

문제 풀이 과제

1. 일차부등식 $-4 \leq 2x + 2 < 6$ 을 풀 것들을 고르면?
[배점 2, 하중]

- ① $x \geq -3$ ② $x < 2$
 ③ $-3 \leq x < 2$ ④ $-2 \leq x < 3$
 ⑤ $2 \leq x < 3$

해설

$$\begin{aligned} -4 &\leq 2x + 2 < 6 \\ \text{각 항에서 2를 빼면 } -4 - 2 &\leq 2x < 6 - 2 \\ -6 &\leq 2x < 4 \\ \text{각 항을 2로 나누면 } -3 &\leq x < 2 \end{aligned}$$

2. 일차부등식 $ax < 6 - x$ 의 해가 $x > -3$ 일 때, a 의 값은?
[배점 2, 하중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} ax &< 6 - x \rightarrow ax + x < 6 \\ (a + 1)x &< 6 \text{ 는 } x > -3 \text{ 이므로} \\ a + 1 &< 0 \\ (a + 1)x &< 6 \rightarrow x > \frac{6}{a + 1} \\ \frac{6}{a + 1} &= -3 \\ \therefore a &= -3 \end{aligned}$$

3. 일차부등식 $1.2x \leq 0.7x + 0.5$ 를 풀면?
[배점 2, 하중]

- ① $x \leq 1$ ② $x > 1$
 ③ $1 < x$ ④ $1 \leq x$
 ⑤ 해는 없다.

해설

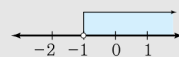
$$\begin{aligned} 1.2x &\leq 0.7x + 0.5 \\ \text{양변에 10을 곱하면} \\ 12x &\leq 7x + 5 \\ 12x - 7x &\leq 5 \\ 5x &\leq 5 \\ \therefore x &\leq 1 \end{aligned}$$

4. 일차부등식 $x + 1 - 2(x - 1) < 4$ 를 만족하는 가장 작은 정수는?
[배점 2, 하중]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

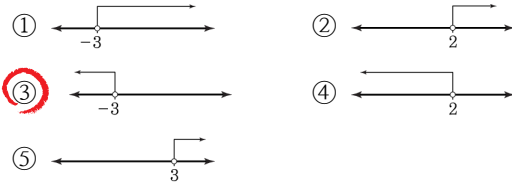
해설

$$\begin{aligned} x + 1 - 2(x - 1) &< 4 \\ x + 1 - 2x + 2 &< 4 \\ x - 2x &< 4 - 1 - 2 \\ -x &< 1 \\ \therefore x &> -1 \end{aligned}$$



따라서 가장 작은 정수는 0이다.

5. 일차부등식 $-2x + 1 > 7$ 의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?
[배점 2, 하중]



해설

$$\begin{aligned} -2x + 1 &> 7 \\ -2x &> 7 - 1 \\ -2x &> 6 \\ \therefore x &< -3 \end{aligned}$$

6. 다음 중 일차부등식을 모두 찾아라.

[배점 2, 하중]

- ① $3 > 5 - 2x$
② $x - 1 < x$
③ $4x - 3 < 5$
④ $-x + 4 \geq 7$
⑤ $2x - (x + 1) \leq 3 + x$

해설

일차부등식은 좌변으로 정리하였을 때 $ax + b(a \neq 0)$ 형태로 정리 된다

- ② $x - 1 < x, -1 < 0$
⑤ $2x - (x + 1) \leq 3 + x$
 $2x - x - 1 \leq 3 + x$
 $-4 \leq 0$

7. 부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x - 2}{5}$ 를 만족하는 정수 중 가장 큰 수는 -16 이라고 할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\begin{aligned} \text{부등식 } \frac{x}{4} - a &\geq \frac{3x - 2}{5} \text{ 를 정리하면} \\ 5x - 20a &\geq 12x - 8 \text{ 에서 } -7x \geq 20a - 8 \\ \therefore x &\leq \frac{-20a + 8}{7} \\ \text{부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 } -16 \text{ 이므로} \\ \frac{-20a + 8}{7} &= -16 \\ -20a + 8 &= -112 \\ -20a &= -120 \\ \therefore a &= 6 \end{aligned}$$

