

확인학습11

1. 연립부등식 $14 - 3x \leq 8 + 2x < x + 19$ 를 만족하는 가장 큰 정수 a 와 가장 작은 정수 b 를 구하여 $a - b$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}
 14 - 3x &\leq 8 + 2x < x + 19 \\
 \Rightarrow \begin{cases} 14 - 3x \leq 8 + 2x \\ 8 + 2x < x + 19 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{6}{5} \\ x < 11 \end{cases} \\
 \therefore \frac{6}{5} \leq x < 11 & \\
 \text{가장 큰 정수 } a : 10 & \\
 \text{가장 작은 정수 } b : 2 & \\
 \therefore a - b = 10 - 2 = 8 &
 \end{aligned}$$

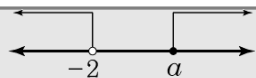
2. 연립부등식 $\begin{cases} x < -2 \\ x \geq a \end{cases}$ 의 해집합이 공집합일 때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

이므로 $a \geq -2$ 이다.
따라서 가장 작은 정수는 -2 이다.



3. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x - 2) \leq x - 2 \\ x + 2 > 1 \end{cases}$ 을 풀면? [배점 2, 하중]

① $-2 < x \leq 1$ ② $1 < x \leq 2$
③ $-1 \leq x < 2$ ④ $1 < x < 2$
⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} 3(x - 2) \leq x - 2 \\ x + 2 > 1 \end{cases} \\
 \Rightarrow &\begin{cases} 3x - x \leq -2 + 6 \\ x > -1 \end{cases} \\
 \Rightarrow &\begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases} \\
 \therefore &-1 < x \leq 2
 \end{aligned}$$

4. 연립부등식 $1 < -\frac{x-a}{3} < 2$ 의 해가 $1 < x < b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

① 1 ② 3 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned}
 1 &< -\frac{x-a}{3} < 2 \\
 \begin{cases} 1 < -\frac{x-a}{3} \\ -\frac{x-a}{3} < 2 \end{cases} & \\
 \rightarrow &\begin{cases} x < a - 3 \\ a - 6 < x \end{cases} \\
 a - 6 = 1 &\therefore a = 7 \\
 a - 3 = b &\therefore b = 4 \\
 \therefore a - b &= 7 - 4 = 3
 \end{aligned}$$

5. x 에 관한 연립부등식 $-1 \leq -\frac{1}{2}x - a \leq 3$ 의 해가 $-2 \leq x \leq 6$ 일 때, a 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ -3 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & -1 \leq -\frac{1}{2}x - a, x \leq -2a + 2 \\ \text{(ii)} \quad & -\frac{1}{2}x - a \leq 3, x \geq -2a - 6 \\ & -2a - 6 \leq x \leq -2a + 2 \text{와 } -2 \leq x \leq 6 \text{이 같으므로} \\ & -2a - 6 = -2, a = -2 \\ & -2a + 2 = 6, a = -2 \\ \therefore & a = -2 \end{aligned}$$

6. 다음 부등식의 해집합을 S 라고 하면 $S = \{x \mid a < x \leq b\}$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.
- $$\begin{cases} 2x + 1 > -5 \\ \frac{x-5}{2} \leq \frac{x}{4} - 3 \end{cases}$$

[배점 3, 하상]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2x + 1 &> -5 \\ 2x &> -5 - 1 \\ 2x &> -6 \\ \therefore x &> -3 \\ \frac{x-5}{2} &\leq \frac{x}{4} - 3 \\ 2(x-5) &\leq x - 12 \\ 2x - 10 &\leq x - 12 \\ 2x - x &\leq -12 + 10 \\ \therefore x &\leq -2 \\ \text{따라서 } -3 < x &\leq -2 \text{에서 } a = -3, b = -2 \text{ 이므로 } ab = 6 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

7. 부등식 $x - 3 \leq 2x - 1 < 8 - x$ 의 해 중에서 정수인 해는 몇 개인가? [배점 3, 하상]

- ① 6 개 ② 5 개
③ 4 개 ④ 해가 없다
⑤ 해가 무수히 많다.

