단원 종합 평가

1. 자연수 x, y, z 가 짝수일 확률이 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$ 일 때, $x+y+z$ 가 홀수일 확률을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

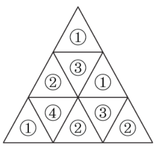
▷ 정답 : $\frac{53}{105}$

해설

(x, y, z 모두 홀수일 확률) + (x, y, z 중 하나가 홀수일 확률)

$= \left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{7}\right) + \left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{7}\right) + \left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}\times\frac{4}{7}\right) + \left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{7}\right) = \frac{53}{105}$

2. 다음과 같은 과녁에 숫자를 써 넣었다. 여기에 화살을 쏠 때 ②를 맞힐 확률을 구하여라.(단, 화살은 과녁을 벗어나지 않는다.)



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

과녁이 작은 삼각형 9개로 이루어져 있으며, 이중 ②가 3개이므로

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

3. 주머니 속에 1에서 20까지 숫자가 각각 적힌 구슬이 있다. 한 개를 뽑아 번호를 읽고 넣은 다음 다시 한 개를 뽑아 읽을 때, 처음에는 3의 배수, 나중에는 소수가 나올 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

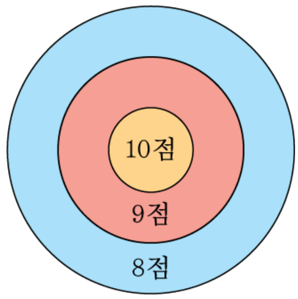
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{25}$

해설

$\frac{6}{20}\times\frac{8}{20} = \frac{3}{25}$

4. 상모와 진희가 두 발씩 쏜 뒤, 승부를 내는 양궁 경기를 하고 있다. 상모가 먼저 두 발을 쐈는데 19 점을 기록 하였다. 진희가 이길 확률을 구하여라.(단, 10 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{5}$, 9 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{3}$, 8 점을 쏠 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.)



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{25}$

해설

진희가 이기려면 10 점, 10 점을 쏴야한다.

10 점, 10 점이 되는 확률 : $\frac{1}{5}\times\frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

5. 다음 표는 서울에서 부산으로 가는 고속버스와 부산에서 서울로 오는 기차의 시간표이다. 진이가 서울에서 고속버스를 타고 부산에 있는 할아버지 댁에 가서 하루 동안 머무른 후 다음날 기차로 서울에 돌아오려고 한다. 모두 몇 가지 방법이 있는가?

고속버스
서울 → 부산
06 : 00
09 : 00
12 : 00
15 : 00
18 : 00
21 : 00

기차
부산 → 서울
10 : 00
17 : 00
22 : 30
23 : 00

[배점 4, 중중]

① 10가지 ② 12가지 ③ 24가지 ④ 27가지 ⑤ 36가지

해설

서울에서 부산으로 가는 경우의 수 : 6가지
부산에서 서울로 오는 경우의 수 : 4가지
$\therefore 6 \times 4 = 24$(가지) 이다.

6. 0 에서 4 까지의 숫자가 각각 적힌 5 장의 카드에서 3 장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들 때, 작은 순으로 27 번째의 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

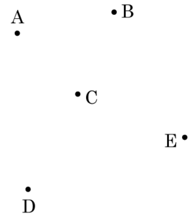
▶ 답 :

▷ 정답 : 304

해설

$1 \times \times$ 인 경우의 수는 $3 \times 4 = 12$ (가지)
$2 \times \times$ 인 경우의 수는 $3 \times 4 = 12$ (가지)
27 번째 정수를 찾아야 하므로
백의 자리에 3 이 오는 경우는 301, 302, 304 중 304 가 된다.

7. 다음 그림과 같이 세 점이 한 직선위에 있지 않는 5 개의 점 중 서로 다른 두 점을 연결하는 방법의 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10 개

해설

점 두 개를 임의로 뽑은 뒤, 반복해서 뽑은 경우의 수로 나눈다.
예를 들어 점 A 와 점 B 를 뽑아서 연결했을 때, 선분 AB 와 선분 BA 는 같은 것으로 중복된다.
따라서 $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ 이다.

8. 1 에서 6 까지의 숫자가 각각 적힌 6 장의 카드가 주머니 속에 들어 있다. 이 중에서 2 장을 꺼내어 두 자리의 정수를 만들 때, 그 수가 36 이상일 확률은?

