

단원 종합 평가

1. 주머니 A에는 흰 공이 3개, 검은 공이 5개, 주머니 B에는 흰 공이 2개, 검은 공이 4개, 주머니 C에는 흰 공이 1개, 검은 공이 3개 들어있다. 혜원이는 주머니 A에는 현진이는 주머니 B에서 승원이는 주머니 C에서 각각 공을 한 개씩 꺼낼 때 흰 공일 확률이 가장 높은 사람은? [배점 3, 중하]

- ① 혜원 ② 현진
③ 승원 ④ 현진과 승원
⑤ 혜원과 승원

해설

각각의 주머니에서 흰 공이 나올 확률은
 $A: \frac{3}{8}, B: \frac{1}{3}, C: \frac{1}{4}$
 $\therefore$ 혜원

2. 1에서 8까지 적힌 자물쇠가 있다. 4 자리의 비밀번호를 만들 때, 만들 수 있는 비밀번호의 경우의 수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
 ▷ 정답: 1680가지

해설

1에서 8까지의 숫자 8개 중 4개를 뽑아 네 자리 정수를 만드는 것과 같다.
 $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$ (가지)

3. 주머니 속에 노란 공 3개, 파란 공 5개가 들어 있다. 주머니에서 1개의 공을 꺼낼 때, 노란 공 또는 파란 공이 나올 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
 ▷ 정답: 1

해설

노란 공이 나올 확률은 $\frac{3}{8}$
 파란 공이 나올 확률은 $\frac{5}{8}$
 따라서 노란 공 또는 파란 공이 일어날 확률은
 $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1$ 이다.
 별해)
 주머니 속에는 노란 공 또는 파란 공이 있으므로 공을 1개 꺼낼 때, 일어날 수 있는 경우는 노란 공 또는 파란 공이 나오는 경우이므로 반드시 일어나는 사건이다. 따라서 구하는 확률은 1이다.

4. 승아가 수학 문제를 풀 확률은 $\frac{2}{3}$ 이다. 승아가 세 문제를 풀 때, 두 문제를 풀 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
 ▷ 정답: $\frac{4}{9}$

해설

$$3 \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{9}$$

5. 주사위 2 개를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, $\frac{a+b}{a-b}$ 가 짝수일 확률을 구하여라.

[배점 3, 중하]

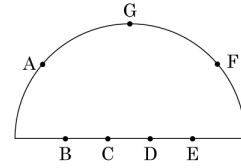
▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{12}$

해설

- (i) $a - b = 1$ 일 때, $a + b =$ (홀수)
(ii) $a - b = 2$ 일 때, $\frac{a+b}{a-b}$ 가 짝수인 경우는 $(a, b) = (3, 1), (5, 3)$
(iii) $a - b = 3$ 일 때, $a + b =$ (홀수)
(iv) $a - b = 4$ 일 때, $\frac{a+b}{a-b}$ 가 짝수인 경우는 $(a, b) = (6, 2)$
(v) $a - b = 5$ 일 때, $a + b =$ (홀수)
 $\therefore$ (구하는 확률) $= \frac{3}{6 \times 6} = \frac{1}{12}$

6. 다음 그림과 같은 반 원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



[배점 4, 중중]

- ① 21 개 ② 31 개 ③ 35 개
④ 150 개 ⑤ 210 개

해설

A, B, C, D, E, F, G의 7개의 점 중에서 3개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $7 \times 6 \times 5$ (가지)이다. 이때, 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 삼각형이므로 구하는 삼각형의 개수는 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1}$ (개)이다. 이 중에서 한 직선상의 세 점을 고르면 삼각형이 이루어 지지 않으므로 7개의 점 중에 3개를 뽑는 경우의 수에서 점 B, C, D, E 중에 3개를 뽑는 경우의 수를 빼면 된다. 따라서 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} - \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 35 - 4 = 31$ (가지)이다.

7. 주사위 두 개를 동시에 던졌을 때, 어느 쪽이든 4의 눈이 나오는 경우의 수는? [배점 4, 중중]

- ① 24 가지 ② 20 가지 ③ 18 가지
④ 12 가지 ⑤ 11 가지

해설

어느 쪽이든 4의 눈이 나오는 경우는 (1, 4), (2, 4), (3, 4), (4, 4), (5, 4), (6, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6)으로 11 가지이다.