해설

$$\begin{aligned} & x - 3 \leq 2x - 1 < 8 - x \text{에서} \\ \text{(i)} \quad & x - 3 \leq 2x - 1 \\ & x - 2x \leq -1 + 3 \\ & -x \leq 2 \\ \therefore x &\geq -2 \\ \text{(ii)} \quad & 2x - 1 < 8 - x \\ & 2x + x < 8 + 1 \\ & 3x < 9 \\ \therefore x &< 3 \\ \therefore -2 &\leq x < 3 \end{aligned}$$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 2 > 1 \\ -2x + 1 < -x - 4 \end{cases}$ 를 풀면? [배점 3, 하상]

- ① $x < -5$ ② $x > -5$ ③ $x < -1$
④ $x > 1$ ⑤ $x > 5$

해설

$$\begin{cases} 3x - 2 > 1 \\ -2x + 1 < -x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > 5 \end{cases}$$

$$\therefore x > 5$$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 \leq 5 \\ 5-x \leq a+3 \end{cases}$ 이 해를 가질 때, a 의 값의 범위를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $a < 5$ ② $a \leq 5$ ③ $a > -1$
 ④ $a < -1$ ⑤ $a \geq -1$

해설

- i) $2x-1 < 5, x < 3$
 ii) $5-x \leq a+3, x \geq 2-a$
 $2-a < 3$
 $\therefore a > -1$

10. 연립부등식 $5x-3 < 2x-4 \leq 4x+3$ 의 해를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $-\frac{7}{2} < x < -\frac{1}{3}$ ② $-\frac{7}{2} \leq x < \frac{1}{3}$
 ③ $-\frac{7}{2} \leq x < -\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{3} < x \leq \frac{7}{2}$
 ⑤ $-\frac{1}{3} \leq x < \frac{7}{2}$

해설

- i) $5x-3 < 2x-4, x < -\frac{1}{3}$
 ii) $2x-4 \leq 4x+3, x \geq -\frac{7}{2}$
 $\therefore -\frac{7}{2} \leq x < -\frac{1}{3}$

11. 집합 $A = \{x|x+2 \leq 2x+3\}, B = \{x|3x < 5x-14\}$ 에 대하여 $A-B$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$A = \{x|x \geq -1\},$
 $B = \{x|-2x < -14\} = \{x|x > 7\}$
 $A-B = A \cap B^C, B^C = \{x|x \leq 7\}$ 이므로
 $A \cap B^C = \{x|-1 \leq x \leq 7\}$
 최댓값은 7, 최솟값은 -1이다.
 $\therefore a-b = 7 - (-1) = 8$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 5x+7 \leq 3(x+a) \\ 3(x-1)+4 < 5x+25 \end{cases}$ 의 해가 $-b < x \leq -5$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? [배점 3, 중하]

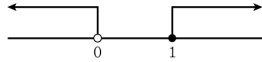
- ① -12 ② -6 ③ 2
 ④ 6 ⑤ 12

해설

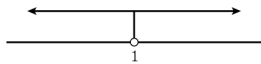
$\begin{cases} 5x+7 \leq 3(x+a) \\ 3x+1 < 5x+25 \end{cases}$
 $\rightarrow \begin{cases} 5x-3x \leq 3a-7 \\ 3x-5x < 25-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3a-7}{2} \\ x > -12 \end{cases}$
 $-b = -12$ 이고 $\frac{3a-7}{2} = -5$
 $\therefore a = -1, b = 12$
 $\frac{b}{a} = -12$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 8 - 3x \leq 2 \\ 3x - 3 \leq 3 \end{cases}$ 의 해를 옳게 구하고 수직선상의 그림을 바르게 그린 것은? [배점 3, 중하]

① 해가 없다.



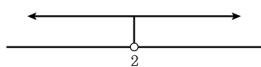
② 1,



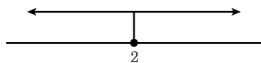
③ 1,



④ 2,



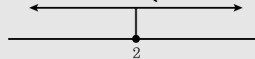
⑤ 2,



해설

$$\begin{cases} 8 - 3x \leq 2 \\ 3x - 3 \leq 3 \end{cases} \text{ 을 정리하면, } \begin{cases} -3x \leq -6 \\ 3x \leq 6 \end{cases} \text{ 이}$$

고 간단히 하면 $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 이다. 수직선 위에 그리

면  이 되고 해는 2 이다.

14. 어떤 정수에 4 를 곱하고 6 을 더하면 19 보다 크고, 6 배하고 3 을 빼면 22 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 정수는 무엇인가? [배점 3, 중하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

어떤 정수를 x 라고 하고, 문제의 조건에 따라 두 개의 식을 만든다. “어떤 정수에 4 를 곱하고 6 을 더하면 19 보다 크고”을 식으로 표현하면, $4x + 6 > 19$ 이다. “어떤 정수에 6 배하고 3 을 빼면 22 보다 작다”를 식으로 표현하면, $6x - 3 < 22$ 이다. 두 개의 식을 연립방정식으로 표현하면,

$$\begin{cases} 4x + 6 > 19 \\ 6x - 3 < 22 \end{cases} \text{ 이고, 이를 간단}$$

$$\text{히 하면, } \begin{cases} x > \frac{13}{4} \\ x < \frac{25}{6} \end{cases} \text{ 이다. 따라서 어떤 정수는}$$

$$\frac{13}{4} < x < \frac{25}{6} \text{ 이므로 4 이다.}$$

15. 만식이네 학교에서 식권을 한번에 150장을 사면 할인하여 판매한다고 하여 친구들과 똑같이 돈을 모아 식권 150장을 샀다. 식권을 나누어 가지기 위해 6장씩 나누어 주었더니 식권이 남고, 10장씩 나누어 주었더니 식권이 부족했다. 같이 식권을 산 학생 수는 몇 명인가?

