

단원 종합 평가

1. $\sqrt{52-x} = 7$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{52-x} &= 7, \\ 52-x &= 49, \quad x = 3\end{aligned}$$

2. 다음 표의 수 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수들을 찾아 색칠하여라. 또 그 수들이 나타내는 수를 아래쪽에 색칠하여 두 그림이 나타내는 수를 말하여라.

$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{18}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{20}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{8}$

-5	6	3	0	25
-10	-0.3	16	8	11
-1	7	9	0.1	-4
15	10	-10	-6	-13
-7	2	0.3	5	12

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 42

해설

$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{18}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{20}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{8}$

-5	6	3	0	25
-10	-0.3	16	8	11
-1	7	9	0.1	-4
15	10	-10	-6	-13
-7	2	0.3	5	12

3. 9의 제곱근 중 작은 수와 25의 제곱근 중 큰 수의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

9의 제곱근: ± 3

25의 제곱근: ± 5

9의 제곱근 중 작은 수와 25의 제곱근 중 큰 수의 합은 $-3 + 5 = 2$

4. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉣ -2 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉤ 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉥ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉣. × -2 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.($-1, 0, 1$ 3개가 있다.)
- ㉤. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

5. $\sqrt{6}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $2(a - \sqrt{6})$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -4

해설

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

$$a = \sqrt{6} - 2$$

$$2(a - \sqrt{6}) = 2(\sqrt{6} - 2 - \sqrt{6}) = -4$$

6. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{3\sqrt{18}}{\sqrt{3}} + \sqrt{24}$ 를 a , b 로 나타내면? [배점 4, 중중]

- ① $6ab$ ② $5ab$ ③ $2a + 2b$
 ④ $3a + 2b$ ⑤ $3a + 3b$

해설

$$\frac{3\sqrt{18}}{\sqrt{3}} + \sqrt{24} = 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$$

$$a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3} \text{ 에서 } ab = \sqrt{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore 5\sqrt{6} = 5ab$$

7. 다음 중 $3\sqrt{5} - \sqrt{20} + \sqrt{32} - 2\sqrt{18}$ 을 간단히 하였을 때, 올바른 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5} + \sqrt{2}$
 ③ $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{5} - \sqrt{2}$
 ⑤ $2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

해설

$$3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = \sqrt{5} - 2\sqrt{2}$$

8. $4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6} = A\sqrt{2} + B\sqrt{6}$ 이 성립할 때, $A - B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수이다.) [배점 4, 중중]

- ① 9 ② -9 ③ 3 ④ -3 ⑤ 0

해설

$$4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6}$$

$$= (4 - 1)\sqrt{2} + \frac{-23 + 11}{2}\sqrt{6}$$

$$= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$$

$$A = 3, B = -6 \text{ 이므로 } A - B = 9$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $6\sqrt{14} \div 2\sqrt{7} \div \sqrt{2} = 3$
 ② $-\sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = -3\sqrt{2}$
 ③ $0.08 \div 3.2 \div 0.4 = 0.0625$
 ④ $\sqrt{15} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{27}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $\frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \div \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{12}} \div \frac{1}{\sqrt{2}} = 12$

해설

- ② $-\sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$
 ① $6\sqrt{14} \div 2\sqrt{7} \div \sqrt{2} = 3$
 ③ $0.08 \div 3.2 \div 0.4 = 0.0625$
 ④ $\sqrt{15} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{27}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $\frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \div \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{12}} \div \frac{1}{\sqrt{2}} = 12$

10. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 라 할 때, $\sqrt{72}$ 를 a , b 를 써서 나타내면?

[배점 4, 중중]

- ① a^3b^2 ② a^2b^3 ③ a^3b
 ④ a^2b^2 ⑤ ab^3

해설

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^3 \times 3^2} = (\sqrt{2})^3 (\sqrt{3})^2 = a^3b^2$$

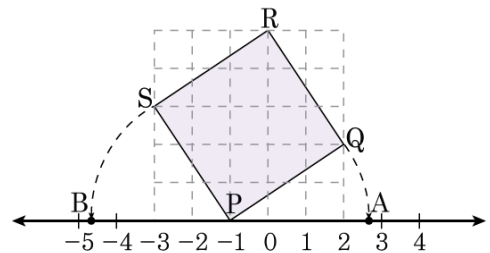
11. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -10 ② -5 ③ 0
 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} x &= \pm 2, y = \pm 3 \\ x - y &= -1, 5, -5, 1 \\ \therefore M - m &= 5 - (-5) = 10 \end{aligned}$$

12. 다음 그림에서 $\square PQRS$ 는 정사각형이고, $\overline{PQ} = \overline{PA}$, $\overline{PS} = \overline{PB}$ 이다. 두 점 A, B 의 x 의 좌표를 각각 a , b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= \overline{PS} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \\ A(-1+\sqrt{13}), B(-1-\sqrt{13}) &\text{ 이므로 } a = -1+\sqrt{13} \\ , b &= -1-\sqrt{13} \\ a + b &= \sqrt{13} - 1 + (-\sqrt{13} - 1) = -2 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

13. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm\sqrt{x}$ 이다.
- ㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{7.5}$ 이다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

14. 유리수, 무리수의 집합을 각각 Q, I 라고 한다. $a \in Q, b \in I$ 일 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $ab \in Q$ ② $\sqrt{a} + b \in I$
- ③ $a + b^2 \in Q$ ④ $a - b \in I$
- ⑤ $b\sqrt{a} \in I$

해설

- ① 반례: $a = 2, b = \sqrt{2}$, $2\sqrt{2} \in I$
- ② 반례: $a = 2, b = -\sqrt{2}$, $\sqrt{2} - \sqrt{2} \in Q$
- ③ 반례: $a = 1, b = 0.1234\cdots$, $1 + (0.1234\cdots)^2 \in I$
- ⑤ 반례: $a = 2, b = \sqrt{2}$, $\sqrt{2}\sqrt{2} = 2 \in Q$

15. $\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2}$ 을 간단히 하면?

