

실력 확인 문제

1. $2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?
[배점 2, 하중]

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \leq 2x < 16$ 이다. 따라서 $2 \leq x < 8$ 이므로 자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

2. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?
[배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{5} - 1 > 1$
② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$
③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$
④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$
⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

⑤ $-\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$
 $\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$

3. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ \text{㉠ } A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ A^2 - B^2 \\ &= \text{㉡ } (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ &= \text{㉢ } (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ &= \text{㉣ } -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0 \\ \text{㉤ } \therefore A < B \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ A^2 - B^2 \\ &= (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ &= (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ &= -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0 \\ \therefore A > B \end{aligned}$$

4. $\sqrt{40-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?
[배점 2, 하중]

- ① 1 ② 4 ③ 7 ④ 10 ⑤ 15

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x = 4$ 이다.

5. $\sqrt{17+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 2, 하중]

- ① 4 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 19

해설

$\sqrt{25}$ 이므로 $x = 8$ 이다.

6. 자연수(N), 정수(Z), 유리수(Q), 무리수(I), 실수(R) 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\frac{1}{\sqrt{5}} \in I$ ② $0.\dot{4}\dot{6} \in R - I$
 ③ $(\sqrt{7}+2) \in R - Z$ ④ $0 \in I \cap R$
 ⑤ $8 \in Q$

해설

④ $I \cap R = I$
 0은 유리수에 포함된다.

7. 9의 제곱근과 25의 제곱근의 합의 최솟값을 구하라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: -8

해설

9의 제곱근: -3, 3
 25의 제곱근: -5, 5
 $(-3) + (-5) = -8$

8. 제곱근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 0의 제곱근은 없다.
 ② -2는 -4의 음의 제곱근이다.
 ③ 7^2 과 $(-7)^2$ 의 음의 제곱근은 다르다.
 ④ 0을 제외한 모든 자연수의 제곱근은 2개이다.
 ⑤ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

해설

- ① 0의 제곱근은 0이다.
 ② -2는 4의 음의 제곱근이고, -4의 제곱근은 없다.
 ③ 7^2 의 음의 제곱근은 -7, $(-7)^2$ 의 음의 제곱근은 -7이므로 같다.
 ⑤ $\sqrt{16} = 4$ 의 제곱근은 ± 2 이다

9. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{9}$ 는 무리수이다.
- ② 순환소수는 유리수이다.
- ③ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ④ 3.14 는 무리수이다.
- ⑤ 근호를 사용하여 나타낸 수는 모두 무리수이다.

해설

- ① $\sqrt{9}$ 는 유리수이다.
- ② 순환소수는 유리수이다.
- ③ 무한소수 중 비순환소수는 무리수이다.
- ④ 3.14 는 유리수이다.
- ⑤ 근호를 사용하여 나타낸 수 중에 무리수가 아닌 수도 있다.
예) $\sqrt{4} = 2$

10. $-3 < x < 3$ 일 때, $2\sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{4(x+3)^2}$ 을 간단히 하면? [배점 3, 하상]

- ① $-4x$ ② $-2x - 6$ ③ 0
- ④ $6x$ ⑤ $6x + 6$

해설

$$\begin{aligned}
 & -6 < x - 3 < 0, 0 < x + 3 < 6 \text{ 이므로} \\
 & (\text{주어진 식}) = -2(x - 3) - 2(x + 3) \\
 & = -2x + 6 - 2x - 6 \\
 & = -4x
 \end{aligned}$$

11. $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하여라. [배점 3, 하상]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: a

해설

$$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = a$$

12. $-\sqrt{8^2} \div \left(\sqrt{\frac{8}{5}}\right)^2$ 을 계산하여라. [배점 3, 하상]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: -5

해설

$$(-8) \times \frac{5}{8} = -5$$

13. 다음 표의 수 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수들을 찾아 색칠하여라. 또 그 수들이 나타내는 수를 아래쪽에 색칠하여 두 그림이 나타내는 수를 말하여라.

$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{64}$
$\sqrt{9}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{25}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{36}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{4}$

-5	15	16	0	25
-10	-0.3	3	8	11
-1	6	-6	0.1	-4
7	10	2	0.3	9
-7	-10	-13	5	12

[배점 3, 중하]

▶ 답:
▶ 정답: 74

해설

$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{64}$
$\sqrt{9}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{25}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{36}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{4}$

-5	15	16	0	25
-10	-0.3	3	8	11
-1	6	-6	0.1	-4
7	10	2	0.3	9
-7	-10	-13	5	12

14. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{0.16}$	㉡ $\sqrt{0.4}$	㉢ $\sqrt{101}$
㉣ $\sqrt{9}$	㉤ $-\sqrt{\frac{4}{9}}$	

[배점 3, 중하]

▶ 답:
▶ 답:
▶ 정답: ㉡
▶ 정답: ㉤

해설

- ㉠ $\sqrt{0.16}$ 은 0.16의 양의 제곱근이므로 0.4이다.
- ㉡ $\sqrt{0.4}$ 는 0.4의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
- ㉢ $\sqrt{101}$ 은 101의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
- ㉣ $\sqrt{9}$ 는 9의 양의 제곱근이므로 3이다.
- ㉤ $-\sqrt{\frac{4}{9}}$ 는 $\frac{4}{9}$ 의 음의 제곱근이므로 $-\frac{2}{3}$ 이다.

