

문제 풀이 과제

1. 부등식 $2(x-1) \leq 5x+1 < 3(x+1)+1$ 을 만족시키는 x 의 값 중 가장 큰 정수와 가장 작은 정수의 합을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$\begin{cases} 2(x-1) \leq 5x+1 \\ 5x+1 < 3(x+1)+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-5x \leq 1+2 \\ 5x-3x < 3+1-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$-1 \leq x < \frac{3}{2}$
가장 큰 정수 : 1
가장 작은 정수 : -1
 $\therefore 1 + (-1) = 0$

2. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x+0.5 < 0.2x+1 \end{cases}$ 의 해는? [배점 2, 하중]

① $-3 < x < 3$

② $x < -3$

③ $x > 3$

④ 해가 없다.

⑤ $-3 < x < 5$

해설

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x+0.5 < 0.2x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1 > 2 \\ 7x+5 < 2x+10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 5x < 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$

따라서 해가 없다.



3. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x+3 < 18 \\ -3x+2 < 0 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것은? [배점 2, 하중]

① 1

② $\frac{6}{5}$

③ $\frac{4}{3}$

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x+3 < 18 \\ -3x+2 < 0 \end{cases} \text{ 을 풀면 } \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 $\frac{2}{3} < x < 3$ 을 만족하지 않는 것은 3 이다.

4. $A < B < C$ 꼴의 문제를 풀 때 알맞은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $\begin{cases} A < B \\ A < C \end{cases}$ ② $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} A < C \\ B < C \end{cases}$ ④ $\begin{cases} B < A \\ B < C \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} A < B \\ C < B \end{cases}$

해설

$A < B < C$ 꼴의 부등식은

$$\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases} \text{로 고쳐서 푼다.}$$

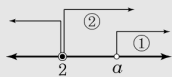
5. 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq 2 \end{cases}$ 의 해집합이 공집합이 되기 위한 a 의 값 중 가장 작은 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

- ① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

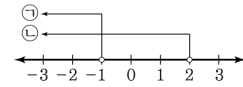
해설

$$\begin{cases} x > a \\ x \leq 2 \end{cases} \text{가 공집합이려면}$$



$x > a$ 는 ①이거나 ②이므로 $a \geq 2$ 따라서 a 의 제일 작은 수는 2이다.

6. 다음은 연립부등식 $\begin{cases} ax + b < 0 \cdots \textcircled{㉠} \\ cx + d > 0 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 나타낸 것이다. 이 때, 연립부등식의 해는?



[배점 2, 하중]

- ① $x < -1$ ② $x < 2$
- ③ $-1 < x < 2$ ④ $-1 \leq x < 2$
- ⑤ $x > -1$

해설

$x < -1$ 과 $x < 2$ 의 공통부분이 연립부등식의 해이다.

$\therefore x < -1$

7. 다음을 연립부등식으로 나타낸 것 중 옳은 것은?

어떤 수 x 에서 9를 빼면 11 보다 작고, x 의 3 배에 3을 더하면 25 보다 작지 않다.

[배점 2, 하중]

- ① $\begin{cases} x - 9 < 11 \\ 3x + 3 > 25 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x - 9 < 11 \\ 3x + 3 \geq 25 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x + 9 < 11 \\ 3x - 3 \geq 25 \end{cases}$

② $\begin{cases} x - 9 < 11 \\ 3x + 3 < 25 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x - 9 > 11 \\ 3x + 3 < 25 \end{cases}$

해설

문제의 뜻에 맞게 세우면

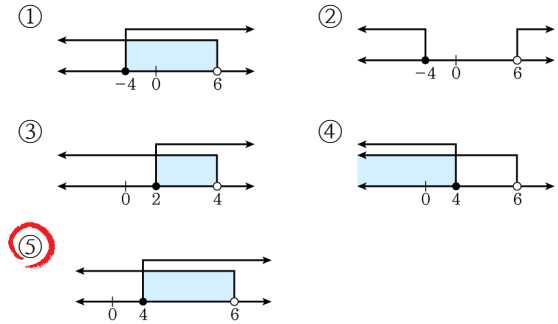
$$\begin{cases} x - 9 < 11 \\ 3x + 3 \geq 25 \end{cases}$$

8. 연립부등식

$$\begin{cases} 2(x - 3) < x \\ x + 5 \leq 3(x - 1) \end{cases}$$

의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 하상]



해설

1. $2(x - 3) < x, x < 6$

2. $x + 5 \leq 3(x - 1), x \geq 4$

공통된 해를 찾으면 $4 \leq x < 6$

9. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 값은?

$$\begin{cases} 3(4x - 3) > 2(x + 3) \\ 5(x + 9) - 5 < 15(x - 4) \end{cases}$$

[배점 3, 하상]

