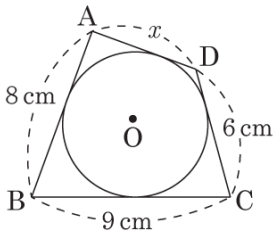
실력 확인 문제

1. 다음 사각형은 원 O 의 외접사각형이다. $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

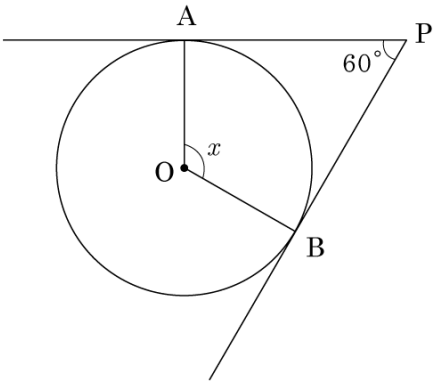
▷ 정답 : 5 cm

해설

$8+6=x+9$

$\therefore\ x=5\ (\text{cm})$

2. 그림을 보고 $\angle x$ 의 크기는?



[배점 2, 하중]

① $\angle x=110°$ ② $\angle x=115°$

③ $\angle x=117°$ ④ $\angle x=120°$

⑤ $\angle x=122°$

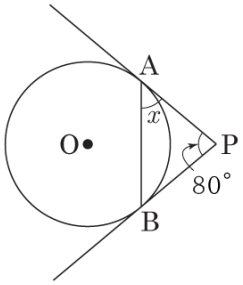
해설

$\angle PAO=\angle PBO=90°$

$\angle x=360°-180°-60°=120°$

$\therefore\ \angle x=120°$

3. 다음 그림에서 직선 PA 와 PB 는 점 A, B 를 각각 접점으로 하는 원 O 의 접선이다. $\angle APB$ 의 크기가 $80°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

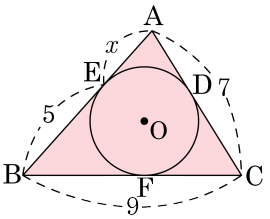
▷ 정답 : 50 °

해설

$\overline{PA}=\overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle x=(180°-80°)\div 2=50°$

4. 원 O 가 $\triangle ABC$ 의 각 변과 점 D, E, F 에서 접할 때, x 의 값을 구하여라.

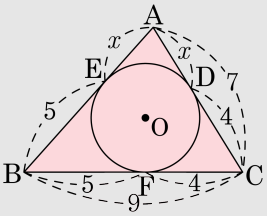


[배점 3, 하상]

▶ 답 :

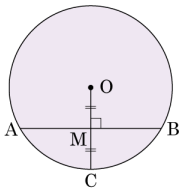
▷ 정답 : 3

해설



$x+4=7$ $\therefore\ x=3$

5. 반지름의 길이가 $2\sqrt{13}$cm 인 원 O에서 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$, $\overline{OM} = \overline{MC}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① $3\sqrt{13}$cm ② $\sqrt{39}$cm ③ $2\sqrt{39}$cm

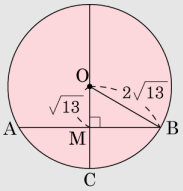
④ $2\sqrt{13}$cm ⑤ $2\sqrt{93}$cm

해설

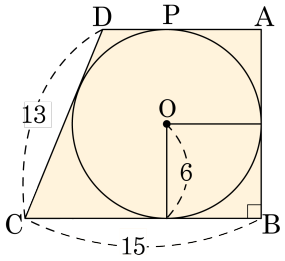
$\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{OC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{13} = \sqrt{13}(\text{cm})$

$\overline{AM} = \overline{BM} = \sqrt{\left(2\sqrt{13}\right)^2 - \left(\sqrt{13}\right)^2} = \sqrt{39}(\text{cm})$

$\overline{AB} = 2\overline{BM} = 2\sqrt{39}(\text{cm})$



6. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 에 외접하고 $\angle B = 90°$ 이다. $\overline{AD}$ 와 원 O 와의 접점을 점 P 라 할 때, $\overline{DP}$ 의 길이를 구하여라.

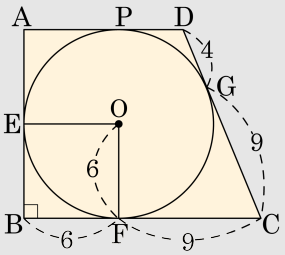


[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 4 cm

해설

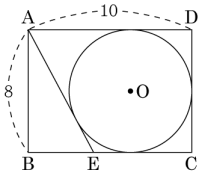


그림에서 $\overline{BE} = \overline{AE} = \overline{AP} = \overline{BF} = 6\,\text{cm}$이므로

$\overline{CF} = \overline{CG} = 9\,\text{cm}$, $\overline{DG} = 4\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DP} = \overline{DG} = 4\,\text{cm}$

7. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=10$ 인 직사각형이다. 원 O 가 □AECD 에 내접할 때, △ABE 의 넓이를 구하면?