8. 일차부등식 $(a - 2)x > 2$ 의 해가 $x < \frac{1}{3}$ 이다. 이 때, a 의 값은?
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

해설

$$\begin{aligned} (a - 2)x &> 2 \\ x &< \frac{2}{a - 2} \text{ 가 } x < \frac{1}{3} \text{ 이므로} \\ \frac{a}{a - 2} &= \frac{1}{3} \text{ 이다.} \\ 3a &= a - 2 \\ 2a &= -2 \\ \therefore a &= -1 \end{aligned}$$

9. 일차부등식 $\frac{x}{4} - 6 > \frac{3x-2}{5}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① -17 ② -16 ③ -15
④ 16 ⑤ 17

해설

$$\frac{x}{4} - 6 > \frac{3x-2}{5} \text{ 양변에 20을 곱하면}$$

$$5x - 120 > 12x - 8$$

$$7x < -112$$

$$x < -16$$

따라서 만족하는 가장 큰 정수는 -17이다.

10. 일차부등식 $3(0.4x - 1) \leq x + 1.2$ 를 만족하는 자연수의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 13 개 ② 15 개 ③ 17 개
④ 19 개 ⑤ 21 개

해설

$$3(0.4x - 1) \leq x + 1.2$$

$$1.2x - 3 \leq x + 1.2$$

$$0.2x \leq 4.2$$

$$2x \leq 42$$

$$x \leq 21$$

따라서 만족하는 자연수의 개수는 21 개이다.

11. 부등식 $x - 2 \leq 2(3x + 1)$ 을 만족하는 정수의 최솟값은? [배점 3, 하상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x - 2 \leq 6x + 2$$

$$-4 \leq 5x$$

$$-\frac{4}{5} \leq x$$

따라서 만족하는 정수의 최솟값은 0 이다.

12. 부등식 $bx + 1 < 5x - 2$ 의 해가 $x > 1$ 일 때, b 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$bx + 1 < 5x - 2$$

$$bx - 5x < -3$$

$$(b - 5)x < -3$$

부등식의 해가 $x > 1$ 이므로 $b - 5 < 0$, 즉 $b < 5$

$$x > \frac{3}{5-b}$$

$$\frac{3}{5-b} = 1$$

$$\therefore b = 2$$

13. 다음 중 $\frac{3}{2} - 0.4x > 0.6 + \frac{3}{5}x$ 의 해로 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

① 0.7 ② 0.9 ③ 1.0 ④ 1.2 ⑤ 1.5

해설

식을 간단히 하기 위해 양변에 10 을 곱하면 $15 - 4x > 6 + 6x$ 이고, 이를 정리하면 $-10x > -9$ 이다. 따라서 $x < \frac{9}{10}$ 이다. 이를 소수로 표현하면 $x < 0.9$ 이다. x 는 0.9 보다 작아야 하므로 0.7 이 해가 될 수 있다.

14. 수 전체의 집합의 부분집합 $A = \left\{x \mid -\frac{x+1}{3} > \frac{x}{2} - 0.6\right\}$ 일 때, A^c 에 포함되어 있는 수로 틀린 것은?
[배점 3, 중하]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-\frac{x+1}{3} > \frac{x}{2} - 0.6$ 의 계수를 정수로 만들기 위해 양변에 30 을 곱한다.

$$-10x - 10 > 15x - 18$$

$$-25x > -8$$

$$x < \frac{8}{25}$$

즉, $A = \left\{x \mid x < \frac{8}{25}\right\}$ 이고, $A^c = \left\{x \mid x \geq \frac{8}{25}\right\}$ 이다. 따라서 0 은 A^c 가 아니다.

15. x 에 관한 부등식 $ax - 12 > 0$ 의 해가 $x < -3$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$ax - 12 > 0$, $ax > 12$ 의 해가 $x < -3$, 즉 부등호의 방향이 바뀌었으므로 $a < 0$ 이다.

$$ax > 12$$

$$x < \frac{12}{a}$$

$$\frac{12}{a} = -3$$

$$\therefore a = -4$$

16. 0이 아닌 세 실수 a, b, c 사이에 $ab > 0$, $bc < 0$, $b > c$ 인 관계가 있을 때, $-\frac{1}{2}(c - b - a)x < 2(a + b - c)$ 를 풀어라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $x < 4$

해설

$ab > 0$ 이므로 a 와 b 의 부호는 같다.