- ① 2 ② 7 ③ 13 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

해설

i) $3(4x - 3) > 2(x + 3)$

$$\Rightarrow 12x - 9 > 2x + 6$$

$$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

ii) $5(x + 9) - 5 < 15(x - 4)$

$$\Rightarrow x + 9 - 1 < 3x - 12$$

$$\Rightarrow x < 10$$

$$\therefore \frac{3}{2} < x < 10$$

$$a = \frac{3}{2}, b = 10 \text{ 이므로 } b - a = 10 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$$

10. 연립부등식 $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x \leq 3 + 0.3x$ 를 풀면?
[배점 3, 하상]

- ① $-9 < x \leq 3$ ② $-15 < x \leq -10$
 ③ $-3 < x \leq 4$ ④ $-10 \leq x < 15$
 ⑤ $-10 < x \leq 15$

해설

$0.2x - 3 < \frac{1}{2}x$ 에서
 $2x - 30 < 5x, 3x > -30, x > -10$
 $\frac{1}{2}x \leq 3 + 0.3x$ 에서
 $5x \leq 30 + 3x, x \leq 15$
 $\therefore -10 < x \leq 15$

11. 연립부등식 $2x + 1 \geq x + 5 > -3x + 1$ 의 해는?
[배점 3, 하상]

- ① $x \leq -4$ ② $x \leq -1$
 ③ $-1 \leq x \leq 4$ ④ $x \geq 1$
 ⑤ $x \geq 4$

해설

$2x + 1 \geq x + 5, x \geq 4$
 $x + 5 > -3x + 1, x > -1$
 $\therefore x \geq 4$

12. 연립부등식 $\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases}$ 를 만족하는 정수가
3개만 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?
[배점 3, 하상]

- ① $a < 4$ ② $4 < a < 7$ ③ $a \leq 7$
 ④ $4 < a \leq 7$ ⑤ $4 \leq a \leq 7$

해설

$\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x < \frac{a-4}{3} \end{cases}$
 정수 x 는 $-2, -1, 0$ 이므로 $0 < \frac{a-4}{3} \leq 1$
 $\therefore 4 < a \leq 7$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 3x + 4 < -2x + 7 \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 2개일 때, a 의 값의 범위는? [배점 3, 하상]

- ① $-1 \leq a < 0$ ② $-1 < a \leq 0$
 ③ $-2 \leq a < -1$ ④ $-2 < a \leq -1$
 ⑤ $-3 < a \leq -2$

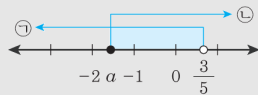
해설

$3x + 4 < -2x + 7$ 에서

$$x < \frac{3}{5} \quad \dots \textcircled{1}$$

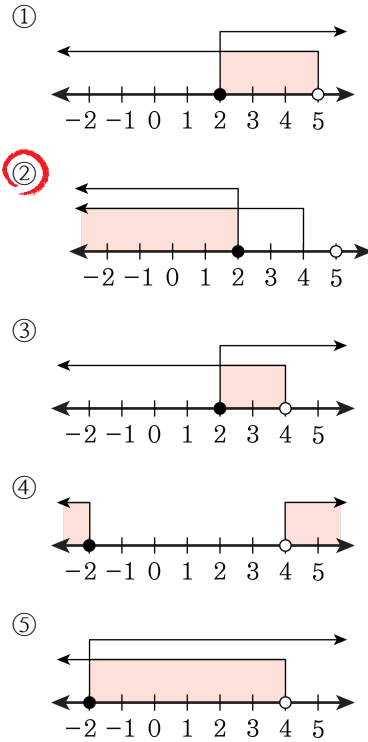
$$x \geq a \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통부분에 정수가 2개 존재하도록 수직선 위에 나타내면



$$\therefore -2 < a \leq -1$$

14. 다음 부등식 $-1 + x \leq -3x + 7 < -4x + 11$ 의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]



해설

$$-1 + x \leq -3x + 7$$

$$4x \leq 8$$

$$\therefore x \leq 2$$

$$-3x + 7 < -4x + 11$$

$$x < 4$$

$$\therefore x \leq 2$$

15. 집합 $A = \{x|x+2 \leq 2x+3\}$, $B = \{x|3x < 5x-14\}$ 에 대하여 $A-B$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$A = \{x|x \geq -1\}$,
 $B = \{x|-2x < -14\} = \{x|x > 7\}$
 $A-B = A \cap B^C$, $B^C = \{x|x \leq 7\}$ 이므로
 $A \cap B^C = \{x|-1 \leq x \leq 7\}$
 최댓값은 7, 최솟값은 -1이다.
 $\therefore a-b = 7 - (-1) = 8$

16. 연립부등식 $\begin{cases} 5x-7 < 2x+2 \\ 2x+a > -x-4 \end{cases}$ 를 풀었더니 해가 $1 < x < b$ 가 되었다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -4

해설

$\begin{cases} 5x-7 < 2x+2 \\ 2x+a > -x-4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x-2x < 2+7 \\ 2x+x > -4-a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{-4-a}{3} \end{cases}$ 이므로
 $b=3$ 이 되고 $\frac{-4-a}{3}=1$ 이 된다.
 그러므로 $a = -7$ 이다.
 $a+b$ 의 값은 $-7+3 = -4$ 이다.