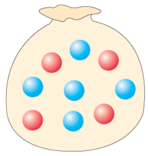
[배점 4, 중중]

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{8}{15}$

해설

전체 경우의 수 : $6 \times 5 = 30$ (가지)
36 이상일 경우의 수 : (36 을 뽑을 경우) + (십의 자리가 4, 5, 6 인 경우)$= 1 + 3 \times 5 = 16$
$\therefore \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$

9. 빨간 구슬 4 개와 파란 구슬 5 개가 들어 있는 주머니가 있다. 두 개의 구슬을 하나씩 두 번 꺼낼 때, 모두 빨간 구슬이 나올 확률이 $\frac{1}{6}$ 이라고 한다. 처음 뽑은 구슬을 다시 집어넣었는지, 집어넣지 않았는지 구분하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 처음 뽑은 구슬은 다시 집어넣지 않았다.

해설

전체 구슬이 9 개이므로 9 개 중에 4 개가 빨간 구슬이고 처음 뽑은 구슬을 집어넣었을 경우에 $\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}=\frac{16}{81}$ 이다.
전체 구슬이 9 개이므로 9 개 중에 4 개가 빨간 구슬이고 처음 뽑은 구슬을 집어넣지 않을 경우에 $\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{6}$ 이다.
따라서, 처음 뽑은 구슬은 다시 집어넣지 않았다.

10. 마린과 메딕이 A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 두 눈의 수의 차이만큼 계단을 오르는 게임을 하고 있다. 메딕이 주사위 두 개를 동시에 던질 차례에서 두 눈의 수의 차가 4 이상이면 이긴다고 한다. 마린이 이길 확률을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{6}$

해설

눈의 차가 4이상인 경우의 수는
$(1,5),(1,6),(2,6),(5,1),(1,6),(6,2)$ 의 6가지이므로, 메딕이 이길 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$
$\therefore$ (마린이 이길 확률)$=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

11. 동전 2 개와 주사위 1 개를 동시에 던질 때, 적어도 하나의 동전은 앞면이 나오고 주사위는 소수의 눈이 나올 확률은? [배점 5, 중상]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

동전 2 개와 주사위 1 개를 동시에 던질 때 경우의 수는 $2\times2\times6=24$ (가지) 이다.
적어도 하나의 동전이 앞면이 나오는 경우는 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞) 의 3 가지이고, 주사위에서 소수가 나오는 경우는 2, 3, 5 의 3 가지이므로 적어도 하나의 동전은 앞면, 주사위는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는 $3\times3=9$ (가지) 이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$ 이다.

12. 정사면체의 네 면에 각각 7 , 7 ,−7 , 0이 적혀 있다. 이 정사면체를 두 번 던졌을 때, 바닥에 깔리는 숫자의 합이 0이 될 확률은? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$(0,\ 0)$, $(7,\ -7)$, $(-7,\ 7)$일 확률의 합이므로
$\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{16}$이다.

13. 어떤 입학시험에 A, B, C가 합격할 확률이 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$일 때, 두 사람이 합격할 확률이 a, 적어도 한 사람이 합격할 확률을 b일 때, $b-a$의 값은?

[배점 5, 중상]

① 2　② 3　③ 4　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

A, B가 합격할 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{2}{15}$

B, C가 합격할 확률은 $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

C, A가 합격할 확률은 $\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{1}{10}$

따라서 두 사람이 합격할 확률은

$\frac{2}{15}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{13}{30}$이므로 $a=\frac{13}{30}$

모두 불합격할 확률은

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{15}$

적어도 한 사람이 합격할 확률은

$1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$이므로 $b=\frac{14}{15}$

$\therefore\ a=\frac{13}{30},\ b=\frac{14}{15}$

$\therefore\ b-a=\frac{14}{15}-\frac{13}{30}=\frac{28}{30}-\frac{13}{30}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$

14. 두 개의 주머니 A, B가 있다. A에는 6개의 제비가 들어 있고 이 중 4개가 당첨 제비이다. B에는 5개의 제비가 들어 있다. A에서 두 번 연속하여 제비를 꺼낼 때(첫 번째 뽑은 제비를 넣지 않음), 두 개 모두 당첨 제비일 확률과 B에서 임의로 한 개를 꺼낼 때, 당첨 제비가 나올 확률은 같다고 한다. B에서 제비를 한 개 꺼내 확인한 후 B주머니에 넣은 다음 다시 제비 한 개를 꺼낼 때, 두 번 모두 당첨 제비가 나올 확률을 구하면?