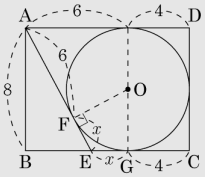


[배점 3, 중하]

① $\frac{38}{3}$ ② $\frac{40}{3}$ ③ 14 ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{46}{3}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$2r=8,\ r=4$

$\overline{FE}=\overline{EG}=x(x<6)$ 라 하면

$\overline{BE}+\overline{EC}=10$ 이므로 $\overline{BE}=6-x$ 이다.

△ABE 에서

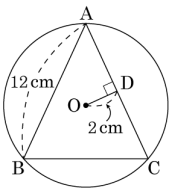
$(6+x)^2=(6-x)^2+64,\ 24x=64$

$\therefore x=\frac{8}{3}$

$\therefore \overline{BE}=6-\frac{8}{3}=\frac{10}{3}$

$\therefore \triangle ABE=\frac{1}{2}\times 8\times\frac{10}{3}=\frac{40}{3}$

8. 다음 그림에서 △ABC 가 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때, △ABO 의 넓이를 구하면?



[배점 3, 중하]

① 11cm^2 ② 12cm^2 ③ 13cm^2

④ 14cm^2 ⑤ 15cm^2

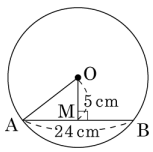
해설

점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

$\overline{AB}=\overline{AC}$ 이므로 $\overline{OD}=\overline{OE}=2(\text{cm})$

$(\triangle ABO\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times 12\times 2=12(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$ 이고 $\overline{AB}=24\text{cm}$, $\overline{OM}=5\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

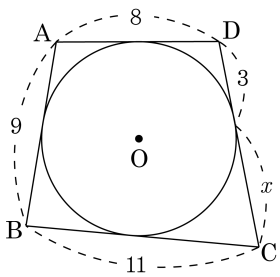
▷ 정답: 13 cm

해설

$\overline{AM}=\overline{BM}=12(\text{cm})$ 이므로

$\overline{OA}=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 □ABCD 가 원 O 에 외접하고 있다. 이때, x 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

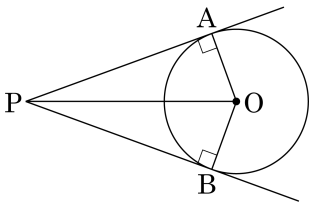
▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$ 이므로 $9+(3+x)=8+11$ 이다. 따라서 $x=7$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 A, B 는 그 접점이라고 할 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?



[배점 3, 중하]

① $\overline{PA}=\overline{PB}$

② $\triangle APO \equiv \triangle BPO$

③ $\angle APB+\angle AOB=90°$

④ $\angle OPB=20°$ 이면 $\angle AOB=140°$ 이다.

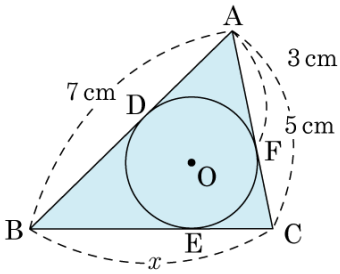
⑤ $\angle APO+\angle AOP=95°$ 이다.

해설

③ $\angle APB+\angle AOB=180°$

⑤ $\angle APO+\angle AOP=95°$

12. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 D, E, F 는 접점일 때, x 의 값은?



[배점 4, 중중]

① 6cm ② 7cm ③ 8cm

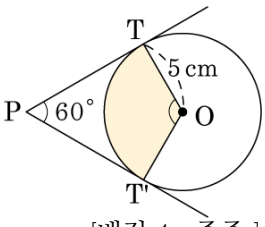
④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\overline{AF}=3(\text{cm})$ 이므로 $\overline{CF}=\overline{CE}=2(\text{cm}), \overline{BD}=\overline{BE}=4(\text{cm})$

$\therefore x=\overline{BE}+\overline{CE}=4+2=6(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같이 원 밖의 점 P 에서 원에 그은 접선에 대한 접점을 T, T′ 이라 할 때, 부채꼴 TOT′ 의 넓이를 구하면?



[배점 4, 중중]

① $\frac{25}{3}\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $\frac{25}{4}\pi\text{cm}^2$

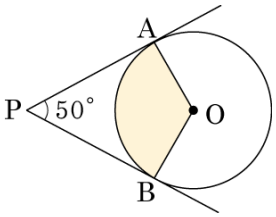
④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{50}{3}\pi\text{cm}^2$

해설

$\angle TOT'=180°-60°=120°$

$\therefore \pi\times 5^2\times\frac{120°}{360°}=\frac{25}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 점 P 에서 반지름의 길이가 18 인 원 O 에 그은 두 접선의 접점을 A, B 라 하고, $\angle APB = 50°$ 일 때, $\widehat{AB}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① π ② 3π ③ 4π