17. 다음 네 개의 부등식을 두 개씩 연립하였을 때의 해를 A, B, C라고 할 때, 해가 없는 것을 모두 골라라.

$-\frac{3}{2}(x+1) > 6$	$2(x+2) > -(x+5)$	$2(x+5) \leq 4$	$3(x+3) \geq 2x+11$
A	B	C	

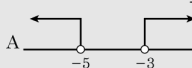
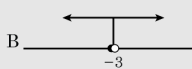
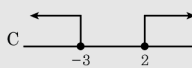
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: A, B, C

해설

$-\frac{3}{2}(x+1) > 6$
 $-3x-3 > 12$
 $-3x > 15$
 $x < -5$
 $2(x+2) > -(x+5)$
 $2x+4 > -x-5$
 $3x > -9$
 $x > -3$
 $2(x+5) \leq 4$
 $x+5 \leq 2$
 $x \leq -3$
 $3(x+3) \geq 2x+11$
 $3x+9 \geq 2x+11$
 $x \geq 2$

A 
 B 
 C 

A는 해가 없다.
 B는 해가 없다.
 C는 해가 없다.

18. 집합 $A = \{x | x + 2 \leq 2x + 3\}$, $B = \{x | 3x < 5x - 14\}$ 에 대하여 $A - B$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$A = \{x | x \geq -1\}$,
 $B = \{x | -2x < -14\} = \{x | x > 7\}$
 $A - B = A \cap B^C$, $B^C = \{x | x \leq 7\}$ 이므로
 $A \cap B^C = \{x | -1 \leq x \leq 7\}$
 최댓값은 7 , 최솟값은 -1 이다.
 $\therefore a - b = 7 - (-1) = 8$

19. 연립부등식 $\begin{cases} 5x - 7 < 2x + 2 \\ 2x + a > -x - 4 \end{cases}$ 를 풀었더니 해가 $1 < x < b$ 가 되었다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -4

해설

$\begin{cases} 5x - 7 < 2x + 2 \\ 2x + a > -x - 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x - 2x < 2 + 7 \\ 2x + x > -4 - a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{-4-a}{3} \end{cases}$ 이므로
 $b=3$ 이 되고 $\frac{-4-a}{3}=1$ 이 된다.
 그러므로 $a = -7$ 이 된다.
 따라서 $a + b$ 의 값은 $-7 + 3 = -4$ 이다.

20. 연립부등식 $\begin{cases} 3x > a \\ 5x - 1 \leq 4x + 9 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수가 4 일 때, a 의 값의 범위는? [배점 3, 중하]

① $16 \leq a < 17$

② $17 \leq a < 19$

③ $18 \leq a < 19$

④ $18 \leq a < 21$

⑤ $20 \leq a < 21$

해설

$5x - 1 \leq 4x + 9$ 를 풀면 $x \leq 10$ 이고, $3x > a$ 를 풀면 $x > \frac{a}{3}$ 이다.
 따라서 $\frac{a}{3} < x \leq 10$ 이고 만족하는 정수의 개수가 4 개가 되기 위해서 $6 \leq \frac{a}{3} < 7$, 따라서 $18 \leq a < 21$ 이다.

21. 연립부등식 $\begin{cases} x+8 \geq -2(x-1) \\ x+1 > a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?
[배점 3, 중하]

- ① $-3 \leq a < -2$ ② $-3 < a \leq -2$
③ $-4 \leq a < -3$ ④ $-5 < a \leq -4$
⑤ $-6 < a < -7$

해설

$$x+8 \geq -2x+2 \rightarrow x \leq -2$$

$$x+1 > a \rightarrow x > a-1$$

$$a-1 < x \leq -2$$

만족하는 정수가 3개, 즉 $-4, -3, -2$ 여야 하므로 $-5 \leq a-1 < -4$,

$$\therefore -4 \leq a < -3$$

22. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{2x+1}{3} < \frac{-x-6}{4} \\ 2(3-x)+8 \geq 5x-7 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $x < -2$

