

# 단원 종합 평가

1. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡  $\sqrt{3}$ 과  $\sqrt{5}$  사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉣  $-2$ 와  $\sqrt{2}$  사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉤ 1과 2사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉥  $\sqrt{5}$ 와  $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○  $\sqrt{3}$ 과  $\sqrt{5}$  사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.( 유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉣. ×  $-2$ 와  $\sqrt{2}$  사이에는 4개의 정수가 있다.(  $-1, 0, 1$  3개가 있다.)
- ㉤. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.( 무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉥. ×  $\sqrt{5}$ 와  $\sqrt{7}$  사이에는 1개의 자연수가 있다.( $\sqrt{5}$ 와  $\sqrt{7}$  사이에는 자연수가 없다.)

2. 한 변의 길이가 각각  $\sqrt{7}$ cm,  $\sqrt{10}$ cm 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

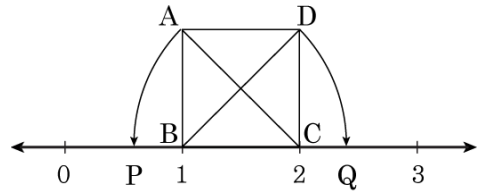
▶ 정답 :  $\sqrt{17}$ cm

해설

$(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{10})^2 = 17$  이다.

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 17의 양의 제곱근인  $\sqrt{17}$ (cm) 이다.

3. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD를 그렸다. 수직선 위의 두 점 P, Q에 대응하는 두 좌표의 곱을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 :  $\sqrt{2}$

해설

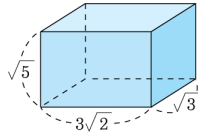
수직선 위의 두 점 P, Q에 대응하는 두 점의 좌표는 다음과 같다.

$$P = 2 - \sqrt{2}$$

$$Q = 1 + \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} (\text{구하는 값}) &= (2 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) \\ &= 2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2 \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같은 직육면체의 부피를  $\sqrt{a}$  의 꼴로 나타냈을 때,  $a$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

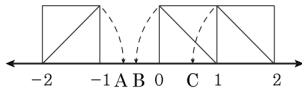
▶ 답 :

▶ 정답 : 270

해설

직육면체의 부피는 (가로)×(세로)×(높이)이므로  $3\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{30} = \sqrt{270}$  이다. 따라서  $a$ 의 값은 270 이다.

5. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. A, B, C 세 점의 좌표를  $a, b, c$  라 할 때,  $a+b+c$  를 구하면?



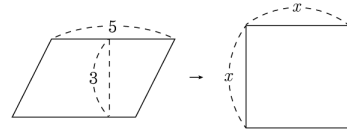
[배점 4, 중중]

- ①  $1 - \sqrt{2}$       ②  $2 - \sqrt{2}$       ③  $1 - 2\sqrt{2}$   
④  $2 - 2\sqrt{2}$       ⑤  $3\sqrt{2}$

해설

$a = -2 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}, c = 2 - \sqrt{2}$   
 $\therefore a+b+c = -2 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$

6. 가로의 길이가 5cm, 높이가 3cm 인 평행사변형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이  $x$  를 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① 3cm      ② 5cm      ③ 15cm  
④  $\sqrt{15}$ cm      ⑤  $\frac{\sqrt{15}}{2}$ cm

해설

(평행사변형의 넓이) = (정사각형의 넓이)

$$3 \times 5 = x^2$$

$$\therefore x = \sqrt{15} \text{ cm}$$

7.  $\sqrt{2} \left( \frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{18}} \right) + \frac{a}{\sqrt{3}} (\sqrt{12} - 3)$  이 유리수가 될 때, 유리수  $a$  의 값은? [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 :  $\frac{2}{3}$

해설

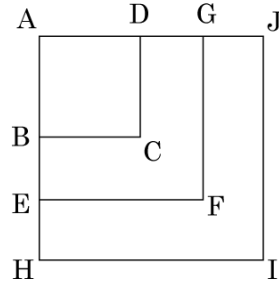
$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{6}} - \sqrt{2} \times \frac{10}{3\sqrt{2}} + 2a - \frac{3}{\sqrt{3}}a \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{10}{3} + 2a - \sqrt{3}a \\ &= \sqrt{3} \left( \frac{2}{3} - a \right) - \frac{10}{3} + 2a \end{aligned}$$

유리수가 되기 위해서는  $\frac{2}{3} - a = 0$  이므로

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

8.