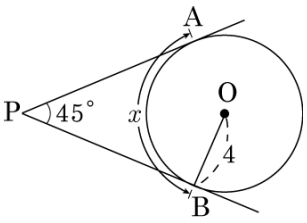
④ 6π ⑤ 13π

해설

$\angle AOB = 130°$ 이므로

$\widehat{AB} = 2\pi \times 18 \times \frac{130°}{360°} = 13\pi$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 점 P 에서 반지름의 길이가 4 인 원 O 에 그은 두 접선의 접점을 A, B 라 하고, $\angle APB = 45°$ 일 때, $\widehat{AB}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① π ② 3π ③ 4π

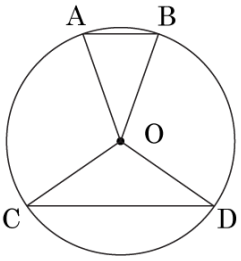
④ 6π ⑤ 12π

해설

$\angle AOB = 135°$ 이므로

$x = 2\pi \times 4 \times \frac{135°}{360°} = 3\pi$ 이다.

16. 주어진 그림처럼 원 O 에서 $\widehat{CD} = 2 \times \widehat{AB}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것의 개수는?



보기

㉠ $\overline{AB} = 2 \times \overline{CD}$

㉡ $\widehat{AB} = 2 \times \widehat{BD}$

㉢ $\angle COD = 2 \times \angle AOB$

㉣ 삼각형 COD 의 넓이 = 2× 삼각형 AOB 의 넓이

㉤ 부채꼴 COD 의 넓이 = 2× 부채꼴 AOB 의 넓이

㉥ 부채꼴 AOC 의 넓이 = 부채꼴 BOD 의 넓이

[배점 4, 중중]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

호의 길이와 부채꼴의 넓이는 중심각에 정비례한다.

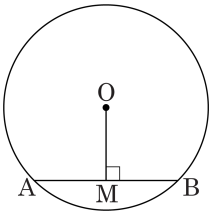
현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

옳은 것은 $\angle COD = 2 \times \angle AOB$

(부채꼴 COD 의 넓이)= (2× 부채꼴 AOB 의 넓이)

2 개이므로 옳지 않은 것은 4 개이다.

17. 다음 그림에서 원의 중심O 에서 현AB 에 내린 수선은 현을 이등분함을 증명할 때, 쓰이지 않는 것은?



[배점 5, 중상]

① $\angle OMA = \angle OMB$ ② $\overline{OA} = \overline{OB}$

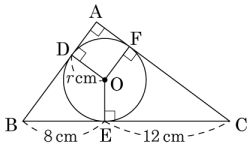
③ $\overline{AM} = \overline{BM}$ ④ $\overline{OM}$ 은 공통

⑤ $\triangle OAM \equiv \triangle OBM$

해설

$\overline{AM} = \overline{BM}$ 은 결론이다.

18. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{BE} = 8cm$, $\overline{CE} = 12cm$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $16\pi\,cm^2$

해설

$\overline{BD} = 8cm$, $\overline{CF} = 12cm$ 이므로

$\overline{AB} = (8+r)cm$, $\overline{AC} = (12+r)cm$ 이다.

$(8+r)^2 + (12+r)^2 = 20^2$

$2r^2 + 40r - 192 = 0$

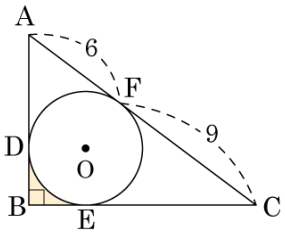
$r^2 + 20r - 96 = 0$

$(r-4)(r+24) = 0$

따라서 $r = 4\,cm$ $(r > 0)$ 이므로

원 O 의 넓이는 $4^2\pi = 16\pi(cm^2)$ 이다.

19. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



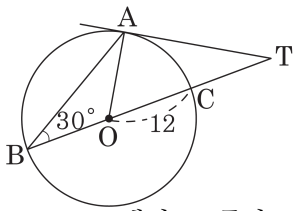
[배점 5, 중상]

① $10-\frac{9}{4}\pi$ ② $9-\pi$ ③ $\frac{44}{9}-\pi$
④ $9-\frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20-5\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$
$\overline{AD}=\overline{AF}=6$ 이므로 $\overline{AB}=6+x$,
$\overline{CE}=\overline{CF}=9$ 이므로 $\overline{BC}=9+x$
$(6+x)^2+(x+9)^2=15^2$
$x^2+15x-54=0$
$(x+18)(x-3)=0$
$\therefore\ x=3$
색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE 에서 부채꼴 ODE 의 넓이를 뺀 것과 같다.
$\therefore 3^2-\frac{1}{4}\times 3^2\times\pi=9-\frac{9}{4}\pi$

20. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 12 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle ABC=30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



[배점 5, 중상]

① 7 ② 9 ③ 10 ④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC=60^\circ,\ \angle ATC=30^\circ, \overline{OA}=12$
$1:2=12:\overline{OT}\quad\therefore \overline{OT}=24$
$\therefore \overline{CT}=24-12=12$