▶ 정답: $-2 > x$

해설

(i) $\frac{2x+1}{3} < \frac{-x-6}{4}$ 에서 $x < -2$

(ii) $2(3-x)+8 \geq 5x-7$ 에서 $x \leq 3$

$$\therefore x < -2$$

23. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\begin{cases} 3x-2 \leq -2(x-4) \\ -(x-5) \leq x+1 \end{cases}$

㉡ $\begin{cases} x-3 \geq 2x+1 \\ 6x-1 > 2x+11 \end{cases}$

㉢ $\begin{cases} -x-5 < 3x+7 \\ \frac{1}{2}x+3 > \frac{2x-2}{3} \end{cases}$

㉣ $\begin{cases} 2(x+1) < x-6 \\ 2x-4 < 5(x-2) \end{cases}$

㉤ $2x-3 \leq 3x+1 < x+9$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

해설

㉡ $\begin{cases} x-3 \geq 2x+1 & \therefore x \leq -4 \\ 6x-1 > 2x+11 & \therefore x > 3 \end{cases}$
 $\therefore x \leq -4, x > 3$ (해가 없다.)

㉣ $\begin{cases} 2(x+1) < x-6 \text{에서 } 2x+2 < x-6 \\ \therefore x < -8 \\ 2x-4 < 5(x-2) \text{에서 } 2x-4 < 5x-10 \\ \therefore 2 < x \end{cases}$
 $\therefore x < -8, x > 2$ (해가 없다.)

㉠ $\begin{cases} 3x-2 \leq -2(x-4) \text{에서 } 5x \leq 10 & \therefore x \leq 2 \\ -(x-5) \leq x+1 \text{에서 } 4 \leq 2x & \therefore 2 \leq x \end{cases}$
 $\therefore x = 2$

㉢ $\begin{cases} -x-5 < 3x+7 & \therefore x > -3 \\ \frac{1}{2}x+3 > \frac{2x-2}{3} \text{에서 } 3x+18 > 2(2x-2) \\ \therefore x < 22 \end{cases}$
 $\therefore -3 < x < 22$

㉤ $\begin{cases} 2x-3 \leq 3x+1 & \therefore x \geq -4 \\ 3x+1 < x+9 & \therefore x < 4 \end{cases}$
 $\therefore -4 \leq x < 4$

24. 연립부등식 $\begin{cases} 7x - 4 > -3(x - 2) \\ 8(x + 1) > 2x - a \end{cases}$ 의 해가 $x > 1$ 일 때, 상수 a 의 값의 범위는? [배점 4, 중중]

- ① $a < -2$ ② $a \leq -2$ ③ $a \geq -14$
 ④ $a > -14$ ⑤ $a \leq -14$

해설

$$\begin{aligned} \text{(i)} & 7x - 4 > -3(x - 2), x > 1 \\ \text{(ii)} & 8(x + 1) > 2x - a, x > \frac{-a - 8}{6} \\ \text{연립부등식의 해가 } x > 1 \text{ 이므로} \\ & \frac{-(a + 8)}{6} \leq 1, -a - 8 \leq 6 \\ \therefore & a \geq -14 \end{aligned}$$

26. 연립부등식 $\begin{cases} 2(2x - 1) < 10 \\ 3(1 - 5x) < 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$$\begin{aligned} 2(2x - 1) < 10 & \Rightarrow x < 3 \\ 3(1 - 5x) < 7 & \Rightarrow x > -\frac{15}{4} \\ \therefore -\frac{15}{4} < x < 3 \text{ 을 만족하는 정수는 } -3, -2, \\ & -1, 0, 1, 2 \text{ 로 총 6 개이다.} \end{aligned}$$

25. 연립부등식 $x < -\frac{3x - a}{4} < \frac{1}{2}$ 의 해가 $-\frac{1}{3} < x < b$ 일 때, ab 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{7}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(i)} & x < -\frac{3x - a}{4}, 4x < -3x + a \\ \therefore & x < \frac{a}{7} \\ \text{(ii)} & -\frac{3x - a}{4} < \frac{1}{2}, -3x < 2 - a \\ \therefore & x > \frac{a - 2}{3} \\ \therefore & \frac{a - 2}{3} < x < \frac{a}{7} \\ \frac{a - 2}{3} & = -\frac{1}{3}, a = 1 \\ \frac{a}{7} & = b, b = \frac{1}{7} \\ \therefore & ab = 1 \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

27. 다음 세 부등식을 동시에 만족시키는 정수 x 의 개수는 모두 몇 개인가?

㉠ $-\frac{3}{2}x + 6 \geq -9$

㉡ $3(5 - x) + 4x \geq 5$

㉢ $0.4x + 1.2 > 0.9x - 0.8$

[배점 4, 중중]

- ① 10개 ② 11개 ③ 12개
④ 13개 ⑤ 14개

해설

㉠ $-\frac{3}{2}x + 6 \geq -9$

$\therefore x \leq 10$

㉡ $3(5 - x) + 4x \geq 5$

$\therefore x \geq -10$

㉢ $0.4x + 1.2 > 0.9x - 0.8$

$\therefore x < 4$

따라서 ㉠, ㉡, ㉢을 동시에 만족하는 정수는 14개이다.