8. 10원짜리 동전 4개, 100원짜리 동전 5개, 500원짜리 동전 2개를 써서 지불할 수 있는 금액은 몇 가지인지 구하여라. (단, 0원을 지불하는 것은 제외한다.)

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 79가지

해설

100원짜리 동전 5개로 지불할 수 있는 금액이 500원짜리 동전 1개와 같으므로, 500원짜리 2개를 100원짜리 10개로 간주한다. 따라서 구하고자 하는 경우의 수는 10원짜리 4개, 100원짜리 15개로 지불할 수 있는 금액의 가지 수이다.

$$\therefore 5 \times 16 - 1 = 79(\text{가지})$$

9. 1에서 10까지의 수가 각각 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 8의 약수가 나오는 경우의 수를 a , 소수가 나오는 경우의 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 10

해설

8의 약수는 1, 2, 4, 8이므로 $a = 4$ 이고, 1부터 10까지 수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7이므로 $b = 4$ 이다. 따라서 $a+b = 4+4 = 8$ 이다.

10. 토요일에 비가 올 확률이 30%, 일요일에 비가 올 확률이 40% 일 때, 이틀 연속 비가 올 확률은?

[배점 4, 중중]

- ① 5% ② 7% ③ 12%
④ 15% ⑤ 18%

해설

토요일에 비가 오고 일요일도 비가 올 확률은

$$\therefore \frac{3}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{12}{100}$$

즉, 12(%) 이다.

11. 크기가 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 두 눈의 곱이 짝수가 되는 경우의 수를 a 라고 하고, 나온 두 눈의 합이 짝수가 되는 경우의 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

해설

a : 짝 $\times$ 짝 : 9 가지, 홀 $\times$ 짝 : 9 가지, 짝 $\times$ 홀 : 9 가지

b : 짝+ 짝 : 9 가지, 홀+ 홀 : 9 가지

$$\therefore 9+9+9+9+9 = 45$$

12. 서로 다른 5 개의 문자 a, b, c, d, e 를 모두 한 번씩만 사용한 단어를 사전식으로 나열할 때, $cdeab$ 는 몇 번째의 단어인지 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 63 번째 ② 64 번째 ③ 65 번째
④ 66 번째 ⑤ 67 번째

해설

㉠ $a□□□□$ 인 경우의 수 : b, c, d, e 4 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (개)
 ㉡ $b□□□□$ 인 경우의 수 : ㉠과 같이 24 개
 ㉢ $ca□□□$ 인 경우의 수 : b, d, e 3 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (개)
 ㉣ $cb□□□$ 인 경우의 수 : a, d, e 3 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (개)
 ㉤ $cda□□$ 인 경우의 수 : b, e 2 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $2 \times 1 = 2$ (개)
 ㉥ $cdb□□$ 인 경우의 수 : a, e 2 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $2 \times 1 = 2$ (개)
 ㉥의 다음 문자가 $cdeab$ 이므로 $24 + 24 + 6 + 6 + 2 + 2 = 64$ 에서 $cdeab$ 는 65 번째의 단어이다.

13. 점 P 가 수직선의 원점 위에 놓여 있다. 동전 한 개를 5 번 던져 앞면이 나오면 오른쪽으로 1 만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1 만큼 움직이기로 할 때, 점 P 의 위치가 3 일 확률은 얼마인가? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{5}{32}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{12}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

모든 경우의 수는 : $2^5 = 32$
 앞 : a , 뒤 : $5 - a$ 로 놓으면
 $a - (5 - a) = 3$ 에서 $a = 4$ 이다.
 a 가 4 일 경우의 수는
 (HHHHT), ... (THHHH) : 5 가지
 $\therefore \frac{5}{32}$

14. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 경우의 수가 가장 적은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 두 눈의 합이 11 인 경우의 수
 ② 두 눈의 차가 3 인 경우의 수
 ③ 두 눈의 합이 12 보다 큰 경우의 수
 ④ 두 눈의 곱이 6 인 경우의 수
 ⑤ 두 눈의 서로 같은 경우의 수

