\ \text{상수항} \Rightarrow 4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3 = 1 \text{이므로 } b = 1 \\ \therefore a - b = 4 - 1 = 3 \end{aligned}$$

11. $a + b + c = 0$, $abc = 5$ 일 때, $(a + b)(b + c)(c + a)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$\begin{aligned} a + b + c = 0 \text{이므로 } a + b = -c, \quad b + c = -a, \quad c + a = -b \\ (a + b)(b + c)(c + a) = (-c) \times (-a) \times (-b) = -abc = -5 \end{aligned}$$

12. $x^3 + \square = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} (x + 2)\{x(x - 2) + 4\} &= x(x + 2)(x - 2) + 4(x + 2) \\ &= x(x^2 - 4) + 4(x + 2) = x^3 - 4x + 4x + 8 = x^3 + 8 \end{aligned}$$

13. $a = \frac{4-\sqrt{2}}{3}$, $b = \frac{4+2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $4a^2 + 4ab + b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 4a^2 + 4ab + b^2 &= (2a + b)^2 \\ &= \left(\frac{8-2\sqrt{2}}{3} + \frac{4+2\sqrt{2}}{3} \right)^2 \\ &= 4^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

14. $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$ 이고, $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -6 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} \frac{g(x)}{f(x)} &= \frac{6x^2 - 5x - 4}{4x + 2} = \frac{(2x + 1)(3x - 4)}{2(2x + 1)} = \\ \frac{3x - 4}{2} &= \frac{3}{2}x - 2 \\ \frac{3}{2}x - 2 &= ax + b \text{ 이므로 } a = \frac{3}{2}, b = -2 \\ \therefore 2ab &= 2 \times \frac{3}{2} \times (-2) = -6 \end{aligned}$$

15. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

$$\begin{aligned} (1) \quad &a^2 + 8a + A = (a + 4)^2 \\ (2) \quad &x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 \end{aligned}$$

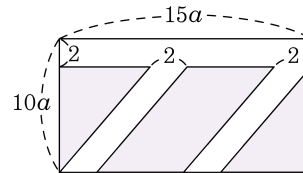
[배점 5, 중상]

- ① 16, 6, 3 ② 8, 6, 3 ③ 16, 3, 6
④ 8, 3, 6 ⑤ 6, 8, 3

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 8a + A &= (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16, A = 16 \\ x^2 + Bx + 9 &= (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2, C^2 = 9, C = \pm 3, B = 2C, B = \pm 6 \\ \therefore A &= 16, B = 6, C = 3 \quad \therefore B, C \text{ 는 양수} \end{aligned}$$

16. 아래의 그림에서 가로 $15a$, 세로 $10a$ 인 직사각형모양의 땅에 폭이 2 인 일정한 길을 내었다. 길이 아닌 부분(어두운 부분)의 넓이를 하나의 다항식으로 나타낸 것은?



[배점 5, 상하]

- ① $10a^2 - 75a + 8$ ② $10a^2 - 70a + 4$
③ $150a^2 - 45a + 8$ ④ $150a^2 - 70a + 8$
⑤ $150a^2 - 80a + 6$

해설

$$\begin{aligned} (15a - 4)(10a - 2) &= 150a^2 - 30a - 40a + 8 = \\ &= 150a^2 - 70a + 8 \end{aligned}$$

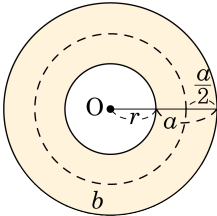
17. $(2\sqrt{2}+3)^{99}(2\sqrt{2}-3)^{99}$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (2\sqrt{2}+3)^{99}(2\sqrt{2}-3)^{99} \\ &= \{(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)\}^{99} \\ &= (8-9)^{99} = -1 \end{aligned}$$

18. 아래 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (b 는 점선의 원주의 길이)



[배점 5, 상하]

- ① ab ② $2ab$ ③ πab
④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$\begin{aligned} b &= 2\pi \left(r + \frac{a}{2}\right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a) \\ \text{어두운 부분의 넓이를 } S \text{ 라 하면} \\ S &= \pi(a+r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) = a \{\pi(a + 2r)\} = ab \end{aligned}$$

19. $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2$ 가 성립할 때, $P = a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 을 간단히 하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} &= \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 \text{ 에서 } a+b+c=0 \\ \therefore P &= \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} + \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} \\ &= -\frac{b}{b} - \frac{c}{c} - \frac{a}{a} = -3 \end{aligned}$$