다  
음  
그  
림  
에  
서



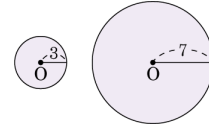
$\square ABCD$ ,  $\square AEFG$ ,  $\square AHJI$  는 모두 정사각형  
이고, 그 넓이는 각각  $12\text{cm}^2$ ,  $18\text{cm}^2$ ,  $32\text{cm}^2$  이다.  
 $\overline{AD} = a$ ,  $\overline{DG} = b$ ,  $\overline{GJ} = c$  일 때,  $a - b + c$  의 값을  
구하면? [배점 4, 중중]

- ①  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})\text{cm}$       ②  $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})\text{cm}$   
③  $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})\text{cm}$       ④  $4(\sqrt{3} - \sqrt{2})\text{cm}$   
⑤  $(4\sqrt{3} - 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned} a^2 &= 12, \quad \therefore a = 2\sqrt{3}\text{cm} \\ (\overline{AG})^2 &= 18, \quad \overline{AG} = 3\sqrt{2}\text{cm}, \\ \therefore b &= (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})\text{cm} \\ (\overline{AJ})^2 &= 32, \quad \overline{AJ} = 4\sqrt{2}\text{cm}, \\ \therefore c &= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}(\text{cm}) \\ \therefore a - b + c &= 2\sqrt{3} - (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) + \sqrt{2} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}(\text{cm}) \end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같은 두 원  $O$ ,  $O'$  의 넓이의 합과 같은  
넓이를 갖는 원의 반지름의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ①  $\sqrt{21}$       ②  $\sqrt{30}$       ③  $\sqrt{49}$   
④  $\sqrt{52}$       ⑤  $\sqrt{58}$

해설

구하려고 하는 반지름의 길이를  $x$  라 하면 원  $O$   
의 반지름의 길이가 3 이고, 원  $O'$  의 반지름의  
길이는 7 이므로  $3^2\pi + 7^2\pi = 9\pi + 49\pi = 58\pi$ ,  
넓이  $(\pi r^2)$  가  $58\pi$  인 원의 반지름의 길이는  $\sqrt{58}$   
이다.

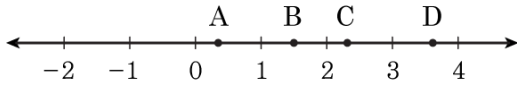
10. 25 의 음의 제곱근과 어떤 수의 양의 제곱근을 더하였  
더니  $-1$  이 되었다. 어떤 수는? [배점 5, 중상]

- ① 4      ② 9      ③ 16      ④ 36      ⑤ 49

해설

25 의 음의 제곱근 :  $-5$   
 $-5 + \square = -1$ ,  $\square = 4$   
4 는 16 의 양의 제곱근

11. 다음 보기의 수 중에서 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수들의 합을 구하여라.



보기

$\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}, \sqrt{3} + 2, \sqrt{3} + 4, 4 - \sqrt{3}$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 : B$$

$$-1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : \text{대응점 없음}$$

$$0 < 2 - \sqrt{2} < 1 : A$$

$$3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D$$

$$5 < \sqrt{3} + 4 < 6 : \text{대응점 없음}$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C$$

$$\therefore (2 - \sqrt{2}) + (\sqrt{2}) + (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 8$$

12.  $-1 < x < 0$  일 때,  $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(1-x)^2}$  을 간단히 하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답:  $-x + 2$

해설

$$(\text{준식}) = x + 1 - x + 1 - x = -x + 2$$

13.  $-1 < x < 0$  일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠  $-x^2$

