

단원 종합 평가

1. $a * b$ 를 $a + b - ab$ 라고 정의할 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$(x * 3) + \{(2 + 1) * (3 * x)\} \quad [\text{배점 3, 중하}]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x$

해설

$$\begin{aligned} x * 3 &= x + 3 - 3x = -2x + 3 \\ (2 + 1) * (3 * x) &= 3 + (-2x + 3) - 3 \times (-2x + 3) = 4x - 3 \\ (\text{준식}) &= (-2x + 3) + (4x - 3) = 2x \end{aligned}$$

2. 방정식 $3(2 - 5x) + 4 = 5x$ 의 해가 $x = a$ 일 때, $a + \frac{1}{a^2}$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$$\begin{aligned} 3(2 - 5x) + 4 &= 5x \text{ 를 풀면} \\ 6 - 15x + 4 &= 5x \\ -15x - 5x &= -10 \\ -20x &= -10 \\ x &= \frac{1}{2} = a \\ \text{따라서 } a^2 &= \frac{1}{4}, \frac{1}{a^2} = 4 \text{ 이므로} \\ a + \frac{1}{a^2} &= \frac{1}{2} + 4 = \frac{9}{2} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

3. A, B 두 그릇에 각각 200 g, 420 g의 물이 들어 있다. A 그릇에 들어 있는 물의 양이 B 그릇에 들어 있는 물의 양의 $\frac{1}{4}$ 이 되게 하려면 A 그릇에서 B 그릇으로 몇 g의 물을 옮겨야 하는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 76 g

해설

A 그릇에서 B 그릇으로 x g의 물을 옮긴다고 하고 식을 세워서 풀면,
 $200 - x = \frac{1}{4}(420 + x)$
 $800 - 4x = 420 + x$
 $-5x = -380$
 $\therefore x = 76$
 따라서, A 그릇에서 B 그릇으로 76 g의 물을 옮겨야 한다.

4. 지섭이가 굴 45 개를 사려고 했는데 1600 원이 부족하여 30 개만 샀더니 800 원이 남았다. 지섭이가 굴을 사기 전에 가지고 있던 돈은 얼마인가? [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5600 원

해설

굴 1 개의 값 : x 원
 $45x - 1600 = 30x + 800$
 $x = 160$
 갖고 있는 돈 : $30 \times 160 + 800 = 5600$ (원)

5. 식 $12\left(\frac{3x-1}{4} - \frac{5x+2}{6}\right)$ 을 간단히 하여 $ax+b$ 의 꼴로 나타내었을 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

괄호를 풀면

$$3(3x-1) - 2(5x+2) = 9x-3-10x-4 = -x-7$$

$$a = -1, b = -7$$

$$\therefore a-b = -1 - (-7) = 6$$

6. $A = x+3, B = -2x-1$ 일 때, $\frac{12A+8B}{4} - \frac{6A+9B}{3} + 2B$ 를 간단히 하면?

[배점 4, 중중]

- ① $-x+2$ ② $3x+4$ ③ $-13x-4$
④ $-2x+2$ ⑤ $-3x+2$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{12A+8B}{4} - \frac{6A+9B}{3} + 2B \\ &= 3A+2B - (2A+3B) + 2B \\ &= A+B \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 A, B 를 대입하면

$$A+B = (x+3) + (-2x-1) = -x+2 \text{ 이다.}$$

7. 다음 중 방정식 $\frac{x-3}{2} = \frac{4}{3}x - 4$ 와 해가 다른 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $\frac{5x-11}{3} = \frac{2(x-1)}{3}$
② $2-x = -0.2x - \frac{2}{5}$
③ $-\frac{1-x}{3} = \frac{7-x}{6}$
④ $0.2x = \frac{2x+3}{5}$
⑤ $1-x = -\frac{4x-6}{3}$

해설

①, ②, ③, ⑤ 는 $x = 3$

$$④ \ 0.2x = \frac{2x+3}{5}$$

양변에 분모의 최소공배수 5를 곱하면

$$x = 2x+3$$

$$-x = 3$$

따라서 $x = -3$ 이다.

8. 삼순이가 집에서 도서관으로 공부하러 가는데 시속 12km로 자전거를 타고 가면 시속 4km로 걸어가는 것보다 1시간 빨리 도착한다고 한다. 시속 8km로 달려간다면 집에서 도서관까지 몇 분 걸리겠는가?