[배점 3, 중하]

- ① 15명 ② 18명 ③ 30명
④ 43명 ⑤ 54명

해설

문제에서 전체 사람의 수를 x 명이라고 놓자.
모든 사람이 식권을 6장씩 가지고 있을 때 전체 식권 수는 $6x$ 장이고, 모든 사람이 10장씩 가지고 있을 때 전체 식권의 수는 $10x$ 장이다. 그러나 실제 식권의 수 150장은 모두 6장씩 가질 때보다 많고, 모두 10장씩 가질 때보다는 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $6x < 150 < 10x$ 이다.

이를 연립부등식으로 나타내면
$$\begin{cases} 6x < 150 \\ 10x > 150 \end{cases} \quad \text{이}$$

고, 간단히 하면,
$$\begin{cases} x < 25 \\ x > 15 \end{cases} \quad \text{이다. 이를 다시 나타내면 } 15 < x < 25 \text{ 이다.}$$

따라서 식권을 산 학생의 수는 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24명이 모두 가능하다.

16. 어떤 평행사변형의 세로의 길이가 가로 길에서 1cm 을 더한 후 2 배한 것과 같다고 한다. 이 평행사변형의 둘레의 길이가 20cm 이상 35 cm 미만이고, 가로의 길이를 x cm라 할 때, x 의 범위로 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $\frac{8}{3} \leq x \leq \frac{31}{6}$ ② $\frac{8}{3} < x \leq \frac{31}{6}$
③ $\frac{8}{3} < x < \frac{31}{6}$ ④ $\frac{8}{3} \leq x < \frac{31}{6}$
⑤ $\frac{8}{3} \leq x$

해설

가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이를 $2(x+1)$ cm이다. 이러한 평행사변형 둘레의 길이를 식으로 나타내면 $2x + 2 \times 2(x+1)$ 이고, 정리하면 $6x + 4$ 이다. 둘레의 길이가 20cm 이상 35cm 미만을 식으로 표현하면, $20 \leq 6x + 4 < 35$ 이므로

이를 연립부등식으로 바꾸면
$$\begin{cases} 20 \leq 6x + 4 \\ 6x + 4 < 35 \end{cases} \quad \text{이}$$

고 정리하면
$$\begin{cases} x \geq \frac{8}{3} \\ x < \frac{31}{6} \end{cases} \quad \text{이다.}$$

따라서 가로의 길이의 범위는 $\frac{8}{3} \leq x < \frac{31}{6}$ 이다.

17. 연립부등식 $\begin{cases} 3x > a \\ 5x - 1 \leq 4x + 9 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수가 4 일 때, a 의 값의 범위는? [배점 3, 중하]

- ① $16 \leq a < 17$ ② $17 \leq a < 19$
 ③ $18 \leq a < 19$ ④ $18 \leq a < 21$
 ⑤ $20 \leq a < 21$

해설

$5x - 1 \leq 4x + 9$ 를 풀면 $x \leq 10$ 이고, $3x > a$ 를 풀면 $x > \frac{a}{3}$ 이다.
 따라서 $\frac{a}{3} < x \leq 10$ 이고 만족하는 정수의 개수가 4 개가 되기 위해서 $6 \leq \frac{a}{3} < 7$, 따라서 $18 \leq a < 21$ 이다.

18. 연립부등식 $\begin{cases} x + 1 > \frac{4x - 3}{3} \\ \frac{x - 3}{2} > x - a \end{cases}$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

(i) $3(x + 1) > 4x - 3, x < 6$
 (ii) $\frac{x - 3}{2} > x - a, x - 3 > 2x - 2a, x < 2a - 3$
 연립부등식의 해가 $x < 1$ 이므로 $2a - 3 = 1$
 $\therefore a = 2$

19. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - (5x + 11) > -17 \\ 3(2 - x) \leq a \end{cases}$ 의 해가 $-1 \leq x < 2$ 일 때, 상수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 9 ② 6 ③ 4 ④ -3 ⑤ -9

