

실력 확인 문제

1. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?
[배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{5} - 1 > 1$
 ② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$
 ③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$
 ④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$
 ⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & -\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0 \\ \therefore & -\sqrt{6} < -\sqrt{5} \end{aligned}$$

2. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$$\begin{aligned} & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ & \textcircled{㉠} A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ & A^2 - B^2 \\ & = \textcircled{㉡} (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ & = \textcircled{㉢} (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ & = \textcircled{㉣} -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0 \\ & \textcircled{㉤} \therefore A < B \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$$\begin{aligned} & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ & A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ & A^2 - B^2 \\ & = (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ & = (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ & = -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0 \\ & \therefore A > B \end{aligned}$$

3. 다음 중 계산 한 값이 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{2^2} = 10$
 ② $\sqrt{(-2)^2} - (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{5^2} = 0$
 ③ $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2} = -\frac{1}{5}$
 ④ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = 0$
 ⑤ $\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} - \sqrt{(-5)^2} = 12$

해설

- ① $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{2^2} = 3 - 5 + 2 = 0$
 ② $\sqrt{(-2)^2} - (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{5^2} = 2 - 3 - 5 = -6$
 ③ $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2} = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{6}{5} = -\frac{1}{5}$
 ④ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
 ⑤ $\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} - \sqrt{(-5)^2} = 3 + 4 - 5 = 2$

4. 다음 중 가장 큰 값은? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2}$
 ② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2}$
 ③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2}$
 ④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2}$
 ⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$

해설

- ① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2} = 4 - 2 = 2$
 ② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2} = 3 + 2 = 5$
 ③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2} = 5 - 2 = 3$
 ④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2} = 3 - 2 = 1$
 ⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2 = 5 + 2 = 7$
 이므로 $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$ 가 가장 크다.

5. $\sqrt{17+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 2, 하중]

- ① 4 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 19

해설

$\sqrt{25}$ 이므로 $x = 8$ 이다.

6. 다음 중 수직선 위에서 $-\sqrt{10}$ 과 3 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

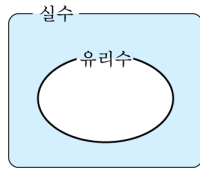
- ① 무리수는 무수히 많다.
 ② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
 ③ 정수는 6 개가 있다.
 ④ 자연수는 3 개가 있다.
 ⑤ 실수는 무수히 많다.

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 에서 $-4 < -\sqrt{10} < -3$ 이므로 범위는 $-3. \times \times \times \sim 3$

- ② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
 → 실수 중 유리수만이 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
 ④ 자연수는 3 개가 있다. → 1, 2 . 두 개 있다.

7. 다음 벤다이어그램의 색칠한 부분에 속하는 수를 고르면? (정답 2개)



[배점 3, 하상]

- ① $-\sqrt{0.16}$ ② $\sqrt{0.3}$ ③ $\sqrt{2}-1$
 ④ 1.27 ⑤ $-\sqrt{4}$

해설

색칠한 부분은 무리수이다.

$-\sqrt{0.16} = -0.4$, $-\sqrt{4} = -2$ 이므로 유리수이다.

8. $\sqrt{3^3 \times 5 \times 7 \times x}$ 가 가장 작은 자연수가 되기 위한 정수 x 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

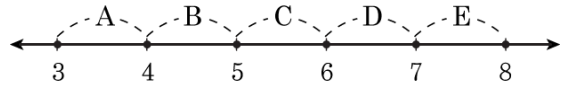
▶ 답:

▶ 정답: 105

해설

$\sqrt{3^3 \times 5 \times 7 \times x}$ 가 자연수가 되기 위해서는 근호 안의 수가 완전제곱수가 되어야 하므로 가장 작은 자연수 x 는 $x = 3 \times 5 \times 7 = 105$ 이다.

9. 다음 수직선에서 $2\sqrt{7}$ 에 대응하는 점이 있는 구간은?



[배점 3, 하상]

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$$2\sqrt{7} = \sqrt{28}$$

$5 < \sqrt{28} < 6$ 이므로 C 구간

10. 다음 중 대소관계를 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{\frac{1}{3}}$ ② $3 < 2\sqrt{2}$
 ③ $3\sqrt{2} > 2\sqrt{5}$ ④ $\frac{1}{2} < \sqrt{\frac{3}{4}}$
 ⑤ $6 < \sqrt{35}$

해설

- ① $\sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{3}}$
 ② $3 > 2\sqrt{2}$
 ③ $3\sqrt{2} < 2\sqrt{5}$
 ④ $\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}} < \sqrt{\frac{3}{4}}$ (○)
 ⑤ $6 > \sqrt{35}$

11. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 43

해설

$\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 이므로

$N(8) = 2$

$N(9), N(10), \dots, N(15) = 3$

$N(16), N(17), \dots, N(20) = 4$

$\therefore N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20) = 2 + 3 \times 7 + 4 \times 5 = 43$

12. $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 567

해설

$1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21$

$\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되려면

$a = 21 \times (\text{제곱수})$ 이어야 한다.