28. 연립부등식 $2 - x \leq \frac{x-8}{3} < -\frac{1}{2}(x-13)$ 을 만족하는 정수 x 에 대하여 모든 해의 합은? [배점 4, 중중]

- ① 45 ② 47 ③ 49 ④ 52 ⑤ 55

해설

$2 - x \leq \frac{x-8}{3}$ 의 양변에 3을 곱하면

$6 - 3x \leq x - 8,$

$-4x \leq -14,$

$x \geq \frac{7}{2}$

$\frac{x-8}{3} < -\frac{1}{2}(x-13)$ 의 양변에 6을 곱하면

$2(x-8) < -3(x-13), 2x-16 < -3x+39,$

$5x < 55, x < 11$

부등식의 해는 $\frac{7}{2} \leq x < 11$ 이고

만족하는 정수는 4, 5, ..., 9, 10이다.

따라서 모든 x 의 합은

$4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 49$ 이다.

29. 두 집합 $A = \left\{x \mid \frac{5x+1}{6} < 1\right\}$, $B = \{x \mid 3x-8 < -x\}$ 에 대하여 $n(A \cap B^c)$ 을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$A = \left\{x \mid \frac{5x+1}{6} < 1\right\}$

$\therefore A = \{x \mid x < 1\}$

$B = \{x \mid 3x-8 < -x\}$

$\therefore B = \{x \mid x < 2\}$ 이므로 $B^c = \{x \mid x \geq 2\}$

따라서 $A \cap B^c = \emptyset$ 이므로 $n(A \cap B^c) = 0$

30. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해
는 없다.
- ㉡ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해
는 $x > a$ 이다.
- ㉢ $a > b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해
는 없다.
- ㉣ $a < b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases}$
의 해는 없다.
- ㉤ $a = b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해
는 1개이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 모두 옳다.

㉣ $a < b$ 의 양변에 -1 을 곱하면 $-a > -b$

$-a > -b$ 의 양변에 같은 수 1을 더하면 $1 - a > 1 - b$

$$\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases} \text{을 정리하면} \begin{cases} x < -a + 1 \\ x > -b + 1 \end{cases}$$

그런데 위에서 $1 - b < 1 - a$ 가 성립되었기 때문에 $-b + 1 < x < -a + 1$ 이 성립한다.
따라서 해가 있다.

31. 연립부등식 $\begin{cases} 5x + 7 \leq 2x - 2 \\ 2ax - 2b \geq bx + 4a \end{cases}$ 의 해가 $x \leq -3$
일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 3 ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ 5

해설

$$5x + 7 \leq 2x - 2, 3x \leq -9, x \leq -3 \dots \textcircled{1}$$

$$2ax - 2b \geq bx + 4a, (2a - b)x \geq 4a + 2b \dots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통되는 부분이 $x \leq -3$ 이 되기 위해서는
②에서 $2a - b < 0$ 이다.

이때, $x \leq \frac{4a + 2b}{2a - b}$ 이면서 $\frac{4a + 2b}{2a - b} = -3$ 이어야
한다.

$$4a + 2b = -6a + 3b, 10a = b$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{10}$$

32. 연립부등식 $\begin{cases} 5x - a < 11 \\ x - b < 3(x - 3) \end{cases}$ 의 해가 $1 < x < 3$
이다. $-ax + b \geq 0$ 을 만족하는 정수 중 최댓값을 구하
여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$$5x < a + 11, x < \frac{a + 11}{5}$$

$$x - b < 3x - 9, 9 - b < 2x, \frac{9 - b}{2} < x$$

$$\frac{a + 11}{5} = 3 \quad \therefore a = 4$$

$$\frac{9 - b}{2} = 1 \quad \therefore b = 7$$

$a = 4, b = 7$ 을 $-ax + b \geq 0$ 에 대입하여 정리하면

$$-4x + 7 \geq 0$$

$x \leq \frac{7}{4}$ 이므로 만족하는 정수 중 최댓값은 1이다.

33. $A = \{x \mid a - 1 < x < a + 1\}$ 을 만족하는 모든 x 가 $\{x \mid -1 < x < 3\}$ 을 만족할 때, 상수 a 의 값의 범위는? [배점 5, 중상]

- ① $0 < a < 2$ ② $0 \leq a \leq 2$
 ③ $a < 0, a > 2$ ④ $a \leq 0, a \geq 2$
 ⑤ 구할 수 없다.

