

실력 확인 문제

1. $4.1 < \sqrt{x} < 5.6$ 를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것은? [배점 2, 하중]

① 42 ② 45 ③ 48 ④ 51 ⑤ 54

해설

$4.1 = \sqrt{16.81}$, $5.6 = \sqrt{31.36}$ 이므로
 $16.81 < x < 31.36$
 $a = 31, b = 17$
 $\therefore a + b = 17 + 31 = 48$

2. $2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는? [배점 2, 하중]

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \leq 2x < 16$ 이다. 따라서 $2 \leq x < 8$ 이므로 자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

3. $2 \leq \sqrt{x} < 3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 5 개

해설

$2 \leq \sqrt{x} < 3$ 는 $\sqrt{4} \leq \sqrt{x} < \sqrt{9}$ 이므로 $4 \leq x < 9$ 이다. 따라서 자연수 x 는 4, 5, 6, 7, 8로 5개이다.

4. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

㉠ $\sqrt{21} + 3 < \sqrt{19} - 4$
 ㉡ $\sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
 ㉢ $\sqrt{15} + 3 > \sqrt{15} + 2$

[배점 2, 하중]

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\sqrt{21} + 3 - (\sqrt{19} - 4) = \sqrt{21} - \sqrt{19} + 7 > 0$
 $\therefore \sqrt{21} + 3 > \sqrt{19} - 4$
 ㉡ $(\sqrt{19} - \sqrt{5}) - (\sqrt{15} - \sqrt{7}) = (\sqrt{19} - \sqrt{15}) + (\sqrt{7} - \sqrt{5}) > 0 \therefore \sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
 ㉢ $(\sqrt{15} + 3) - (\sqrt{15} + 2) = 3 - 2 > 0$

5. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

① $\sqrt{5} - 1 > 1$
 ② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$
 ③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$
 ④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$
 ⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

⑤ $-\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$
 $\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$

6. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$$\begin{aligned}
 & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\
 & \textcircled{㉠} A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\
 & A^2 - B^2 \\
 & = \textcircled{㉡} (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\
 & = \textcircled{㉢} (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\
 & = \textcircled{㉣} -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0 \\
 & \textcircled{㉤} \therefore A < B
 \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned}
 & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\
 & A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\
 & A^2 - B^2 \\
 & = (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\
 & = (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\
 & = -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0 \\
 & \therefore A > B
 \end{aligned}$$

7. 다음 중 대소비교가 옳은 것을 모두 고르면?

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{㉠} \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} \\
 & \textcircled{㉡} 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6} \\
 & \textcircled{㉢} \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1
 \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉢
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{㉠} \sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2} < 0 \\
 & \therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} \\
 & \textcircled{㉡} 4 - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{6}) = 1 - \sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + 1 > 0 \\
 & \therefore 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6} \\
 & \textcircled{㉢} \sqrt{5} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{2} + 1 < 0 \\
 & \therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1
 \end{aligned}$$

8. 다음 중 계산 한 값이 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{2^2} = 10$
 ② $\sqrt{(-2)^2} - (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{5^2} = 0$
 ③ $\sqrt{(\frac{2}{5})^2} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{(\frac{6}{5})^2} = -\frac{1}{5}$
 ④ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{(\frac{1}{2})^2} + \sqrt{(-\frac{1}{2})^2} = 0$
 ⑤ $\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} - \sqrt{(-5)^2} = 12$

해설

- ① $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{2^2} = 3 - 5 + 2 = 0$
 ② $\sqrt{(-2)^2} - (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{5^2} = 2 - 3 - 5 = -6$
 ③ $\sqrt{(\frac{2}{5})^2} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{(\frac{6}{5})^2} = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{6}{5} = -\frac{1}{5}$
 ④ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{(\frac{1}{2})^2} + \sqrt{(-\frac{1}{2})^2} = 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
 ⑤ $\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} - \sqrt{(-5)^2} = 3 + 4 - 5 = 2$

9. 다음 중 가장 큰 값은? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2}$
 ② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2}$
 ③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2}$
 ④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2}$
 ⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$

해설

- ① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2} = 4 - 2 = 2$
 ② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2} = 3 + 2 = 5$
 ③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2} = 5 - 2 = 3$
 ④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2} = 3 - 2 = 1$
 ⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2 = 5 + 2 = 7$
 이므로 $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$ 가 가장 크다.

10. $\sqrt{40-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 2, 하중]

- ① 1 ② 4 ③ 7 ④ 10 ⑤ 15

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x = 4$ 이다.

11. $\sqrt{17+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 2, 하중]

- ① 4 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 19

해설

$\sqrt{25}$ 이므로 $x = 8$ 이다.

12. 다음 중 의미하는 것이 다른 하나는?

[배점 3, 하상]

- ① 9의 제곱근
 ② 제곱근 9
 ③ 제곱하여 9가 되는 수
 ④ $x^2 = 9$ 를 만족하는 x 의 값
 ⑤ ± 3

해설

- ①, ③, ④, ⑤ ± 3
 ② $\sqrt{9} = 3$

13. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

14. $a > 3$ 일 때, $\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2}$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 하상]

- ① $-4a - 3$ ② $-4a + 3$ ③ $-2a + 3$
- ④ $2a - 3$ ⑤ $2a + 3$

해설

$$\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2} = 3a - (a-3) = 2a + 3$$

15. 다음 중 $\sqrt{5}$ 와 3 사이의 무리수를 모두 고른 것은?(단, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{5} \approx 2.236$)

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| ㉠ $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$ | ㉡ $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ |
| ㉢ $\sqrt{5} + 0.1$ | ㉣ $\sqrt{\frac{125}{20}}$ |
| ㉤ $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ | ㉥ $\sqrt{5} + 0.9$ |
| ㉦ $\sqrt{7.5}$ | ㉧ $3 - \frac{\sqrt{5}}{3}$ |