15. 다음 식을 만족하는 x 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$
- ② $\sqrt{2x} = 4$
- ③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$
- ④ $2x + 1 = 1$
- ⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$
 $\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

16. 다음 중 옳은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① 1 과 2 사이에 1 개의 유리수가 있다.
- ② $-\sqrt{5}$ 와 $-\sqrt{3}$ 사이에는 정수가 없다.
- ③ 0과 5 사이에는 정수가 6 개 있다.
- ④ 0과 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ⑤ (무리수) - (무리수) = (무리수) 가 된다.

해설

- ① \times 1 과 2 사이에 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② \times $-\sqrt{5}$ 와 $-\sqrt{3}$ 사이에는 -2 가 있다.
- ③ \times 0 과 5 사이에는 정수가 4개 있다.(1, 2, 3, 4 로 4개 있다.)
- ④ \circ 0 과 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ⑤ \times (무리수) - (무리수) 는 무리수가 될 수도 있고 유리수가 될 수도 있다.

17. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉣ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉤ 1과 2사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉥ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

[배점 3, 중하]

- ▶ 답: ㉠
- ▶ 답: ㉡
- ▶ 정답: ㉠
- ▶ 정답: ㉡

해설

- ㉠. \circ 두 자연수 2 와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. \circ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. \times 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉣. \times -2 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.(-1, 0, 1 3개가 있다.)
- ㉤. \times 1 과 2 사이에는 2 개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉥. \times $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1 개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

18. 다음 수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하여라.

$$\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 2, 1, -\sqrt{3}$$

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:

- ▷ 정답: $-\sqrt{3}$
- ▷ 정답: $-\sqrt{2}$
- ▷ 정답: 1
- ▷ 정답: $\sqrt{3}$
- ▷ 정답: 2

해설

$-\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 1, \sqrt{3}, 2$ 의 순서이다.

19. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{90} < 10$	㉡ $0.4 > \sqrt{0.4}$
㉢ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$	㉣ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$
㉤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$	㉥ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: ㉠
- ▷ 정답: ㉣

해설

㉠ $\sqrt{0.16} < \sqrt{0.4}$ 이므로 $0.4 < \sqrt{0.4}$ 이다.
 ㉣ $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{6} < -\sqrt{5}$ 이다.

20. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② 70 ③ 81 ④ 89 ⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
 $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은
 $\sqrt{11+x} = \sqrt{81} \quad \therefore x = 70$
 $\sqrt{11+x} = \sqrt{100} \quad \therefore x = 89$
 $\sqrt{11+x} = \sqrt{121} \quad \therefore x = 110$ (세 자리 수 이므로)
 따라서 $x = 89$ 이다.

21. 넓이가 $4\text{cm}^2, 5\text{cm}^2, 19\text{cm}^2$ 인 세 정사각형이 있다. 이 세 정사각형의 넓이를 합쳐서 큰 정사각형을 만들 때 한 변의 길이를 구하여라. [배점 4, 중중]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: $2\sqrt{7}\text{cm}$

해설

$4 + 5 + 19 = 28$
 28 의 양의 제곱근: $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

22. $\sqrt{50-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 5 ③ 9 ④ 14 ⑤ 25

해설

50 보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수부터 차례대로 구하면 49, 36, 25 이고, 이를 만족하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은 $\sqrt{50-x} = 25$ 가 될 때이다.

$$\sqrt{50-x} = \sqrt{25}$$

$$50 - x = 25$$

$$\therefore x = 25$$

23. $\sqrt{\frac{180}{a}}$ 가 자연수가 되게 하는 정수 a 는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

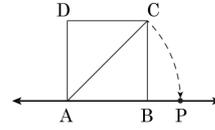
- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\sqrt{\frac{180}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{a}}$$

$a = 5, 5 \times 2^2, 5 \times 3^2, 5 \times 2^2 \times 3^2$ 이므로 4 개이다.

24. 다음 그림에서 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이다. 점 B 에 대응하는 수가 $2 + \sqrt{2}$ 일 때, 점 P 에 대응하는 수가 $a + b\sqrt{2}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ **답:**

▷ **정답:** 3

해설

점 A 의 좌표는 $2 + \sqrt{2} - 1 = 1 + \sqrt{2}$

점 P 의 좌표는 $(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{2} = 1 + 2\sqrt{2}$ 이므로 $a + b = 3$ 이다.

25. 다음 중 가장 작은 수는? [배점 4, 중중]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ③ $\sqrt{0.\dot{6}}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

해설

모두 양수이므로 각 수를 제곱하여 비교하면

① $\frac{4}{9}$

② $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

③ $(\sqrt{0.\dot{6}})^2 = 0.\dot{6} = \frac{6}{9}$

④ $\frac{2}{9}$

⑤ $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$