해설

① (5, 6), (6, 5) $\therefore$ 2 가지
 ② (1, 4), (2, 5), (3, 6), (6, 3), (5, 2), (4, 1)
 $\therefore$ 6 가지
 ③ 0 가지
 ④ (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1) $\therefore$ 4 가지
 ⑤ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)
 $\therefore$ 6 가지

15. 주머니 속에 검은 공이 3 개, 흰 공이 7 개 들어 있다. 이 주머니에서 공을 차례로 두 번 꺼낼 때, 공의 색깔이 서로 같을 확률을 구하여라. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{8}{15}$

해설

$$\begin{aligned} \text{두 번 모두 검은 공일 때} &: \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15} \\ \text{두 번 모두 흰 공일 때} &: \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{7}{15} \\ \therefore \frac{1}{15} + \frac{7}{15} &= \frac{8}{15} \end{aligned}$$

16. 두 개의 주머니 A, B가 있다. A에는 6 개의 제비가 들어 있고 이 중 4 개가 당첨 제비이다. B에는 5 개의 제비가 들어 있다. A에서 두 번 연속하여 제비를 꺼낼 때(첫 번째 뽑은 제비를 넣지 않음), 두 개 모두 당첨 제비일 확률과 B에서 임의로 한 개를 꺼낼 때, 당첨 제비가 나올 확률은 같다고 한다. B에서 제비를 한 개 꺼내 확인한 후 B주머니에 넣은 다음 다시 제비 한 개를 꺼낼 때, 두 번 모두 당첨 제비가 나올 확률을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{27}$ ④ $\frac{2}{25}$ ⑤ $\frac{4}{25}$

해설

$$\begin{aligned} \text{A에서 두 번 연속 당첨 제비를 뽑을 확률은} \\ \frac{4}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ 이므로 B의 당첨 제비의 수는 2 개} \\ \text{이다.} \\ \text{따라서 B에서 2회 연속 당첨 제비 꺼낼 확률은} \\ \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25} \end{aligned}$$

17. 어떤 입학시험에 A, B, C가 합격할 확률이 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ 일 때, 두 사람이 합격할 확률이 a , 적어도 한 사람이 합격할 확률을 b 일 때, $b - a$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \text{A, B가 합격할 확률은 } \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) &= \frac{2}{15} \\ \text{B, C가 합격할 확률은 } \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} &= \frac{1}{5} \\ \text{C, A가 합격할 확률은 } \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{5} &= \frac{1}{10} \\ \text{따라서 두 사람이 합격할 확률은} \\ \frac{2}{15} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{13}{30} \text{ 이므로 } a &= \frac{13}{30} \\ \text{모두 불합격할 확률은} \\ \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) &= \frac{1}{15} \\ \text{적어도 한 사람이 합격할 확률은} \\ 1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15} \text{ 이므로 } b &= \frac{14}{15} \\ \therefore a = \frac{13}{30}, b = \frac{14}{15} \\ \therefore b - a = \frac{14}{15} - \frac{13}{30} &= \frac{28}{30} - \frac{13}{30} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

18. 강당의 긴 의자에 8명이 앉아 있을 때, 특정한 세 사람이 서로 이웃하여 앉을 확률을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{28}$

해설

i) 8명이 의자에 앉을 경우의 수는 $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

ii) 세 사람을 묶어서 생각하면 6명이 의자에 앉을 때의 경우의 수는 $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

iii) 세 사람의 앉는 위치가 바뀌는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1$

따라서, 구하는 확률은
$$\frac{(3 \times 2 \times 1) \times (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{3}{28}$$

19. 4장의 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수를 구하여라.

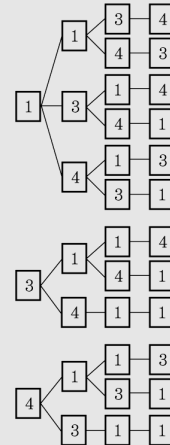
$\boxed{1}, \boxed{1}, \boxed{3}, \boxed{4}$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 가지

해설



$\therefore 6 + 3 + 3 = 12$ (가지)

20. 빨간 공과 파란 공이 모두 합해 10 개 들어 있는 주머니에서 2 개의 공을 꺼냈을 때, 적어도 한 개의 공이 파란 공일 확률은 $\frac{13}{15}$ 이다. 빨간 공과 파란 공의 개수를 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 빨간 공의 개수는 4 개

▷ 정답: 파란 공의 개수는 6 개

해설

빨간 공의 개수를 x 라 하면

2 개의 공을 뽑았을 때, 모두 빨간 공일 확률은 $\frac{x}{10} \times \frac{x-1}{9}$ 이므로

적어도 한 개의 공이 파란 공일 확률은 $1 - \frac{x}{10} \times \frac{x-1}{9} = \frac{13}{15}$ 이다.