[배점 4, 중중]

- ① 30 분 ② 35 분 ③ 40 분
 ④ 45 분 ⑤ 50 분

해설

집에서 도서관까지의 거리를 x km라고 하면
 자전거를 타고 가는데 걸리는 시간은 $\frac{x}{12}$ 시간 이
 고,
 시속 4km 걸어가는데 걸리는 시간은 $\frac{x}{4}$ 시간이다.
 $\frac{x}{4} - \frac{x}{12} = 1$
 양변에 12 를 곱하면,
 $3x - x = 12$
 $\therefore x = 6$
 거리가 6km 이므로 시속 8km 로 달려가는 데 걸
 리는 시간은
 $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ (시간) = 45 (분)

9. 일정한 속력으로 달리는 기차가 길이 540m 의 다리를 통과하는데 30 초가 걸리고, 길이 400m 의 터널을 통
 과할 때는 20 초 동안 기차가 보이지 않았다. 기차의
 길이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24 m

해설

기차의 길이를 x 라 하자.

다리를 통과한 거리

$$= (\text{다리의 길이}) + (\text{기차의 길이}) = 540 + x$$

터널에서 안 보인 동안 지나간 거리

$$= (\text{터널의 길이}) - (\text{기차의 길이}) = 400 - x$$

$$\frac{540 + x}{30} = \frac{400 - x}{20}$$

양변에 60 을 곱하면

$$2(540 + x) = 3(400 - x)$$

$$x = 24(\text{m})$$

10. $2a(x^2 - 3x + 5) - b(3x^2 - 2x + 1)$ 을 간단히 했을
 때, x 에 관한 일차식이 될 조건을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $2a = -3b$ ② $2a = 3b$ ③ $a = 0$
 ④ $b \neq 0$ ⑤ $a + b = 0$

해설

$$2ax^2 - 6ax + 10a - 3bx^2 + 2bx - b$$

$$= (2a - 3b)x^2 - (6a - 2b)x + 10a - b$$

x 에 관한 일차식이 되려면 $2a - 3b = 0$ 이므로

$2a = 3b$ 이어야 한다.

$-(6a - 2b)x + 10a - b$ 에 $a = \frac{3}{2}b$ 를 대입해 보면
 $-7bx + 14b$ 에서 일차식의 계수가 0 이면 상수항만
 남으므로

$$-7b \neq 0 \quad \therefore b \neq 0$$

11. m 이 홀수이고, n 이 짝수일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$(-1)^m(x+y) - (-1)^n(x-y) + (-1)^{m+1}(x-2y) - (-1)^{n-1}(2x+y)$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - y$

해설

m 이 홀수이므로 $(-1)^m = -1$, $(-1)^{m+1} = 1$
 n 이 짝수이므로 $(-1)^n = 1$, $(-1)^{n-1} = -1$
 $\therefore$ (주어진 식)
 $= -(x+y) - (x-y) + (x-2y) + (2x+y)$
 $= -x - y - x + y + x - 2y + 2x + y$
 $= x - y$

12. 다음 등식 $ax + 3 = -2x + 3$ 이 x 에 관한 항등식일 때, a 의 값은? [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

항등식은 좌변과 우변의 식이 같으므로 $a = -2$

13. 동생이 집을 떠난 지 26 분 후에 형이 동생을 따라 나섰다. 동생은 매분 70 m 의 속력으로 걷고, 형은 매분 200 m 의 속력으로 따라갔다. 형은 몇 분 후에 동생을 만나게 되는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14 분

해설

시간을 x 라 하면
 동생이 간 거리는 $70 \times 26 + 70x$ 이므로
 $200x = 70 \times 26 + 70x$
 $130x = 1820$
 $\therefore x = 14(\text{분})$

14. 승수네 학교의 작년 전체 학생 수는 800 명이었다. 올해 남학생은 작년보다 8% 증가하고, 여학생은 12 명이 감소하여 전체적으로 3% 증가하였다고 한다. 올해 남학생과 여학생 수를 각각 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 남학생 : 486 명

▷ 정답 : 여학생 : 338 명

해설

작년 남학생 수를 x 명이라 하면 작년 여학생 수는 $(800 - x)$ 명이다.
 $\frac{8}{100} \times x - 12 = \frac{3}{100} \times 800$
 $\therefore x = 450$
 따라서 (올해 남학생 수) $= 450 + \frac{8}{100} \times 450 = 486$ (명)
 (올해 여학생 수) $= (800 - 450) - 12 = 338$ (명)

15. 어느 마을의 작년 남학생 수와 여학생 수의 비율이 5 : 3 이었다. 올해 남학생 수는 10% 감소하고 여학생 수가 10% 증가하니 남학생 수가 여학생의 수보다 12명 많다. 올해 이 마을의 학생 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 78명

해설

작년 남학생 수를 $5x$, 여학생 수를 $3x$ 라 하면
작년 전체 학생 수는 $8x$ 명이다.