[배점 5, 중상]

① $\frac{2}{3}$　② $\frac{5}{9}$　③ $\frac{2}{27}$　④ $\frac{2}{25}$　⑤ $\frac{4}{25}$

해설

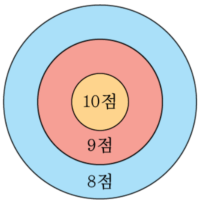
A에서 두 번 연속 당첨 제비를 뽑을 확률은

$\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$이므로 B의 당첨 제비의 수는 2개이다.

따라서 B에서 2회 연속 당첨 제비 꺼낼 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$

15. 경동이와 종호가 세 발씩 쏜 뒤, 승부를 내는 양궁 경기를 하고 있다. 경동이가 먼저 세 발을 쐈는데 28 점을 기록하였다. 종호가 이길 확률을 구하여라.
(단, 종호가 10 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{5}$, 9 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{3}$, 8 점을 쏠 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{6}{125}$

해설

종호가 이기려면 29점 이상을 기록해야 하므로 (9 점, 10 점, 10 점) 또는 (10 점, 10 점, 10 점)을 쏴야 한다.
(1) 9 점, 10 점, 10 점이 되는 경우 :
(9 점,10 점,10 점), (10 점,9 점,10 점), (10 점,10 점,9 점) 세 경우가 있으므로
$3 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$
(2) 10 점, 10 점, 10 점이 되는 경우 : $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$
$\therefore \frac{1}{25} + \frac{1}{125} = \frac{6}{125}$

16. 동전 4개를 던질 때, 적어도 한 개가 뒷면이 나올 확률은?

[배점 5, 상하]

① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{15}{16}$ ④ 1 ⑤ 0

해설

(적어도 한 개가 뒷면이 나올 확률)
= 1 − (모두 앞면이 나올 확률)
$= 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{1}$

17. 4 명의 학생이 신발주머니를 운동장에 놓고 농구를 했다. 운동이 끝난 후 임의로 신발주머니를 들었을 때, 자기 것을 든 학생이 한 명도 없을 경우의 수는?

[배점 5, 상하]

① 2 가지 ② 3 가지 ③ 4 가지
④ 6 가지 ⑤ 9 가지

해설

4 명의 학생을 A, B, C, D 라 하고 그들의 신발주머니를 각각, a, b, c, d 라 하고 학생들이 가져간 신발주머니를 (A, B, C, D) 꼴로 나타내 보면 (b, a, d, c) , (b, c, d, a) , (b, d, a, c) , (c, a, d, b) , (c, d, a, b) , (c, d, b, a) , (d, a, b, c) , (d, c, a, b) , (d, c, b, a) 로 9 가지이다.

18. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 5, 상하]

① 어떤 사건이 일어날 확률은 0 보다 크다.

② 흰 구슬 5 개가 들어 있는 주머니에서 구슬 1 개를 꺼낼 때, 흰 구슬일 확률은 1 이다.

③ 내일 비 올 확률과 맑을 확률은 각각 50% 이다.

④ 주머니의 제비를 뽑을 때 먼저 뽑는 사람이 항상 유리하다.

⑤ 주사위 두 개를 동시에 던질 때 나올 눈의 합이 5 또는 7 일 확률이 $\frac{5}{16}$ 이다.

해설

⑤ 합이 5 또는 7 일 확률은 $\frac{4}{36}+\frac{6}{36}=\frac{5}{18}$ 이다.

19. 영국이는 수학 시험에서 객관식 2 문제를 풀지 못하여 임의로 답을 체크하여 답안지를 제출하였다. 적어도 한 문제를 맞힐 확률은? (단, 객관식의 보기는 5 개이다.) [배점 5, 상하]

① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{4}{25}$ ③ $\frac{9}{25}$ ④ $\frac{11}{25}$ ⑤ $\frac{16}{25}$

해설

$1-\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{9}{25}$

20. 주미, 보현, 경섭, 현진 4 명의 졸업생과 선희, 기현, 연규, 주영, 형근 5 명의 재학생으로 구성된 농촌 봉사대를 조직하였다. 졸업생 중에서 대장 1 명, 재학생 중에서 부대장 1 명을 뽑을 때, 주미를 대장으로, 주영이를 부대장으로 뽑을 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{20}$

해설

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$

21. 1 에서 10 까지의 숫자가 각각 적힌 10 장의 카드 중에서 차례로 두 장을 뽑아 나온 숫자가 각각 x, y 라 할 때, 방정식 $2x-y=5$ 를 만족시킬 확률은? [배점 5, 상하]