$bc < 0$ 이므로 b 와 c 의 부호는 서로 반대이다.

$b > c$ 이므로 b 가 양수이고 c 가 음수가 되어야 한다.

a 와 b 의 부호는 같다고 했으므로 a 의 부호도 양수이다. $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$

그러므로 $a + b - c > 0$ 임을 알수있다.

$$-\frac{1}{2}(c - b - a)x < 2(a + b - c)$$

$$(c - b - a)x > -4(a + b - c)$$

$$-(a + b - c)x > -4(a + b - c)$$

$$x < \frac{-4(a + b - c)}{-(a + b - c)} = 4$$

17. 일차부등식 $\frac{x-2}{3} - \frac{5x-3}{4} < 1$ 을 풀면?
[배점 3, 중하]

- ① $x > -1$ ② $x < -1$ ③ $x > 1$
④ $x < 1$ ⑤ $x > -\frac{29}{11}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{3} - \frac{5x-3}{4} &< 1 \\ \text{양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면} \\ 4x-8-15x+9 &< 12 \\ -11x &< 11 \\ \therefore x &> -1 \end{aligned}$$

18. 다음 중에서 일차부등식이 아닌 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $2x+1 > 10$
② $x < 3x-4$
③ $3-x \geq 2-x$
④ $2x^2-x^2 < x^2-x$
⑤ $x^2-2 \leq x^2-x-4$

해설

- ① $2x > 9$
② $x > 2$
③ $3 \geq 2$
④ $x < 0$
⑤ $x \leq -2$

19. $a > 0$ 일 때, 두 부등식 $\frac{3x+1}{a} < \frac{x+2}{4}$, $0.5(x+1) < 0.3(x+3)$ 의 해가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} 0.5(x+1) &< 0.3(x+3) \text{ 의 양변에 10을 곱하면} \\ 5(x+1) &< 3(x+3) \\ 5x+5 &< 3x+9 \\ \therefore x &< 2 \\ \frac{3x+1}{a} &< \frac{x+2}{4} \text{ 의 양변에 } 4a \text{ 를 곱하면} \\ 4(3x+1) &< a(x+2) \\ 12x+4 &< ax+2a \\ (12-a)x &< 2a-4 \\ \text{두 부등식의 해가 서로 같으므로 } 12-a &> 0 \text{ 이고} \\ \text{해는 } x &< \frac{2a-4}{12-a} \\ \frac{2a-4}{12-a} &= 2 \\ 2a-4 &= 2a-4 \\ \therefore a &= 7 \end{aligned}$$

20. 부등식 $\frac{x-1}{2} + \frac{5}{6} > \frac{2x}{3}$ 을 만족하는 정수 중 최댓값을 a , 부등식 $\frac{1}{2}(3x+7) + (-2x) \leq \frac{1-x}{5} + 3$ 을 만족하는 정수 중 최솟값을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\frac{x-1}{2} + \frac{5}{6} > \frac{2x}{3} \text{의 양변에 6을 곱하면}$$

$$3x - 3 + 5 > 4x$$

$$-x > 2$$

$$x < -2$$

따라서 $a = -3$ 이다.

$$\frac{1}{2}(3x+7) + (-2x) \leq \frac{1-x}{5} + 3 \text{의 양변에 10을 곱하면}$$

$$15x + 35 - 20x \leq 2 - 2x + 30$$

$$-3x \leq -3$$

$$x \geq 1$$

따라서 $b = 1$ 이다.

$$\therefore a + b = (-3) + 1 = -2$$

21. 집합 $A = \{x \mid 5x - 4 < 3x + 7, x \text{는 홀수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 의 원소가 아닌 것을 모두 고르면?
[배점 5, 중상]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$5x - 4 < 3x + 7$$

$$2x < 11$$

$$x < \frac{11}{2}$$

$$\therefore x = 1, 3, 5$$

22. $3(x+2) > 7(x-1) + 1$ 을 만족하는 정수 중 가장 큰 정수를 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$3(x+2) > 7(x-1) + 1$$

$$-4x > -12$$

$$x < 3$$

따라서 가장 큰 정수 x 는 2 이다.