올해 남학생 수는 $0.9 \times 5x$ 명이고, 여학생 수는
 $1.1 \times 3x$ 명이다.

$$4.5x = 3.3x + 12$$

$$1.2x = 12$$

$$x = 10$$

이 마을은 작년에 남학생이 50명이었고, 여학생은
30명이었다. 올해는 남학생이 45명 여학생이 33
명이 되었으므로 78명이 되었다.

16. $a = -\frac{1}{2}$ 일 때, 다음 중 식의 값이 큰 것부터 순서대로
기호를 써라.

- ㉠. $-\frac{1}{a}$
㉡. $a^2 - 2a$
㉢. $\frac{1}{a^2} - a$
㉣. $-a^2 - a$
㉤. $\frac{3}{a} - 4a$
㉥. $4a^2 - \frac{1}{a}$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢, ㉥, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

$$a = -\frac{1}{2} \text{ 이면 } \frac{1}{a} = -2$$

$$\text{㉠. } -\frac{1}{a} = -(-2) = 2$$

$$\text{㉡. (준식)} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$\text{㉢. (준식)} = 1 \div a^2 - a = 1 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 \times 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\text{㉣. (준식)} = -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{㉤. (준식)} = 3 \times \frac{1}{a} - 4a = 3 \times (-2) - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -4$$

$$\text{㉥. (준식)} = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - (-2) = 1 + 2 = 3$$

$$\frac{9}{2} > 3 > 2 > \frac{5}{4} > \frac{1}{4} > -4 \text{ 이므로}$$

$$\therefore \text{㉢, ㉥, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤}$$

17. $a : b : c = 1 : 2 : 5$ 일 때, x 에 관한 일차방정식 $(3a - 4b)x - \frac{b}{2} + c = (b - c)x - 3a$ 를 풀어라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$$\begin{aligned} a, b, c \text{ 를 각각 } k, 2k, 5k (k \neq 0) \text{ 라고 하면} \\ (3k - 8k)x - \frac{2k}{2} + 5k &= (2k - 5k)x - 3k \\ -5kx + 4k &= -3kx - 3k \\ -2kx &= -7k \\ \therefore x &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

18. 영재가 시험 시간이 오후 1시부터 오후 2시까지인 영어 시험을 보았다. 영재는 1시 20분에 답안 마킹을 실수하여 답안지를 한 번 교체하였고, 시험을 다 마쳤을 때, 시계를 보니 시계의 시침과 분침의 각도가 정확히 90° 였다. 영재가 시험을 본 총 시간을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{240}{11}$ 분

해설

$$\begin{aligned} 1 \text{ 분 동안 시침은 } \frac{30}{60} = 0.5 \text{ 도씩 움직이고, 분침은 } \\ \frac{360}{60} = 6 \text{ 도씩 움직인다.} \\ \text{따라서 } x \text{ 시 } y \text{ 분 일 때, 시침의 각도는 } 30x + 0.5y, \\ \text{분침의 각도는 } 6y \text{ 이다.} \\ 1 \text{ 시와 } 2 \text{ 시 사이에 시계의 시침과 분침이 } 90 \text{ 도가} \\ \text{되려면,} \\ 5.5y - 30 = 90, y = \frac{240}{11} \text{ 이므로 } 1 \text{ 시 } \frac{240}{11} \text{ 분 이다.} \\ \text{따라서 영재가 시험을 본 시간은 } \frac{240}{11} \text{ 분 이다.} \end{aligned}$$

19. 수학자 디오판토스는 일생의 $\frac{1}{7}$ 을 소년, $\frac{1}{12}$ 을 청년으로 지내고, 인생의 $\frac{1}{6}$ 이 지난 후에 결혼을 했다. 결혼한 지 4년이 지나 아들을 낳았지만, 아들은 자신의 일생의 절반 밖에 살지 못했다. 아들이 죽고 난 후 디오판토스는 5년을 더 살다가 생을 마감했다. 디오판토스는 몇 살까지 살았는지 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 84살

해설

$$\begin{aligned} \text{디오판토스가 인생을 } x \text{ (년)이라 두면,} \\ \frac{1}{7}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{6}x + 4 + \frac{1}{2}x + 5 = x \\ 12x + 7x + 14x + 336 + 42x + 420 = 84x \\ 9x = 756 \\ \therefore x = 84 \\ \text{따라서 디오판토스는 84살까지 살았다.} \end{aligned}$$

20. 어느 과일의 수분 함유량(전체 과일의 무게에서 물의 무게가 차지하는 비율)이 95%이다. 이 과일을 수분 함유량이 70%가 될 때까지 건조시키면 과일의 무게는 원래의 몇 배가 되는지 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{6}$ 배