해설

(i) $2x - (5x + 11) > -17, x < 2$
 (ii) $3(2 - x) \leq a, x \geq \frac{6 - a}{3}$
 따라서 $\frac{6 - a}{3} \leq x < 2$ 이므로
 $-1 \leq x < 2$ 에서 $\frac{6 - a}{3} = -1$
 $\therefore a = 9$

20. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 12 \geq x - 6 \\ 5x - a \leq 4x + 2 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수가 2 개일 때, 정수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3x - 12 \geq x - 6$ 을 풀면 $2x \geq 6, x \geq 3$
 $5x - a \leq 4x + 2$ 를 풀면 $x \leq a + 2$
 따라서 $3 \leq x \leq a + 2$ 이고, 만족하는 정수의 개수가 2 개가 되려면
 $4 \leq a + 2 < 5$ 이므로 $2 \leq a < 3$, 따라서 정수 a 의 값은 2 이다.

21. $A = \{x | 3x - 5 \leq 10\}$, $B = \{x | x + 2 > a\}$ 일 때,
 $A \cap B$ 의 원소 중 정수의 개수가 1개가 되도록 하는 a
 의 값의 범위는? [배점 4, 중중]

- ① $4 \leq a < 5$ ② $5 \leq a < 6$ ③ $6 \leq a < 7$
 ④ $7 \leq a < 8$ ⑤ $8 \leq a < 9$

해설

$$A : 3x \leq 15 \rightarrow x \leq 5$$

$$B : x > a - 2$$

$a - 2 < x \leq 5$ 에 속하는 정수가 1개여야 하므로

$$4 \leq a - 2 < 5$$

$$\therefore 6 \leq a < 7$$

22. 연립부등식 $\begin{cases} 0.2x + 1.6 \leq x \\ \frac{5}{2}x - 10 \leq 5 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x \leq b$ 일
 때, $b - a$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} 2x + 16 \leq 10x \rightarrow 2 \leq x \\ 5x - 20 \leq 10 \rightarrow x \leq 6 \end{cases}$$

$$\therefore 2 \leq x \leq 6$$

$$a = 2, b = 6$$

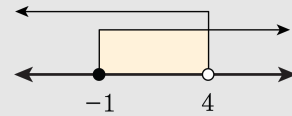
$$\therefore b - a = 6 - 2 = 4$$

23. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 5 > 4x - 3 \\ 3 - x \leq 2x + 6 \end{cases}$ 의 해 중에서 정수의
 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 6개 ② 5개 ③ 4개
 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

정리하면 $x < 4$, $-1 \leq x$



$x = -1, 0, 1, 2, 3$ 이므로 5개이다.

24. 100 개의 연필을 학생들에게 나누어 주었더니 5 개씩 나눠주면 연필이 남고, 8 개씩 나눠 주면 연필이 모자란다. 이때, 학생의 수로 옳지 않은 것은?
[배점 5, 중상]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 라고 놓자. 모든 학생이 5 개씩 가지고 있을 때 전체 연필수는 $5x$ 이고, 모든 학생이 8 개씩 가지고 있을 때 전체 연필수는 $8x$ 이다. 그러나 연필수는 모든 학생이 5 개씩 가질 때 보다 많고, 모든 학생이 8 개씩 가질 때 보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $5x < 100 < 8x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면
$$\begin{cases} 5x < 100 \\ 8x > 100 \end{cases} \quad \text{이}$$

고, 간단히 하면,
$$\begin{cases} x < 20 \\ x > \frac{25}{2} \end{cases} \quad \text{이다. 이를 다시 나}$$

타내면 $\frac{25}{2} < x < 20$ 이다. $\frac{25}{2} = 12.5$ 이므로, 학생의 수는 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 명이 가능하다.

25. 연립부등식

$$\begin{cases} 12 - x < 2(x + 1) + 1 < 4x - 1 \\ -a < x < a \end{cases} \quad \text{의 해가 없을 때,}$$

양수 a 의 값의 범위는? [배점 5, 중상]

① $0 < a < 2$ ② $0 < a \leq 2$ ③ $0 < a < 3$

④ $0 < a \leq 3$ ⑤ $2 < a < 3$

해설

$$\begin{cases} 12 - x < 2(x + 1) + 1 < 4x - 1 \cdots \textcircled{1} \\ -a < x < a \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} : 12 - x < 2(x + 1) + 1 \text{ 의 해는 } x > 3$$

$$2(x + 1) + 1 < 4x - 1 \text{ 의 해는 } x > 2$$

$$\therefore x > 3$$

$$\textcircled{2} : -a < x < a$$

연립부등식의 해가 없으려면 다음 그림과 같아야 하므로 양수 a 의 값의 범위는 $0 < a \leq 3$ 이다.