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉢, ㉤, ㉦ ② ㉠, ㉢, ㉦, ㉧
- ③ ㉡, ㉣, ㉦, ㉧ ④ ㉡, ㉣, ㉤, ㉦
- ⑤ ㉤, ㉥, ㉦, ㉧

해설

$\sqrt{5} < x < 3 \rightarrow 2.236 < x < 3$ 인 ‘무리수’

- ㉠ $\sqrt{5} + \sqrt{2} \approx 2.236 + 1.414 = 3.65 > 3$
- ㉢ $\sqrt{\frac{125}{20}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{5^2}{2^2}} = \frac{5}{2}$ 무리수가 아니다
- ㉤ $\frac{3-\sqrt{5}}{2} \approx \frac{0.764}{2} < \sqrt{5}$
- ㉥ $\sqrt{5} + 0.9 \approx 2.236 + 0.9 = 3.136 > 3$

16. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 수가 아닌 것을 모두 고르면? (단, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)

- ㉠ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ ㉡ $\sqrt{2}+0.01$
 ㉢ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ ㉣ $\sqrt{3}-0.03$
 ㉤ $\sqrt{3}+0.01$ ㉥ $\sqrt{3}-0.4$

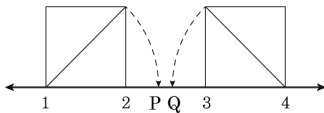
[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉢ ③ ㉢, ㉥
 ④ ㉠, ㉢, ㉥ ⑤ ㉢, ㉣, ㉥

해설

- ㉠ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2} < 0$
 ㉢ $\sqrt{3}+0.01 \approx 1.742 > \sqrt{3} \approx 1.732$
 ㉥ $\sqrt{3}-0.4 \approx 1.732-0.4 \approx 1.332 < \sqrt{2} \approx 1.414$

17. 다음은 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① $1-\sqrt{2}$ ② $1+2\sqrt{2}$ ③ $2-2\sqrt{2}$
 ④ $3-2\sqrt{2}$ ⑤ $4-\sqrt{2}$

해설

$P = 1 + \sqrt{2}$, $Q = 4 - \sqrt{2}$ 이므로
 두 점 P, Q 사이의 거리는
 $4 - \sqrt{2} - (1 + \sqrt{2}) = 3 - 2\sqrt{2}$ 이다.

18. 다음 수 중에서 가장 작은 수는? [배점 3, 하상]

- ① $2\sqrt{3}$ ② 3 ③ $\frac{\sqrt{7}}{2}$
 ④ $\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{\frac{7}{3}}$

해설

- ① $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$
 ② $3 = \sqrt{9}$
 ③ $\frac{\sqrt{7}}{2} = \sqrt{\frac{7}{4}}$
 ④ $\sqrt{11}$
 ⑤ $\sqrt{\frac{7}{3}}$
 $\therefore \frac{\sqrt{7}}{2} < \sqrt{\frac{7}{3}} < 3 < \sqrt{11} < 2\sqrt{3}$

19. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.
 이 때, $N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 43

해설

$\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$ 이므로
 $N(8) = 2$
 $N(9), N(10), \dots, N(15) = 3$
 $N(16), N(17), \dots, N(20) = 4$
 $\therefore N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20) = 2 + 3 \times 7 + 4 \times 5 = 43$

20. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$$\frac{1}{3}, \sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{12}, -2, \sqrt{0.6}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$\sqrt{0.6}, \sqrt{\frac{1}{3}}, \frac{1}{3}, -2, -\sqrt{12}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 $\frac{1}{3}$ 이다.

21. $6 \leq \sqrt{5x} < 10$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

[배점 3, 중하]

- ① 7 개 ② 9 개 ③ 10 개
④ 12 개 ⑤ 13 개

해설

$6 \leq \sqrt{5x} < 10$ 에서 $36 \leq 5x < 100$
따라서 $\frac{36}{5} \leq x < 20$ 이므로
정수 x 는 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 이다. 따라서 12 개이다.

22. 다음에 주어진 수를 크기가 큰 것부터 차례로 나열할 때, 두 번째에 해당하는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ② $\sqrt{3} + 1$ ③ $\sqrt{2}$
④ $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

해설

$$\text{i) } \sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - 1 > 0$$

$$\therefore \sqrt{3} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + 1$$

$$\text{ii) } \sqrt{3} + 1 - \sqrt{2} > 0 \quad \therefore \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2}$$

$$\text{iii) } \sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{5} < 0$$

$$\therefore \sqrt{3} + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$\text{iv) } \sqrt{2} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$$

$$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{5} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

따라서 주어진 수의 순서는

$$\sqrt{5} + \sqrt{3} > \sqrt{5} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2}$$

23. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳바르지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

① $\sqrt{3} + 3 < 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$

② $4 + \sqrt{3} < \sqrt{5} + 4$

③ $2 - 2\sqrt{3} < \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$

④ $\sqrt{3} + 2 > 1 + \sqrt{3}$

⑤ $5 - \sqrt{3} > -\sqrt{3} + 2$

해설

$$\text{① } \sqrt{3} + 3 - (2\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{9} - \sqrt{8} > 0$$

$$\therefore \sqrt{3} + 3 > 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

24. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{90} < 10$

㉡ $0.4 > \sqrt{0.4}$

㉢ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$

㉣ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

㉤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$

㉥ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{0.16} < \sqrt{0.4}$ 이므로 $0.4 < \sqrt{0.4}$ 이다.

㉣ $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{6} < -\sqrt{5}$ 이다.