해설

$$\begin{aligned} \text{과일의 무게를 } a \text{ 라 두면, 과일의 수분은 } 0.95a \text{ 이다. 줄어든 수분의 양을 } x \text{ 라고 하면} \\ \frac{0.95a - x}{a - x} = \frac{7}{10} \\ 7a - 7x = 9.5a - 10x \\ 3x = 2.5a \\ \therefore x = \frac{5}{6}a \\ \text{따라서 } 70\% \text{ 가 될 때까지 건조시키면 과일의 무게는 } a - \frac{5}{6}a = \frac{1}{6}a \text{ 이다.} \\ \therefore \frac{1}{6} \text{ 배} \end{aligned}$$

21. 물에 계량 스푼으로 설탕 10 스푼을 넣었더니 농도가 10%인 설탕물 300g이 되었다. 여기에 설탕을 더 넣어 농도가 25%인 설탕물을 만들려면, 설탕을 몇 스푼 더 넣어야 하는지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20 스푼

해설

농도가 10%인 설탕물 300g에는 설탕 30g이 들어 있다. 따라서 설탕 한 스푼은 3g이다.

설탕을 x 스푼 더 넣었다면,

$$\frac{30 + 3x}{300 + 3x} \times 100 = 25$$

$$120 + 12x = 300 + 3x$$

$$9x = 180$$

$$x = 20$$

∴ 20 스푼

22. $x = -1$ 일 때, $|x^3 + 4|$ 의 값과 같은 것은?

[배점 6, 상중]

① $-3x$

② $x^2 - x^3$

③ $2x^2 + x$

④ x^3

⑤ $2x^3 + x$

해설

$$|x^3 + 4| = |(-1)^3 + 4| = |-1 + 4| = 3$$

① $-3x = -3 \times (-1) = 3$

② $x^2 - x^3 = (-1)^2 - (-1)^3 = 1 + 1 = 2$

③ $2x^2 + x = 2 \times (-1)^2 + (-1) = 2 - 1 = 1$

④ $x^3 = (-1)^3 = -1$

⑤ $2x^3 = 2 \times (-1)^3 - 1 = -3$

23. 다음 두 방정식의 해의 합을 구하여라.

$$0.7(2a - 4) = 1.2(1 + 2a)$$

$$2 + 0.4x = 2.5 + 0.1x$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

$$0.7(2a - 4) = 1.2(1 + 2a)$$

양변에 10 을 곱하면

$$7(2a - 4) = 12(1 + 2a)$$

$$14a - 28 = 12 + 24a$$

$$14a - 24a = 12 + 28$$

$$-10a = 40$$

$$a = -4$$

$$2 + 0.4x = 2.5 + 0.1x$$

양변에 10 을 곱하면

$$20 + 4x = 25 + x$$

$$4x - x = 25 - 20$$

$$x = \frac{5}{3}$$

$$\therefore a + x = -4 + \frac{5}{3} = -\frac{7}{3}$$

24. 농장에서 돼지를 여러 개의 우리에 나누어 넣으려고 한다. 한 우리에 14 마리씩 돼지를 넣으면 16 마리의 돼지가 남고, 14 마리씩 들어간 우리와 16 마리씩 들어간 우리의 비가 1 : 2 이 되게 넣으면 돼지가 남지 않는다고 할 때, 우리의 개수와 전체 돼지의 마리 수를 각각 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 우리의 개수 : 12 개

▷ 정답 : 돼지의 수 : 184마리

해설

우리의 개수를 x , 돼지의 수를 y 라 두면,

$$14x + 16 = y \text{ 이다.}$$

$$14 \times \frac{1}{3}x + 16 \times \frac{2}{3}x = y, \frac{46}{3}x = y \text{ 이다.}$$

$$14x + 16 = \frac{46}{3}x \text{에서}$$

$$4x = 48$$

$$x = 12, y = 184$$

∴ 우리의 개수는 12 개, 돼지의 수는 184 마리이다.

25. 십의 자리와 일의 자리의 숫자의 합이 9이고, 백의 자리 숫자가 십의 자리 숫자보다 5만큼 큰 세 자리의 자연수가 있다. 백의 자리와 일의 자리의 숫자를 바꾸어 만든 수에 2를 곱하면 처음의 수보다 153만큼 크다고 할 때, 처음의 세 자리 자연수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 945

해설

세 자리의 자연수를 $100a + 10b + c$ 라고 두면,

$$b + c = 9, a = b + 5 \text{에서}$$

$$b = a - 5, c = 14 - a$$

$$2(100c + 10b + a) - 153 = 100a + 10b + c \text{이므로}$$

$$2800 - 200a + 20a - 100 + 2a - 153$$

$$= 100a + 10a - 50 + 14 - a$$

$$287a = 2583$$

$$a = 9, b = 4, c = 5$$

따라서 처음의 세 자리 자연수는 945이다.