

실력 확인 문제

1. $4.1 < \sqrt{x} < 5.6$ 를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값으로 알맞은 것은? [배점 2, 하중]

① 42 ② 45 ③ 48 ④ 51 ⑤ 54

해설

$4.1 = \sqrt{16.81}$, $5.6 = \sqrt{31.36}$ 이므로
 $16.81 < x < 31.36$
 $a = 31, b = 17$
 $\therefore a + b = 17 + 31 = 48$

2. $2 \leq \sqrt{x} < 3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 개

해설

$2 \leq \sqrt{x} < 3$ 는 $\sqrt{4} \leq \sqrt{x} < \sqrt{9}$ 이므로 $4 \leq x < 9$ 이다. 따라서 자연수 x 는 4, 5, 6, 7, 8로 5개이다.

3. 다음 중 대소비교가 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
 ㉡ $4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
 ㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

[배점 2, 하중]

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉢
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2} < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
 ㉡ $4 - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{6}) = 1 - \sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + 1 > 0$
 $\therefore 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
 ㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{2} + 1 < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

4. $\sqrt{40-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 2, 하중]

① 1 ② 4 ③ 7 ④ 10 ⑤ 15

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x = 4$ 이다.

5. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 3의 음의 제곱근은 $\sqrt{-3}$ 이다.
- ㉡ $\sqrt{25}$ 는 5이다.
- ㉢ 제곱근 16은 4이다.
- ㉣ $(-3)^2$ 의 제곱근은 3이다.
- ㉤ $x^2 = a$ 이면 $x = \sqrt{a}$ 이다.

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉢
- ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉤
- ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 3의 음의 제곱근은 $-\sqrt{3}$
- ㉢ $(-3)^2 = 9$ 의 제곱근은 ± 3
- ㉤ $x^2 = a$ ($a > 0$)이면, $x = \pm\sqrt{a}$

6. 9의 제곱근과 25의 제곱근의 합의 최솟값을 구하라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -8

해설

- 9의 제곱근 : -3, 3
- 25의 제곱근 : -5, 5
- $(-3) + (-5) = -8$

7. 다음 보기 중 무리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

$5.4\dot{9}\dot{2}$, $-1 + \sqrt{1}$, 3.14 , $-\sqrt{16}$, π , $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2개

해설

$5.4\dot{9}\dot{2} = \frac{5438}{990}$, $-1 + \sqrt{1} = 0$, $-\sqrt{16} = -4$ 이므로 유리수이다.

따라서 무리수는 π , $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ 이다.

8. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-2a)^2}$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 하상]

- ① 0
- ② $-6a$
- ③ $6a$
- ④ $-4a$
- ⑤ $4a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-2a)^2} &= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-2a)^2} \\ &= -2a - (-2a) \\ &= -2a + 2a = 0\end{aligned}$$

9. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{a^2} = a$ ② $(-\sqrt{a})^2 = a$
 ③ $-\sqrt{(-a)^2} = a$ ④ $(\sqrt{a})^2 = a$
 ⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

해설

$a > 0$ 일 때,

- ① $\sqrt{a^2} = |a| = a$
 ② $(-\sqrt{a})^2 = a$
 ③ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = -a$
 ④ $(\sqrt{a})^2 = a$
 ⑤ $-\sqrt{a^2} = -|a| = -a$

10. $\sqrt{18a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

근호 안의 수가 제곱수가 되어야 한다. $\sqrt{18a} = \sqrt{3^2 \times 2 \times a}$ 이므로 $a = 2$ 이다.

11. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 19

해설

$\sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로

$N(1), N(2), N(3) = 1$

$N(4), N(5), \dots, N(8) = 2$

$N(9), N(10) = 3$

$\therefore N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

12. $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 567

해설

$1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21$

$\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되려면

$a = 21 \times (\text{제곱수})$ 이어야 한다.