23. $\frac{5}{3}x - 2 < 3 + x$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수를 a , $0.5x - 1 \geq 0.6 + 0.2x$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 가장 작은 정수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$5x - 6 < 9 + 3x$$

$$2x < 15, x < \frac{15}{2}$$

$$a = 7$$

$$5x - 10 \geq 6 + 2x$$

$$3x \geq 16, x \geq \frac{16}{3}$$

$$b = 6$$

$$\therefore a + b = 7 + 6 = 13$$

24. 다음 일차부등식 중 해가 $2x-5 < x+3$ 과 같은 것은?
[배점 5, 상하]

- ① $2x-3 < 5x+6$
 ② $2(3x-4) < 40$
 ③ $-2x-1 < -5x+8$
 ④ $1-x < 2x+7$
 ⑤ $9-x < 2x+3$

해설

$$\begin{aligned} 2x-5 &< x+3 \\ 2x-x &< 5+3 \\ \therefore x &< 8 \\ \textcircled{2} \quad 6x-8 &< 40 \\ 6x &< 48 \\ \therefore x &< 8 \end{aligned}$$

25. $ax < 2x-15$ 의 해가 $x > 6$ 일 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} ax &< 2x-15, ax-2x < -15 \\ (a-2)x &< -15 \text{ 의 해가 } x > 6 \text{ 로 부등호의 방향이} \\ &\text{바뀌었으므로} \\ a-2 &< 0 \quad \therefore a < 2 \\ (a-2)x &< -15 \text{ 의 양변을 } a-2 \text{ 로 나누면 부등호} \\ &\text{의 방향이 바뀌므로} \\ x &> \frac{-15}{a-2} \text{ 이고, 이 해가 } x > 6 \text{ 이므로} \\ \frac{-15}{a-2} &= 6, 6a-12 = -15 \\ \therefore a &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

26. $7x+5 \geq 9x \square 3$ 의 부등식이 있다. 미혜는 빈칸의 부호를 잘 못 봐서 $x \leq 4$ 로 답을 구했다고 한다. 올바르게 보았다고 할 때 구해지는 자연수의 합을 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} 7x-9x &\geq \square 3-5 \quad \text{이므로} \\ -2x &\geq \square 3-5 \\ x &\leq -\frac{1}{2}(\square 3-5) = 4 \\ \text{미혜는 빈칸의 부호를 } - \text{로 잘못보았다.} \\ \text{원래의 부호는 } + \text{ 이다.} \\ 7x+5 &\geq 9x+3 \text{ 이 되므로} \\ 7x-9x &\geq 3-5 \\ -2x &\geq -2 \\ x &\leq 1 \\ \text{조건을 만족하는 자연수는 } 1 \text{ 이다.} \\ \text{그러므로 자연수의 합은 } 1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

27. $x \geq y \geq 3, z \geq 3$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ 의 정수해의 순서쌍 (x, y, z) 를 모두 구하여라. [매점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (3, 3, 6)

▷ 정답: (4, 3, 12)

▷ 정답: (5, 3, 30)

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{2}, \text{ 즉, } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} + \frac{1}{z} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > \frac{1}{2} \dots \textcircled{1}$$

$$x, y \text{ 가 양수이고, } x \geq y \text{ 이므로 } \frac{1}{x} \leq \frac{1}{y} \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에 의해 } \frac{1}{2} < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} < \frac{2}{y}, \frac{1}{2} < \frac{2}{y}$$

$$\text{즉, } y < 4 \text{ 이고 } y \geq 3 \text{ 이므로 } y = 3$$

$$y = 3 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면 } \frac{1}{x} + \frac{1}{3} > \frac{1}{2}, \frac{1}{x} > \frac{1}{6}$$

$$\text{즉, } x < 6 \text{ 이고 } x \geq y \geq 3 \text{ 이므로 } x = 3, 4, 5$$

$$\text{i) } x = 3, y = 3 \text{ 일 때, } \frac{1}{z} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore z = 6$$

$$\text{ii) } x = 4, y = 3 \text{ 일 때, } \frac{1}{z} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

$$\therefore z = 12$$

$$\text{iii) } x = 5, y = 3 \text{ 일 때, } \frac{1}{z} = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{30}$$

$$\therefore z = 30$$

따라서, 주어진 식을 만족하는 정수해의 순서쌍 (x, y, z) 는 (3, 3, 6), (4, 3, 12), (5, 3, 30) 이다.