해설

$a - 1 \geq -1$ 이고, $a + 1 \leq 3$ 이어야 하므로
 $a \geq 0, a \leq 2$
 $\therefore 0 \leq a \leq 2$

34. 다음 세 부등식을 만족하는 자연수의 개수를 구하여라.
 $\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x$
 $0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3$
 $1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5}$ [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x$ 의 양변에 6 을 곱하면
 $2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x$ $4x+8 \geq 3x-6-6x$
 $x \geq -2$
 $0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면
 $3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3$
 $6x-9 \leq 2x+12+3$
 $x \leq 6$
 $1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5}$ 의 양변에 10 을 곱하면
 $12x-5 < 8x+6$
 $4x < 11$
 $x < \frac{11}{4}$
 연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이다. 따라서 만족하는 자연수는 1, 2 의 2 개다.

35. 다음 연립부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \\ 0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \\ 1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \end{cases}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x$ 의 양변에 6 을 곱하면 $2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x$,
 $4x+8 \geq 3x-6-6x$,
 $x \geq -2$
 $0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면 $3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3$,
 $6x-9 \leq 2x+12+3$,
 $x \leq 6$
 $1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5}$ 의 양변에 10 을 곱하면
 $12x-5 < 8x+6$,
 $4x < 11$,
 $x < \frac{11}{4}$
 연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이고 속하는 자연수는 1, 2 의 2 개이다.

36. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-2 \leq x+a \\ 2x-b \leq 3x \end{cases}$ 의 해가 4 일 때, $a-b$ 의 값을 구하면? [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{cases} 3x-2 \leq x+a & \dots \textcircled{1} \\ 2x-b \leq 3x & \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{이라 하면}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } x \leq \frac{a+2}{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } x \geq -b$$

$$\therefore -b \leq x \leq \frac{a+2}{2}$$

이 부등식의 해가 4 이려면 $4 \leq x \leq 4$ 이어야
 하므로

$-b = 4$ 에서 $b = -4$, $\frac{a+2}{2} = 4$ 에서 $a = 6$
 따라서 $a-b = 6 - (-4) = 10$ 이다.

37. 양의 유리수 a 에 대하여 $(n-1)^2 \leq a \leq n^2$ 을 만족하는 정수 n 을 $[a]$ 로 나타내기로 한다. 즉, $2^2 \leq 6 \leq 3^2$ 이면 $[6] = 3$ 이 된다. $[x] = 5$, $[y] = 9$ 일 때, $[y-x]$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 7

▷ 정답: 8

▷ 정답: 9

해설

$$[x] = 5 \text{ 이므로 } 4^2 \leq x \leq 5^2 \quad \therefore 16 \leq x \leq 25$$

$$[y] = 9 \text{ 이므로 } 8^2 \leq y \leq 9^2 \quad \therefore 64 \leq y \leq 81$$

$$y-x \text{ 의 범위를 구하면 } 39 \leq y-x \leq 65$$

즉, $6^2 \leq y-x \leq 9^2$ 이므로 $[y-x]$ 가 될 수 있는 값은 7, 8, 9 이다.

38. 유리수 a 에 대하여 $\{a\}$ 는 a 를 소수 첫째 자리에서 반올림한 수로 정의할 때, 부등식 $-2 < \left\{\frac{x+1}{3}\right\} < 3$ 을 만족하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-5.5 < x < 6.5$

해설

$-2 < \left\{\frac{x+1}{3}\right\} < 3$ 에서 $\left\{\frac{x+1}{3}\right\}$ 은 -2 보다 크고 3 보다 작은 정수이므로 $\left\{\frac{x+1}{3}\right\} = -1, 0, 1, 2$ 이다.
따라서 $-1.5 < \frac{x+1}{3} < 2.5$, $-4.5 < x+1 < 7.5$
이므로 $-5.5 < x < 6.5$

39. $3b - a + 5 < \frac{2b-a}{3}x < b - 2a + 1$ 을 만족하는 x 의 범위가 $6 < x < 9$ 가 되도록 하는 정수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 부등식의 각 변을 $\frac{2b-a}{3}$ 로 나눌 때,

$$1) 2b - a > 0 \text{ 이면 } \frac{3(3b - a + 5)}{2b - a} < x < \frac{3(b - 2a + 1)}{2b - a}$$

$$\frac{2b-a}{3(3b-a+5)} = 6, \frac{2b-a}{3(b-2a+1)} = 9$$

두 식을 연립하여 풀면

$a = -6, b = -1$ 이고 $2b - a > 0$ 을 만족하고 정수이므로 적합하다.

$$2) 2b - a < 0 \text{ 이면 } \frac{3(b - 2a + 1)}{2b - a} < x < \frac{3(3b - a + 5)}{2b - a}$$

$$\frac{2b-a}{3(b-2a+1)} = 6, \frac{2b-a}{3(3b-a+5)} = 9$$

두 식을 연립하여 풀면

$a = -2, b = \frac{1}{3}$ 이고 b 의 값은 정수가 아니므로 적합하지 않다.