$21 \times 4 = 84, 21 \times 9 = 189, \dots$

$21 \times 25 = 525, 21 \times 36 = 756$

$\therefore 756 - 189 = 567$

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 두 정수 0과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{9}$ 와 $\sqrt{16}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 수직선은 유리수에 대응하는 점들을 완전히 채울 수 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ⑤ 서로 다른 무리수 사이에는 무수히 많은 정수들이 있다.

해설

정수는 서로 다른 두 수 사이에 유한개 존재한다.

14. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

- | | | |
|-----------------|--------------------------|----------------|
| ㉠ $\sqrt{0.81}$ | ㉡ $\sqrt{0.1}$ | ㉢ $\sqrt{121}$ |
| ㉣ $\sqrt{13}$ | ㉤ $-\sqrt{\frac{4}{25}}$ | |

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ $\sqrt{0.81}$ 은 0.81 의 양의 제곱근이므로 0.9이다.

㉡ $\sqrt{0.1}$ 는 0.1 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.

㉢ $\sqrt{121}$ 은 121 의 양의 제곱근이므로 11이다.

㉣ $\sqrt{13}$ 는 13 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.

㉤ $-\sqrt{\frac{4}{25}}$ 는 $\frac{4}{25}$ 의 음의 제곱근이므로 $-\frac{2}{5}$ 이다.

15. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

16. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$\sqrt{12}, -3, \frac{1}{2}, \sqrt{4}, 0.\dot{1}\dot{3}, 6.2345235\cdots$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4 개

해설

$-3, \frac{1}{2}, \sqrt{4} = 2, 0.\dot{1}\dot{3} = \frac{13}{99}$

17. 다음 중 옳은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① 1 과 2 사이에 1 개의 유리수가 있다.
 ② $-\sqrt{5}$ 와 $-\sqrt{3}$ 사이에는 정수가 없다.
 ③ 0 과 5 사이에는 정수가 6 개 있다.
 ④ 0 과 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
 ⑤ (무리수) - (무리수) = (무리수) 가 된다.

해설

- ① $\times$ 1 과 2 사이에 무수히 많은 유리수가 있다.
 ② $\times$ $-\sqrt{5}$ 와 $-\sqrt{3}$ 사이에는 -2 가 있다.
 ③ $\times$ 0 과 5 사이에는 정수가 4개 있다.(1, 2, 3, 4 로 4개 있다.)
 ④ $\bigcirc$ 0 과 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
 ⑤ $\times$ (무리수) - (무리수) 는 무리수가 될 수도 있고 유리수가 될 수도 있다.

18. 다음 식 중에서 x 의 값이 무리수인 것은?

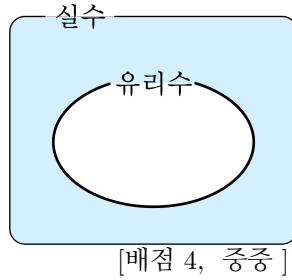
[배점 4, 중중]

- ① $x^2 = 25$ ② $x^2 = \frac{81}{49}$
 ③ $x^2 = 0.0016$ ④ $x^2 = \frac{3}{27}$
 ⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

해설

- ⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$
 $x = \frac{\pm 7}{10\sqrt{10}}$: 무리수
 ① $x = \pm 5$: 유리수
 ② $x = \pm \frac{9}{7}$: 유리수
 ③ $x = \pm 0.04$: 유리수
 ④ $x = \pm \sqrt{\frac{3}{27}} = \pm \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$: 유리수

19. 다음 중 아래의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분에 속하지 않는 수는?



