확인학습문제

1. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t초 후의 높이는 $(20t-5t^2)$m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 1초

해설

$20t-5t^2=15$ 에서

$5t^2-20t+15=0$

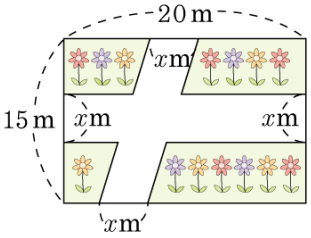
$t^2-4t+3=0$

$(t-1)(t-3)=0$

따라서 $t=1,\ 3$ (초)이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

2. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20 m, 15 m인 직사각형 모양의 화단에 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 화단의 넓이가 150 m^2 일 때, 길의 폭을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 5 m

해설

도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(20-x)$ m, 세로의 길이가 $(15-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(20-x)(15-x)=150$

$x^2-35x+150=0$

$(x-5)(x-30)=0$

$\therefore\ x=5(\because 0<x<15)$

3. 차가 3인 두 자연수가 있다. 곱이 88일 때, 두 수의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

두 자연수를 $x,\ x+3$라 하면

$x(x+3)=88$

$x^2+3x-88=0$

$x=8(\because z>0)$

따라서 두 수의 합은 $8+11=19$

4. 실수 $a,\ b$ 에 대하여 연산 $\triangle$ 를 $a\triangle b=ab-b+2$ 로 정의 할 때, $(2x-1)\triangle(x+3)=2$를 만족하는 음의 실수 x의 값은? [배점 3, 하상]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$(2x-1)\triangle(x+3)=(2x-1)(x+3)-(x+3)+2=2$

$2x^2+4x-6=0$

$x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$

따라서 음의 실수 x는 -3

5. 자연수 1에서 n 까지의 합을 구하는 식을 나타낸 것이다. 이 식을 이용하여 1 부터 $\square$ 까지를 더하면 그 합이 28 이라고 할 때, 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 28$ 이므로
$n^2 + n - 56 = 0$
$(n+8)(n-7) = 0$
$n > 0$이므로 $n = 7 (n > 0)$

6. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는? [배점 3, 하상]

① 10쪽 ② 12쪽 ③ 14쪽
④ 16쪽 ⑤ 18쪽

해설

두 쪽수를 x, $x+1$이라 하면
$x(x+1) = 156$
$x^2 + x - 156 = 0$
$(x+13)(x-12) = 0$
$x > 0$ 이므로 $x = 12$ (쪽)

7. 반지름이 r인 원이 있다. 이 원의 반지름을 2만큼 줄였더니 넓이가 9π 가 되었다. 처음 원의 넓이는? [배점 3, 하상]

① 15π ② 20π ③ 25π
④ 30π ⑤ 35π

해설

$\pi(r-2)^2 = 9\pi$
$r^2 - 4r - 5 = 0$
$(r+1)(r-5) = 0$
$r = 5 (\because r > 0)$
(처음 원의 넓이)$= \pi r^2 = 25\pi$

8. 높이가 20m 인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가? [배점 3, 하상]

① $(3+2\sqrt{5})$ 초 ② 6 초
③ $(3+\sqrt{13})$ 초 ④ $(5-2\sqrt{5})$ 초
⑤ 13 초

해설

물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.
$-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$
근의 짝수공식으로 풀면 $x = 3 \pm \sqrt{13}$
$\therefore x > 0$ 이므로 $x = 3 + \sqrt{13}$

9. 가로, 세로의 길이의 비가 3 : 2 이고 넓이가 150cm^2 인 직사각형이 있다. 이 때, 가로의 길이는?

[배점 3, 하상]

① 15cm ② 18cm ③ 12cm

④ 10cm ⑤ 16cm

해설

가로의 길이를 $3x$ cm, 세로의 길이를 $2x$ cm라고 하면,

$3x \times 2x = 150$

$6x^2 = 150$

$x = 5 (x > 0)$

$\therefore 3x = 15$

10. 어떤 자연수를 제곱해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제곱을 한 것보다 48 만큼 작아졌다. 어떤 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

어떤 수를 x라 하면

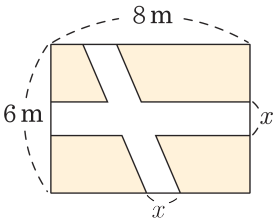
$x^2 = 2x + 48$

$x^2 - 2x - 48 = 0$

$x = -6$ 또는 $x = 8$

x는 자연수이므로 $x = 8$

11. 다음 그림과 같이 가로 8 m , 세로 6 m 인 직사각형 모양의 땅에 너비가 x m 인 길을 만들려고 한다. 길을 만들고 난 나머지 땅의 넓이가 24m^2 일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2 m

해설

$(8 - x)(6 - x) = 24$

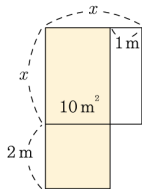
$x^2 - 14x + 24 = 0$

$(x - 2)(x - 12) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 12$

$0 < x < 6$ 이므로 $x = 2$ 이다.