따라서 $a = -6, b = -1$ 이므로 $\frac{a}{b} = 6$ 이다.

40. 연립부등식 $2x-3 \leq 4x$, $4x-10 < x+2$ 의 모든 해는 $\frac{x+a}{2} > \frac{x+2a}{3}$ 를 만족할 때, 상수 a 값의 범위를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a < -\frac{3}{2}$

▷ 정답: $-\frac{3}{2} > a$

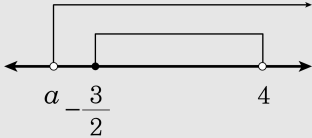
해설

연립부등식 $2x-3 \leq 4x$, $4x-10 < x+2$ 을 풀면

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x < 4$$

$\frac{x+a}{2} > \frac{x+2a}{3}$ 를 정리하면 $x > a$

$-\frac{3}{2} \leq x < 4$ 의 모든 해가 $x > a$ 를 만족하려면



위의 그림과 같아야 하므로 $a < -\frac{3}{2}$ 이다.

41. 집합 $A = \{x \mid -30 < 7x-2 \leq 33\}$, $B = \{x \mid -a-2 \leq x-5 \leq a-3\}$ 에 대하여 $B-A = \emptyset$ 가 되도록 하는 a 의 값의 범위를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a < 3$

▷ 정답: $3 > a$

해설

$$-30 < 7x-2 \leq 33 \cdots \textcircled{1}$$

$$-a-2 \leq x-5 \leq a-3 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } A = \{x \mid -4 < x < 5\}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } B = \{x \mid -a+3 \leq x \leq a+2\}$$

$$B-A = \emptyset \text{ 이면 } B \subset A \text{ 이므로}$$

$$-a+3 > -4 \text{ 이고 } 5 > a+2$$

$$\therefore a < 3$$

42. $y = 2 - x$ 일 때, $-\frac{x}{6} < y \leq \frac{x}{2}$ 를 만족하는 음이 아닌 정수 x, y 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

▷ 정답: $y = 0$

해설

$y = 2 - x$ 를 $-\frac{x}{6} < y \leq \frac{x}{2}$ 에 대입하면

$$-\frac{x}{6} < 2 - x \leq \frac{x}{2}$$

$$-\frac{x}{6} < 2 - x \dots \textcircled{㉠}$$

$$2 - x \leq \frac{x}{2} \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } x < \frac{12}{5}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } x \geq \frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{4}{3} \leq x < \frac{12}{5}$$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 음이 아닌 정수 $x = 2, y = 0$ 이다.

43. 연립부등식 $\begin{cases} ax - 3 \leq 9 \\ -2x + 6 \geq b \end{cases}$ 의 해와 방정식 $-4x + 7 = 16 + 2x$ 의 해가 같을 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{cases} ax - 3 \leq 9 \\ -2x + 6 \geq b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax \leq 12 \\ x \leq \frac{6-b}{2} \end{cases}$$

$$-4x + 7 = 16 + 2x$$

$$-6x = 9$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{-b+6}{2} = -\frac{3}{2}, b = 9$$

$$ax \leq 12 \text{ 의 해는 } x \geq -\frac{3}{2} \text{ 이므로 } \frac{12}{a} = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore a = -8$$

$$\therefore a + b = -8 + 9 = 1$$

44. 두 수 a, b 가 $a \geq b$ 일 때, $M(a, b) = a, m(a, b) = b$ 로 정의한다. 이때 부등식 $M(x-4, 2) - m(3, x-1) \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7개

해설

- 1) $x-1 \leq 3$, 즉 $x \leq 4$ 이면 구하는 식은
 $2 - (x-1) \leq 1, x \geq 2 \quad \therefore 2 \leq x \leq 4$
 2) $x-1 > 3, x-4 \leq 2$, 즉 $4 < x \leq 6$ 이면 구하는 식은
 $2-3 \leq 1, -1 \leq 1 \quad \therefore 4 < x \leq 6$
 3) $x-4 > 2$, 즉 $x > 6$ 이면 구하는 식은
 $x-4-3 \leq 1, x \leq 8 \quad \therefore 6 \leq x \leq 8$
 1), 2), 3)에 의하여 구하는 부등식의 해 $2 \leq x \leq 8$ 를 만족하는 자연수 x 는
 $x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 의 7개

45. 부등식 $k-1 > \left| \frac{1}{2}x-1 \right|$ 의 해가 존재하기 위한 상수 k 의 범위를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 1$