㉡  $x$

㉢  $\sqrt{x}$

㉣  $-\frac{1}{x}$

㉤  $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답:  $-\frac{1}{x}$

해설

$-\frac{1}{x}$  이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

14.  $a\sqrt{(-a)^2}$  의 양의 제곱근을  $m$ ,  $-\sqrt{0.0144}$  를  $n$  이라고 할 때,  $m \times 100n$  의 값은? (단,  $a > 0$ )

[배점 5, 중상]

㉠  $-12a$

㉡  $12a$

㉢  $12a^2$

㉣  $-12a^2$

㉤  $-120a^2$

해설

$$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2 \text{ 이므로,}$$

$$a\sqrt{(-a)^2} \text{ 의 양의 제곱근은 } a \text{ 이다. } \therefore m = a$$

$$-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$$

$$\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$$

15.  $x, y > 0$  이고  $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126, 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$  일 때, 상수  $\frac{1}{x} \times y$  의 값을 구하여라.  
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} = \\ &= \sqrt{18 \times 18 \times x^2} = 18x \\ 18x &= 126 \\ \therefore x &= 7 \\ 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \\ \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} = \\ 6\sqrt{14y} \\ 6\sqrt{14y} &= 84 \\ \sqrt{14y} &= 14, y = 14 \\ \therefore \frac{1}{x} \times y &= \frac{1}{7} \times 14 = 2 \end{aligned}$$

16. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

[배점 5, 상하]

- ①  $(\sqrt{3})^2$       ②  $\sqrt{9}$       ③  $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$   
④  $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$       ⑤  $\sqrt{(-3)^2}$

해설

- ①, ②, ③, ⑤ : 3  
④ :  $3\sqrt{3}$

17.  $\sqrt{\frac{12x}{y}}$  가 자연수가 되게 하는 자연수  $x, y$  에 대하여  $x + y$  의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}}$  가 자연수가 되도록 하는 자연수  $x, y$  는 다음과 같다.

분모  $y$  는  $2^2 \times 3 \times x$  의 약수가 되어야 하므로  
 $y = 1$  일 때,  $x$  는  $3 \times (\text{자연수})^2$  꼴이므로 최솟값은  $3 \times 1^2 = 3$  이다.  $x + y = 3 + 1 = 4$

$y = 2$  일 때,  $x$  는  $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$  꼴이므로 최솟값은  $2 \times 3 \times 1^2 = 6$  이다.  $x + y = 6 + 2 = 8$

$y = 3$  일 때,  $x$  는  $(\text{자연수})^2$  꼴이므로 최솟값은  $1^2 = 1$  이다.  $x + y = 1 + 3 = 4$

$y$  가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때,  $x + y \geq 7$  ( $y = 4$  일 때,  $x = 3$ ) 이다.

따라서  $x + y$  의 최솟값은 4 이다.

18. 연속된 세 자연수  $a, b, c$  에 대하여,  $\sqrt{a+b+c}$  의 값이 자연수가 되기 위한 순서쌍  $(a, b, c)$  의 개수를 구하여라. (단,  $a + b + c \leq 80$ ) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2쌍

해설

$a, b, c$  가 연속된 세 자연수이므로  $a = b - 1, c = b + 1$  이다.

이때,  $\sqrt{a+b+c} = \sqrt{3b}$  가 자연수이므로

$b = 3k^2$  ( $k$  는 자연수)

$a + b + c \leq 80$  이므로  $3b = 9k^2 \leq 80$

$k^2 < \frac{80}{9} = 8.888 \dots$   $k = 1, 2$

따라서 조건을 만족하는 세 수  $(a, b, c)$  의 쌍은  $(2, 3, 4), (11, 12, 13)$  의 2 쌍이다.