20. 두 다항식 $x^2 - 5x - a, 2x^2 - x - b$ 의 공통인수가 $x - 3$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} \text{(i) } x^2 - 5x - a &= (x - 3)(x + \alpha) \\ &= x^2 + (\alpha - 3)x - 3\alpha \text{ 에서} \\ \alpha - 3 &= -5, \alpha = -2 \\ -a &= -3\alpha = 6 \\ \therefore a &= -6 \\ \text{(ii) } 2x^2 - x - b &= (x - 3)(2x + \beta) \\ &= 2x^2 + (\beta - 6)x - 3\beta \text{ 에서} \\ \beta - 6 &= -1, \beta = 5 \\ -b &= -3\beta = -15 \\ \therefore b &= 15 \\ \therefore a + b &= -6 + 15 = 9 \end{aligned}$$

21. $\frac{10^2}{26^2 + 40^2 + 49^2 - 16^2 - 30^2 - 39^2}$ 을 계산하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{20}$

해설

$$\begin{aligned} \text{분모} &= (26^2 - 16^2) + (40^2 - 30^2) + (49^2 - 39^2) \\ &= (26 - 16)(26 + 16) + (40 - 30)(40 + 30) \\ &\quad + (49 - 39)(49 + 39) \\ &= 10 \times 42 + 10 \times 70 + 10 \times 88 \\ &= 2000 \\ \therefore \frac{10^2}{26^2 + 40^2 + 49^2 - 16^2 - 30^2 - 39^2} \\ &= \frac{100}{2000} = \frac{1}{20} \end{aligned}$$

22. $x = 2^{34} + 1$, $y = 5^{36} + 1$ 일 때, 두 수의 곱 xy 는 a 자리의 수이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 36

해설

$$\begin{aligned} x &= 2^{34} + 1, y = 5^{36} + 1 \text{ 이므로} \\ xy &= 25 \times 10^{34} + 5^{36} + 2^{34} + 1 \\ \text{그런데, } 1 + 5^{36} + 2^{34} + 10^{34} &\text{ 이므로} \\ (\because \frac{1}{10^{34}} + 5\frac{2}{2^{34}} + \frac{1}{5^{34}} < 1) \\ x \times y \text{ 의 자리수는 } 25 \times 10^{34} \text{ 의 자리수와 같다.} \\ \text{따라서, } xy \text{ 는 } 36 \text{ 자리수이다.} \end{aligned}$$

23. 기호 $\langle x \rangle$ 를 x 에 가장 가까운 정수라 정의하자.
이 때, $\langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \rangle + \langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \rangle$ 의 값을 구하면?
[배점 6, 상중]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &\text{ 는 } x \text{ 에 가장 가까운 정수이다. } 1 < \sqrt{2} < \sqrt{(1.5)^2} < 2 \text{ 이므로 } \langle \sqrt{2} \rangle = 1 \\ (\text{주어진 식}) &= \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \rangle + \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \rangle \\ &= \langle 2 - \sqrt{2} \rangle + \langle 2 + \sqrt{2} \rangle = 1 + 3 = 4 \quad (\because 1 < \sqrt{2} < 1.5) \end{aligned}$$

24. $x = \sqrt{2} + 1$ 일 때, $\frac{|x|}{x-|x|} + \frac{2x+|x|}{|x|}$ 의 값을 바르게 구한 것은? (단, $|x|$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수이다.)
[배점 6, 상중]

- ① $3\sqrt{2} + 4$ ② $3\sqrt{2} - 4$ ③ $4\sqrt{2} + 3$
④ $4\sqrt{2} - 3$ ⑤ $2\sqrt{2} + 5$

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{2} + 1, |x| = 2 \\ (\text{준식}) &= \frac{2}{\sqrt{2}+1-2} + \frac{2\sqrt{2}+2+2}{2} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{2} + 2 \\ &= 2(\sqrt{2}+1) + \sqrt{2} + 2 \\ &= 3\sqrt{2} + 4 \end{aligned}$$

25. $a = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$, $b = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ 일 때, $a^2 + 3ab + b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\begin{aligned}
 & a^2 + 3ab + b^2 \\
 &= (a+b)^2 + ab \\
 &= \left(\frac{1}{3-2\sqrt{2}} + \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\left(\frac{3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \right)^2}{1} + \frac{1}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \\
 &= \left(\frac{6}{9-8} \right)^2 + \frac{1}{9-8} = 36 + 1 = 37
 \end{aligned}$$