$21 \times 4 = 84, 21 \times 9 = 189, \dots$

$21 \times 25 = 525, 21 \times 36 = 756$

$\therefore 756 - 189 = 567$

13. a 의 값의 범위가 $-2 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2}$ 의 식을 간단히 하면? [배점 3, 중하]

- ① 0 ② $-2a - 4$ ③ -4
 ④ $-2a$ ⑤ $2a$

해설

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a \geq 0 \text{ 일 때, } & a \\ a < 0 \text{ 일 때, } & -a \end{cases} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2} = -a + 2 - a - 2 = -2a$$

14. 다음 보기에서 무리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ $-\frac{1}{4}$ ㉡ π ㉢ $0.\dot{2}$
 ㉣ $\sqrt{2} - 1$ ㉤ $\sqrt{5}$ ㉥ $\sqrt{2^4}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3 개

해설

$-\frac{1}{4}$, $0.\dot{2} = \frac{2}{9}$, $\sqrt{2^4} = 2^2 = 4$ 는 유리수이다.
 π , $\sqrt{2} - 1$, $\sqrt{5}$ 는 무리수이다.
 따라서 무리수는 3 개이다.

15. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
 ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
 ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
 ㉣ -2 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
 ㉤ 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.
 ㉥ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
 ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
 ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
 ㉣. × -2 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.($-1, 0, 1$ 3개가 있다.)
 ㉤. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
 ㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

16. 다음에 주어진 수를 크기가 큰 것부터 차례로 나열할 때, 두 번째에 해당하는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ② $\sqrt{3} + 1$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

해설

i) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - 1 > 0$
 $\therefore \sqrt{3} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + 1$
 ii) $\sqrt{3} + 1 - \sqrt{2} > 0 \quad \therefore \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2}$
 iii) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{5} < 0$
 $\therefore \sqrt{3} + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$
 iv) $\sqrt{2} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$
 $\therefore \sqrt{2} + \sqrt{5} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$
 따라서 주어진 수의 순서는
 $\sqrt{5} + \sqrt{3} > \sqrt{5} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2}$

17. 두 수 a, b 가 $a+b < 0, ab < 0, |a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값) [배점 4, 중중]

- ① $3a + b$ ② $-5a - b$ ③ $-5a + b$
 ④ $5a + b$ ⑤ $5a - b$

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로 (준식) $= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| = 3a - b + 2a + 2b = 5a + b$

18. $\sqrt{50-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 5 ③ 9 ④ 14 ⑤ 25

해설

50 보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수부터 차례대로 구하면 49, 36, 25 이고, 이를 만족하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은 $\sqrt{50-x} = 25$ 가 될 때이다.

$$\sqrt{50-x} = \sqrt{25}$$

$$50-x = 25$$

$$\therefore x = 25$$

19. 다음 중 무리수 $\sqrt{2} + 1$ 과 $2\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① $3\sqrt{2} - 1$ ② $\sqrt{3} + 1$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3} + 2$

해설

$\sqrt{2} \approx 1.414$ 이므로 $\sqrt{2} + 1 \approx 2.414$
 $\sqrt{3} \approx 1.732$ 이므로 $2\sqrt{3} \approx 3.464$
 ⑤ $\sqrt{3} + 2 \approx 3.732$

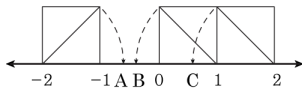
20. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{36}$ ② 169 ③ $3.\dot{9}$
 ④ $\frac{98}{2}$ ⑤ 0.4

해설

- ① ($\sqrt{36}$ 의 제곱근) = 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$
 ② $169 = 13^2$ 이므로 169의 제곱근은 ± 13
 ③ $3.\dot{9} = \frac{36}{9} = 4$ 이므로 $3.\dot{9}$ 의 제곱근은 ± 2
 ④ $\frac{98}{2} = 49$ 이므로 $\frac{98}{2}$ 의 제곱근은 ± 7
 ⑤ 0.4의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$

21. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. A, B, C 세 점의 좌표를 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 를 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① $1 - \sqrt{2}$ ② $2 - \sqrt{2}$ ③ $1 - 2\sqrt{2}$
 ④ $2 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$a = -2 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}, c = 2 - \sqrt{2}$$

$$\therefore a + b + c = -2 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$$