19. 유리수  $a, b$ 가  $-1 < a < 0$ ,  $ab = 1$ 을 만족할 때,  
 $\sqrt{(a + \frac{1}{a})^2} + \sqrt{(a - \frac{1}{a})^2}$ 의 값을 구하여라.  
 [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답:  $-\frac{2}{a}$

해설

$$b = \frac{1}{a}, -1 < a < 0 \text{ 이므로 } a + \frac{1}{a} < 0, a - \frac{1}{a} > 0$$

$$\sqrt{(a + \frac{1}{a})^2} + \sqrt{(a - \frac{1}{a})^2} = -(a + \frac{1}{a}) + (a - \frac{1}{a}) = -\frac{2}{a}$$

20.  $\frac{5 - 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$  일 때, 유리수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은?  
 [배점 5, 상하]

① -5    ② -4    ③ -1    ④ 2    ⑤ 4

해설

$$\frac{5 - 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{(5 - 3\sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3} - 9}{3}$$

$$= -3 + \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$= a + b\sqrt{3}$$

$$\therefore a = -3, b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore ab = -5$$

21. 세 양의 정수  $a, b, c$ 에 대하여  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 의 정수 부분이 4 일 때,  $abc$ 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.  
 [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 4

▶ 정답: 8

▶ 정답: 9

▶ 정답: 12

▶ 정답: 16

▶ 정답: 18

해설

$$4 \leq \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} < 5 \text{ 에서 } 16 \leq a^2 + b^2 + c^2 < 25$$

$$(a, b, c) = (1, 1, 4) (1, 2, 4) (1, 3, 3) (2, 2, 3)$$

$$(2, 3, 3) (2, 4, 2) \text{ 이므로}$$

$$\therefore abc = 4, 8, 9, 12, 16, 18$$

22.  $\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수  $x$ 의 개수가 2개일 때, 이 식을 성립하게 하는 정수  $A$ 는 모두 몇 개인가?  
 [배점 6, 상중]

① 8 개    ② 9 개    ③ 10 개

④ 11 개    ⑤ 12 개

해설

$$\sqrt{5} < x < \sqrt{A} \text{ 를 만족하는 정수 } x \text{ 가 2 개가 되려면 } 4 < \sqrt{A} \leq 5 \text{ 여야 하므로 } 16 < A \leq 25$$

$$A = 17, 18 \dots 23, 24, 25 \text{ 이므로 9 개이다.}$$

23. 집합  $A(k) = \{x | k-1 < \sqrt{x} < k+1, x, k \text{는 정수}\}$ 에 대하여  $n(A(k)) = 47$ 을 만족하는  $k$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$k-1 < \sqrt{x} < k+1$ 에서 각 변을 제곱하면  
 $(k-1)^2 < x < (k+1)^2, x, k$ 가 모두 정수이므로  
 $(k+1)^2 - (k-1)^2 - 1 = 47$   
 $k^2 + 2k + 1 - k^2 + 2k - 1 - 1 = 47$   
 $4k = 48$   
 $k = 12$

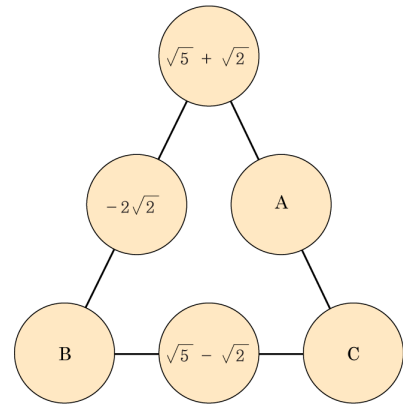
24.  $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{7}$ 일 때,  $\frac{b}{a} \times \frac{a}{b}$ 의 값은? [배점 6, 상중]

- ① 1                      ②  $3\sqrt{7}$                       ③ 4  
 ④ 21                      ⑤ 49

해설

$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$   
 $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$   
 $\therefore \frac{b}{a} \times \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{21}}{3} \times \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{\sqrt{21^2}}{21} = 1$

25. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때,  $A - B + C$ 의 값을 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2\sqrt{2}$

해설

$B - 2\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} = B + C + \sqrt{5} - \sqrt{2}$ 에서  
 $\therefore C = 0$   
 $\sqrt{5} + \sqrt{2} + A = \sqrt{5} - \sqrt{2} + B$ 에서  
 $\therefore A - B = -2\sqrt{2}$   
 $\therefore A - B + C = -2\sqrt{2}$