[배점 5, 중상]

- ① $6 - 4\sqrt{2}$ ② $-4\sqrt{2}$
- ③ 6 ④ 0
- ⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2} \\
 &= |3 - 2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2} - 3| \\
 &= 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

16. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다. x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $x = 100a$, $y = 10b$
 ② $x = 10a$, $y = \frac{b}{10}$
 ③ $x = 100b$, $y = \frac{a}{100}$
 ④ $x = 10a$, $y = \frac{b}{100}$
 ⑤ $x = 10ab$, $y = \frac{10}{b}$

해설

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10}$$

17. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(주어진 식)

$$= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2}$$

$$= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}$$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$$-2x + 2y = 0 \quad (x, y \text{는 유리수}) \text{ 이 되어야 한다.}$$

즉, $x = y$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

18. $\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 253

해설

$\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면 $\sqrt{144-x}$ 는 최댓값, $\sqrt{25+y}$ 는 최솟값을 가져야 한다.

$$\sqrt{144}(=12) > \sqrt{144-x} \text{ 이므로}$$

$\sqrt{144-x}=11$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

$$144-x=11^2 \text{ 에서 } x=23$$

$$\text{또, } \sqrt{25}(=5) < \sqrt{25+y} \text{ 이므로}$$

$\sqrt{25+y}=6$ 일 때, 최솟값을 갖는다.

$$25+y=6^2 \text{ 에서 } y=11$$

$$xy=23 \times 11=253$$

19. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{120xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 5, 상하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

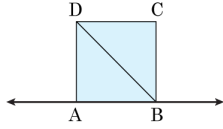
해설

$$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$$

$$xy=30$$

$$(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6), (6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$$

20. 다음과 같이 수직선 위의 점 $A(-4)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4π

해설

정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로

대각선 BD 의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi$ 이다.

21. 유리수 a, b, c 에 대하여 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $f(0) = 3$, $f(\sqrt{3}) = 4 - \sqrt{3}$ 을 만족할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{3}$

해설

$f(0) = 3$ 이므로 $c = 3$

$f(\sqrt{3}) = (3a + c) + b\sqrt{3} = 4 - \sqrt{3}$

$3a + c = 4 \therefore a = \frac{1}{3}$

$\therefore b = -1$

따라서 $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - x + 3$ 이므로 $f(1) = \frac{1}{3} - 1 + 3 = \frac{7}{3}$ 이다.

22. $x = 2\sqrt{2} + 1$ 일 때, $x^3 - 2x^2 + x - 5$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{2} + 3$

해설

$x = 2\sqrt{2} + 1$ 에서 $x - 1 = 2\sqrt{2}$ 이므로 양변을 제곱하면

$$x^2 - 2x + 1 = 8, x^2 - 2x = 7$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = x(x^2 - 2x) + x - 5 = 8x - 5 = 8(2\sqrt{2} + 1) - 5 = 16\sqrt{2} + 3$$

23. 집합 $A = \{a + b\sqrt{3} | a, b \text{는 실수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 6, 상중]

- ① 집합 A 는 유리수 전체의 집합의 부분집합이다.
- ② 집합 A 는 무리수 전체의 집합의 부분집합이다.
- ③ 유리수 전체의 집합은 집합 A 의 부분집합이다.
- ④ 집합 A 와 무리수 전체의 집합의 합집합은 실수 전체의 집합이다.
- ⑤ 집합 A 와 무리수 전체의 집합의 교집합은 무리수 전체의 집합이다.

해설

$b = 0$ 일 때 $A = \{a | a \text{는 실수}\}$ 이므로

③ (실수 전체의 집합) $\supset$ (유리수 전체의 집합)

④, ⑤ (실수 전체의 집합) $\supset$ (무리수 전체의 집합)

옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

24. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{7}$ 일 때, $\frac{b}{a} \times \frac{a}{b}$ 의 값은?

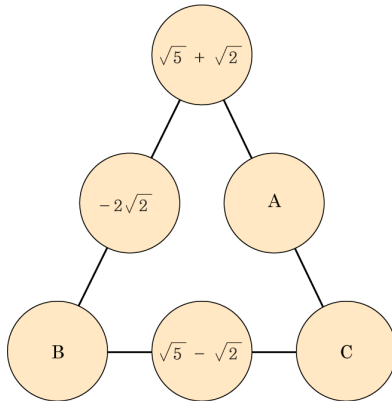
[배점 6, 상중]

- ① 1 ② $3\sqrt{7}$ ③ 4
④ 21 ⑤ 49

해설

$$\begin{aligned}\frac{b}{a} &= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3} \\ \frac{a}{b} &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7} \\ \therefore \frac{b}{a} \times \frac{a}{b} &= \frac{\sqrt{21}}{3} \times \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{\sqrt{21^2}}{21} = 1\end{aligned}$$

25. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때, $A - B + C$ 의 값을 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}B - 2\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} &= B + C + \sqrt{5} - \sqrt{2} \text{에서} \\ \therefore C &= 0 \\ \sqrt{5} + \sqrt{2} + A &= \sqrt{5} - \sqrt{2} + B \text{에서} \\ \therefore A - B &= -2\sqrt{2} \\ \therefore A - B + C &= -2\sqrt{2}\end{aligned}$$