28. 1 이 아닌 세 자연수 x, y, z 가 $\frac{(x-1)(1-y) + (y-1)(1-z) + (z-1)(1-x)}{(1-x)(1-y)(1-z)} = 1$ 을 만족할 때, xyz 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라. [매점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 64

▷ 정답: 75

▷ 정답: 84

해설

$$\frac{(x-1)(1-y) + (y-1)(1-z) + (z-1)(1-x)}{(1-x)(1-y)(1-z)} = 1$$

1 을 간단히 하면

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} = 1$$

$x \leq y \leq z$ 라 하면

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} \leq \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} = \frac{3}{x-1}$$

$$1 \leq \frac{3}{x-1}, 1 < x-1 \leq 3$$

$$\therefore 2 < x \leq 4 \rightarrow x = 3, 4$$

$$(1) x = 3 \text{ 일 때, } \frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } \frac{1}{y-1} +$$

$$\frac{1}{z-1} \leq \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-1} = \frac{2}{y-1} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{2}{y-1}, 1 < y-1 \leq 4 \therefore 2 < y \leq 5, y = 3, 4, 5$$

$$y = 3 \text{ 이면 성립하지 않는다.}$$

$$y = 4 \text{ 이면 } z = 7, y = 5 \text{ 이면 } z = 5$$

$$(2) x = 4 \text{ 일 때, } \frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} = \frac{2}{3} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{y-1} + \frac{1}{z-1} \leq \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-1} = \frac{2}{y-1}$$

$$\frac{2}{3} \leq \frac{2}{y-1}, 1 < y-1 \leq 3 \therefore 2 < y \leq 4, y = 3, 4$$

$$y = 3 \text{ 이면 } z = 7, y = 4 \text{ 이면 } z = 4$$

(x, y, z) 의 순서쌍은

$$(3, 4, 7), (3, 5, 5), (4, 3, 7), (4, 4, 4)$$

그런데 (4, 3, 7) 은 $x \leq y \leq z$ 의 조건에 맞지 않으므로 제외한다.

따라서 xyz 의 값이 될 수 있는 것은 64, 75, 84 이다.

29. 연속하는 세 수 a, b, c 에 대하여 $98 \leq ac - ab \leq 100$ 를 만족할 때, 세 수 a, b, c 를 각각 구하여라.
(단, $a < b < c \leq 100$) [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 98$

▷ 정답 : $b = 99$

▷ 정답 : $c = 100$

해설

연속하는 세 수를 크기가 작은 순서대로 $b - 1, b, b + 1$ 로 놓으면

$$a = b - 1, c = b + 1$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } ac - ab &= (b - 1)(b + 1) - (b - 1)b \\ &= b^2 - 1 - b^2 + b \\ &= b - 1 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } 98 \leq b - 1 \leq 100$$

$$99 \leq b \leq 101$$

그런데 b 는 100 보다 작은 수이므로 99 이다.

따라서 세 수는 98, 99, 100 이다.

$$\therefore a = 98, b = 99, c = 100$$

30. a, b, c 는 연속하는 3 개의 3 의 배수이다. $\frac{66}{b} \leq a - c \leq \frac{84}{b}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

a, b, c 가 연속하는 3 의 배수이므로 $b - 3, b, b + 3$ 으로 놓을 수 있다.

$$\frac{66}{b} \leq a - c \leq \frac{84}{b}$$

$$\frac{66}{b} \leq (b - 3) - (b + 3) \leq \frac{84}{b}$$

$$\frac{66}{b} \leq -6 \leq \frac{84}{b} \text{ 이므로}$$

$$\frac{66}{b} \leq -6, \frac{1}{b} \leq -\frac{1}{11}$$

$$-6 \leq \frac{84}{b}, \frac{1}{b} \geq -\frac{1}{14}$$

$$\therefore -\frac{1}{14} \leq \frac{1}{b} \leq -\frac{1}{11}, b = -12$$

따라서 $a = -15, c = -9$ 이므로

$$a + b + c = -15 - 12 - 9 = -36 \text{ 이다.}$$