① $\frac{2}{45}$ ② $\frac{4}{45}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$(x,\ y)$: $(3,1),(4,3),(6,7),(7,9)$ 4가지

따라서 구하는 확률 : $\frac{4}{90}=\frac{2}{45}$

22. x 에서 y 로의 함수 중, 임의의 $a,\ b$ 에 대하여 $a>b$ 일 때, $f(a)>f(b)$ 인 함수를 증가함수라고 하고, $a>b$ 일 때, $f(a)<f(b)$ 인 함수를 감소함수라고 한다. 집합 $X=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 를 정의역으로 하고, 집합 $Y=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14,\ 16,\ 18\}$ 을 공역으로 하는 함수 $f(x)$ 중 $f(2)=10$ 을 만족하는 증가함수의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24 가지

해설

$f(0),\ f(1)$ 은 $2,\ 4,\ 6,\ 8$ 중에서 하나의 값을 가져야 하고, $f(0)<f(1)$ 이므로 $2,\ 4,\ 6,\ 8$ 에서 뽑은 2 개의 수 중 작은 수는 $f(0)$, 큰 수는 $f(1)$ 이다.

따라서 $f(0),\ f(1)$ 을 정하는 방법의 수는 $\dfrac{4\times3}{2!}=6$ (가지) 이다.

$f(3),\ f(4),\ f(5)$ 는 $12,\ 14,\ 16,\ 18$ 에서 뽑은 3 개의 수 중 작은 순서대로 $f(3),\ f(4),\ f(5)$ 이다.

$\dfrac{4\times3\times2}{3!}=4$ (가지) 이다. 그러므로 조건을 만족하는 함수의 개수는 $6\times4=24$ 가지이다.

23. 동전을 6 회 던져서 n 회째 동전이 앞면이면 $X_n=1$ 이라 하고, 뒷면이면 $X_n=-1$ 이라고 하자. $S_n=X_1+X_2+\cdots+X_n\ (1\le n\le 6)$ 이라고 할 때, $S_2\ne0$ 이고, $S_6=2$ 일 경우의 수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7 가지

해설

$S_6=2$ 일 때 앞면은 네 번, 뒷면은 두 번 나와야 하고, $S_2\ne0$ 이므로 처음 두 번은 (앞, 앞) 또는 (뒤, 뒤) 여야 한다.

처음 두 번 모두 앞면이 나오는 경우 :

$\dfrac{4\times3\times2\times1}{(2\times1)\times(2\times1)}=6$ (가지)

처음 두 번이 모두 뒷면이 나오는 경우 : 1 (가지)

$\therefore\ 6+1=7$ (가지)

24. 숫자 1, 2, 3, 4 가 적힌 정사면체 주사위 2 개를 4 번 던졌을 때, 밑면에 적힌 숫자의 합이 짝수인 경우가 3 회 연속으로 나오거나, 홀수인 경우가 3 회 연속으로 나오면 상품을 얻는 게임이 있을 때, 상품을 탈 수 있는 확률을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{8}$

해설

(1) 세 번 만에 상품을 타는 경우

① 밑면의 합이 (짝, 짝, 짝) 인 경우

밑면의 합이 짝수가 나오려면 (1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 2), (4, 4) 의 8 가지의 경우가 있으므로 밑면의 합이 짝수가 나올 확률은 $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$

$\therefore\ \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

② 밑면의 합이 (홀, 홀, 홀) 인 경우

밑면의 합이 홀수가 나오는 경우는 (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3) 의 8 가지이므로 밑면의 합이 홀수가 나올 확률은 $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$

$\therefore\ \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

$\rightarrow$ 3 번 만에 상품을 타는 경우는 $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$ 이다.

(2) 네 번 만에 상품을 타는 경우

① 밑면의 합이 (홀, 짝, 짝, 짝) 인 경우 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

② 밑면의 합이 (짝, 홀, 홀, 홀) 인 경우 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

$\rightarrow$ 4 번 만에 상품을 타는 경우는 $\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{8}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$ 이다.

25. 사탕뽑기 기계에서 A, B 두 사람이 사탕을 뽑지 못할 확률이 각각 $\frac{9}{10}$, $\frac{8}{9}$ 이라고 할 때, 두 사람 모두 사탕을 뽑지 못할 확률은? [배점 6, 상중]

① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

(구하는 확률)= (A가 뽑지 못할 확률) $\times$ (B가 뽑지 못할 확률) $=\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}=\frac{4}{5}$