따라서 $\frac{x}{10} \times \frac{x-1}{9} = \frac{2}{15}$, $x(x-1) = 12$

$\therefore x = 4$ 이다.

따라서 빨간 공의 개수는 4 개, 파란 공의 개수는 6 개이다.

21. 정육면체의 한 점 A 에서 모서리를 따라 갔을 때 가장 멀리 있는 점을 B 라고 하자. A 를 출발하여 모서리를 따라 B 에 도착하는 길 중, 길이가 가장 짧은 길은 모두 몇 가지인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 6 가지

해설

점 A 에서 갈림길은 3 가지이고, 그 다음 점에서 점 B 에 이르는 길은 각각 2 가지씩이므로 구하는 경우의 수는 $3 \times 2 = 6$ (가지) 이다.

22. 주사위 2 개를 동시에 던져서 2 개의 눈이 일치하면 그 눈을 득점으로 하고, 2 개의 눈이 다른 눈이 나오면 점수를 얻지 못할 때, 득점의 기댓값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7}{12}$ 점

해설

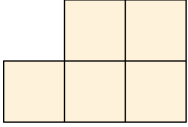
모든 경우의 수는 $6^2 = 36$ (가지)

이 중 두 개가 모두 같은 눈이 나오는 경우의 수는 6 가지이므로 득점을 할 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 이다.

따라서 두 눈이 모두 1, 2, 3, 4, 5, 6 일 때를 생각하여 구하는 득점의 기댓값은

$$\begin{aligned} & 1 \times \frac{1}{36} + 2 \times \frac{1}{36} + \cdots + 6 \times \frac{1}{36} \\ &= \frac{1}{36} (1 + 2 + \cdots + 6) \\ &= \frac{1}{36} \times 21 = \frac{7}{12} \text{ (점)} \\ & \text{이다.} \end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같은 상자에 과일을 넣으려고 한다. 여기에 사과, 배, 복숭아, 포도, 밤을 한 개씩 넣을 때, 사과와 배는 이웃(변을 공유)하지 않도록 넣는 경우의 수를 구하여라. (단, 상자의 모양과 크기는 관계없고 과일들의 위치 관계만 생각한다.)

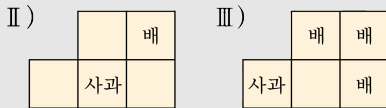


[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60 가지

해설



I, II, III 에서 $2 \times 3 + 1 + 3 = 10$ 가지이고 각각의 경우에 포도, 복숭아와 밤을 넣는 방법이 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)이다. 따라서 구하는 경우의 수는 $10 \times 6 = 60$ (가지)이다.

24. 사탕뽑기 기계에서 A, B 두 사람이 사탕을 뽑지 못할 확률이 각각 $\frac{9}{10}$, $\frac{8}{9}$ 이라고 할 때, 두 사람 모두 사탕을 뽑지 못할 확률은? [배점 6, 상중]

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{구하는 확률}) &= (\text{A가 뽑지 못할 확률}) \times \\ (\text{B가 뽑지 못할 확률}) &= \frac{9}{10} \times \frac{8}{9} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

25. 바구니 안에 노란 공이 4 개, 검은 공이 3 개, 빨간 공이 6 개 들어 있다. 이 중에서 무심코 공을 3 개 꺼낼 때, 빨간 공이 적어도 2 개 이상일 확률을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{26}$

해설

$$\begin{aligned} (1) (\text{빨간 공이 2 개일 확률}) &= \frac{6}{13} \times \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} = \frac{35}{286} \\ (2) (\text{빨간 공이 3 개일 확률}) &= \frac{6}{13} \times \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} = \frac{10}{143} \\ \therefore \text{구하는 확률} &: \frac{35}{286} + \frac{10}{143} = \frac{5}{26} \end{aligned}$$