- ① $\sqrt{3} - 3$ ② $-\sqrt{3.61}$
 ③ $\frac{\pi}{5}$ ④ $\frac{1 + \sqrt{6}}{2}$
 ⑤ $\sqrt{9}$ 의 제곱근

해설

무리수를 찾는 문제이다
 $-\sqrt{3.61} = -\sqrt{\frac{361}{100}} = -\sqrt{\left(\frac{19}{10}\right)^2} = -\frac{19}{10}$

20. $4\sqrt{9} + 2\sqrt{16} - 4\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{(-7)^2}$ 를 계산하여라.
 [배점 4, 중중]

▶ **답:**
 ▶ **정답:** 11

해설

(준식) $= 4 \times 3 + 2 \times 4 - 4 \times \frac{1}{2} - 7 = 12 + 8 - 2 - 7 = 11$

21. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{10}$ 은 $\sqrt{2}$ 의 5 배이다.
 ② 25의 제곱근은 5이다.
 ③ $-\sqrt{(-3)^2}$ 은 -3이다.
 ④ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.
 ⑤ -8의 음의 제곱근은 $-\sqrt{8}$ 이다.

해설

- ① $\sqrt{10}$ 은 $\sqrt{2}$ 의 $\sqrt{5}$ 배이다.
 ② 25의 제곱근은 ± 5 이다.
 ④ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.
 ⑤ 음수의 제곱근은 없다.

22. 다음 중 'x는 13의 제곱근이다.'를 바르게 나타낸 것은? [배점 4, 중중]

- ① $x = 13$ ② $x = -\sqrt{13}$
 ③ $x = \sqrt{13}$ ④ $x^2 = 13$
 ⑤ $2x = 13$

해설

어떤 수 x를 제곱하여 13이 될 때, x를 13의 제곱근이라고 한다. $\Rightarrow x^2 = 13$

23. $\sqrt{(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2}$ 을 계산하면?
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{5} &= \sqrt{20} > \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ 이므로} \\ \sqrt{(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2} \\ &= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

24. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{a^2} = a$ ② $(-\sqrt{a})^2 = a$
③ $-\sqrt{(-a)^2} = a$ ④ $(\sqrt{a})^2 = a$
⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

해설

$$\begin{aligned} a > 0 \text{ 일 때,} \\ ① \sqrt{a^2} &= a \\ ② (-\sqrt{a})^2 &= a \\ ③ -\sqrt{(-a)^2} &= -\sqrt{a^2} = -a \\ ④ (\sqrt{a})^2 &= a \\ ⑤ -\sqrt{a^2} &= -a \end{aligned}$$

25. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)
[배점 5, 중상]

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
② a^2 의 제곱근은 a 이다.
③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$

26. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 각각 Q, I, R 이라고 할 때, $\frac{\pi}{4} \in Q^C$ 이다.
- ㉡ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ $\{1 - \sqrt{7}, \sqrt{121}, -\sqrt{15^2}, \pi\}$ 는 무리수 집합이다.
- ㉣ 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 각각 Q, I, R 이라고 할 때 $Q \subset I \subset R$ 가 성립한다.
- ㉤ 무리수이면서 유리수인 수는 없다.
- ㉥ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절대값은 같다.

[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

- ㉠ 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ $\{\sqrt{121}, -\sqrt{15^2}\}$ 는 유리수 집합이다.
- ㉢ 유리수와 무리수는 실수에 포함되지만, 유리수는 무리수에 포함되지 않는다.
- ㉣ 0의 제곱근은 0의 1개 뿐이다.

27. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

- ㉠ $-x^2$ ㉡ x ㉢ $\sqrt{x}$
- ㉣ $-\frac{1}{x}$ ㉤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

[배점 5, 중상]

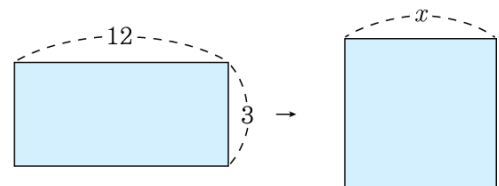
▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{x}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

28. 다음 그림과 같이 가로가 12이고 세로가 3인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $12 \times 3 = 36$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 36$ 을 만족하여야 한다. 즉, 36의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 36의 제곱근은 ± 6 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x 의 길이는 6이 된다.

29. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$$3 + \sqrt{3} \quad 2\sqrt{3} - 1 \quad 1 + \sqrt{2} \quad \sqrt{3} - 2 \quad 6 - \sqrt{3}$$

[배점 5, 중상]

- ① $3 + \sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3} - 1$ ③ $1 + \sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{3} - 2$ ⑤ $6 - \sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$
 $3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$
 $\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$
 ② $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$
 $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$
 $\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$
 $\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$
 ③ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$
 ④ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$
 음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
 ⑤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$
 $\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$
 ①과 ⑤를 비교해 보면
 $3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$

30. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$,
 $a < 1$ 이므로 $\sqrt{(a-1)^2} = -(a-1) = 1-a$
 따라서 $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2} = a + 1 - a = 1$ 이다.