▷ 정답 : $1 < k$

해설

$$k-1 > \left| \frac{1}{2}x-1 \right| \text{ 에서}$$

$$-k+1 < \frac{1}{2}x-1 < k-1$$

$$-k+2 < \frac{1}{2}x < k$$

$$-2k+4 < x < 2k$$

이 때, 부등식의 해가 존재하기 위해서는

$$-2k+4 < 2k$$

$$\therefore k > 1$$

46. 좌표평면 위의 두 직선 $y = ax - 5, y = -\frac{2}{3a}x + \frac{7}{3a}$ 이 만나는 점이 제 4 사분면에 있을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = ax - 5, ax - y = 5 \dots \textcircled{A}$$

$$y = -\frac{2}{3a}x + \frac{7}{3a}, 2x + 3ay = 7 \dots \textcircled{B}$$

위의 연립방정식의 해가 $x > 0, y < 0$ (제 4 사분면)이다. x 를 소거하기 위하여 $\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B} \times a$ 을 하면

$$(-2 - 3a^2)y = 10 - 7a \text{ 에서}$$

$$y = \frac{7a - 10}{3a^2 + 2} \dots \textcircled{C}$$

$\textcircled{C}$ 을 $\textcircled{A}$ 에 대입하면 $ax - \frac{7a - 10}{3a^2 + 2} = 5$ 에서

$$\therefore x = \frac{15a + 7}{3a^2 + 2}$$

한편, $x > 0, y < 0$ 이므로

$$\frac{15a + 7}{3a^2 + 2} > 0, \frac{7a - 10}{3a^2 + 2} < 0 \text{ 에서 } 3a^2 + 2 \text{ 는 모든 자연수 } a \text{ 에 대하여 } 0 \text{ 보다 크므로}$$

$$15a + 7 > 0 \text{ 이고 } 7a - 10 < 0 \text{ 이면 된다.}$$

따라서 $-\frac{7}{15} < a < \frac{10}{7}$ 을 만족하는 자연수 $a = 1$ 이다.

47. 연립부등식

$$\begin{cases} x + 2y \geq a + 2 \\ y + 2z \geq 2(a + 4) \\ z + 2x \geq a + 5 \end{cases}$$

의 해 x, y, z 가 $x + y + z = 9$ 를 만족할 때, a 의 최댓값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} x + 2y \geq a + 2 \\ y + 2z \geq 2(a + 4) \\ z + 2x \geq a + 5 \end{cases}$$

위 부등식을 변변 더하면 $3(x + y + z) \geq 4a + 15$
 $x + y + z = 9$ 이므로 $27 \geq 4a + 15$

$$\therefore a \leq 3$$

따라서 a 의 최댓값은 3 이다.

48. $x + y + z = 3$ 이고, $x + y, y + z, z + x$ 의 최솟값이 각각 $a + 1, a + 3, a + 5$ 일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x + y \geq a + 1 \\ y + z \geq a + 3 \\ z + x \geq a + 5 \end{cases}$$

위 부등식을 변끼리 더하면 $2(x + y + z) \geq 3a + 9$
 $x + y + z = 3$ 이므로 $6 \geq 3a + 9$

$$\therefore a \leq -1$$

따라서 a 의 최댓값은 -1 이다.

49. $A = 2(x + m), B = 5x + 4n, C = 3x - 2n$ 에 대하여 연립부등식 $A \leq B \leq C$ 를 풀었는데, 실수로 m 과 n 의 값을 바꾸어 푸는 바람에 해가 $8 \leq x \leq 21$ 이 되었다. 이 부등식을 올바르게 풀었을 때의 $A \leq B \leq C$ 를 만족하는 해의 최솟값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$A = 2(x + m), B = 5x + 4n, C = 3x - 2n$ 에 대하여 $A \leq B \leq C$ 를 풀면,

$$\begin{cases} 2(x + m) \leq 5x + 4n \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}(m - 2n) \\ 5x + 4n \leq 3x - 2n \Rightarrow x \leq -3n \end{cases}$$

$\frac{2}{3}(m - 2n) \leq x \leq -3n$ 에서 잘못하여 m 과 n 의 값을 바꾸어 풀었으므로,

$\frac{2}{3}(n - 2m) \leq x \leq -3m$ 이 되고 이 해집합이 $8 \leq x \leq 21$ 과 동일하므로,

$$\begin{cases} -3m = 21 \Rightarrow m = -7 \\ \frac{2}{3}(n - 2m) = 8 \Rightarrow n = -2 \end{cases}$$

따라서 올바른 해를 구하면

$$\frac{2}{3}\{-7 - 2(-2)\} \leq x \leq -3(-2) \text{ 이 되어}$$

$-2 \leq x \leq 6$ 이고, 이를 만족하는 해의 최솟값은 -2 이다.