12. 정사각형 모양의 꽃밭을 가로는 1 m 줄이고, 세로는 2 m 늘였더니 넓이가 10 m^2 가 되었다. 처음 꽃밭의 한 변의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 m

해설

꽃밭의 한 변의 길이를 x m라 하면

$(x-1)(x+2)=10$

$x^2+x-12=0$

$(x+4)(x-3)=0$

$x=-4$ 또는 $x=3$

$\therefore x=3\ (\because\ x>0)$

13. 지면에서 초속 40 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h=40t-5t^2$ 인 관계가 성립한다. 지면으로 부터 높이가 60 m 일 때는 물체를 쏘아 올린지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 초 후

▷ 정답 : 6 초 후

해설

$60=40t-5t^2$

$5t^2-40t+60=0$

$t^2-8t+12=0$

$(t-2)(t-6)=0$

$t=2$ 또는 $t=6$

14. 어떤 물체를 초속 50m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(50t-5t^2)$m 이다. 이 물체가 처음으로 높이 105m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 초

해설

$50t-5t^2=105$ 이므로

$5t^2-50t+105=0$

$t^2-10t+21=0$

$(t-3)(t-7)=0$

따라서 $t=3,\ 7$ 이다.

처음으로 105m 가 되는 것은 쏘아올린 지 3 초 후이다.

15. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합보다 3만큼 더 작을 때, 이 세 자연수의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$ 이라 하면

$(x+1)^2=(x-1)^2+x^2+3$

$x^2-4x+3=0$

$(x-3)(x-1)=0$

$x-1, x, x+1$은 자연수이므로 $x=3$

$\therefore\ 2+3+4=9$

16. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 2 cm 늘여서 만든 정사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배보다 4 cm^2 만큼 넓어졌다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4 cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면, 직사각형의 가로와 세로의 길이는 각각 $x+4(\text{cm}), x+2(\text{cm})$이다.

가로의 길이 : $x+2$

세로의 길이 : $x+2$

$(x+2)^2 = 2x^2+4$이므로

$x^2-4x=0$

$x(x-4)=0$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 4 cm 이다.

17. 어떤 자연수에 4를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하고 4를 곱했더니 29만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

어떤 자연수를 x라고 하면

$(x+4)^2 = 4(x+2)+29$

$x^2+4x-21=0$

$(x-3)(x+7)=0$

x 는 자연수이므로 $x=3$ 이다.

18. 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형의 가로의 길이는 2.5cm 늘이고, 세로의 길이는 $x$cm 만큼 줄여서 만든 직사각형의 넓이가 최대일 때의 x 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 3.5 ⑤ 4

해설

한 변의 길이가 10cm 인 정사각형의 넓이는 $100cm^2$

새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 12.5cm

최대 넓이인 정사각형의 넓이와 같아지려면

세로의 길이가 8cm 이어야 한다.

즉, x 는 2cm 이다.

19. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 자연수의 합은 얼마인가? [배점 4, 중중]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$ 이라 하면

$(x+1)^2 = x^2+(x-1)^2$

$x^2-4x=0$

$x(x-4)=0$

$x=0$또는4

$x>0$ 이므로 $x=4$

$\therefore$ 세 자연수는 3, 4, 5

세 자연수의 합 : $3+4+5=12$

20. 가로와 세로의 길이가 3 : 4 이고, 넓이가 72cm^2 인 직사각형의 세로의 길이를 구하여라 [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}\,\text{cm}$

해설

두 변의 길이를 각각 $3k$, $4k$ 라고 하면

$(3k) \times (4k) = 72, 12k^2 = 72, k^2 = 6, k = \pm\sqrt{6}$

$k > 0$

이므로 $k = \sqrt{6}$

$\therefore$ 세로의 길이는 $4\sqrt{6}\text{cm}$

21. 실수 a, b 에 대하여 $a \circ b = ab - a - b$ 로 정의할 때, $(x-1) \circ (x+2) = x+2$ 의 두 근을 α, β 라 한다. 이때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$(x-1) \circ (x+2)$

$= (x-1)(x+2) - (x-1) - (x+2)$

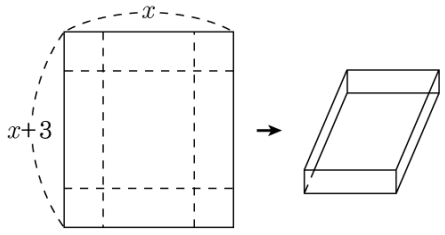
$= x+2$

$x^2 - 2x - 5 = 0$

$\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = -5$

$\therefore\ \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = 14$

22. 세로의 길이가 가로의 길이보다 3 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 한 변의 길이가 3 cm 인 정사각형을 잘라 내어 직육면체의 그릇을 만들었더니 그 부피가 $210\,\text{cm}^3$ 가 되었다. 처음 직사각형 모양 종이의 가로의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 12 cm ② 13 cm ③ 15 cm

④ 18 cm ⑤ 20 cm

해설

밑면의 가로는 $x-6$,

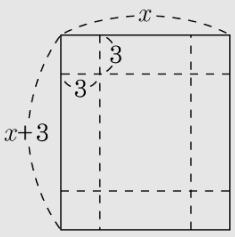
세로는 $(x+3)-6 = x-3$,

높이는 3 이다.

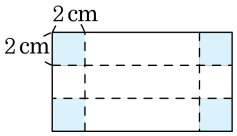
부피는 $(x-6)(x-3) \times 3 = 210$

$x^2 - 9x - 52 = 0$, $(x+4)(x-13) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 13$ (cm)



23. 가로가 세로보다 5 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 그림과 같이 한 변이 2cm 인 정사각형을 잘라 부피가 28 cm^3 인 상자를 만들었다. 처음 직사각형 모양의 종이의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 66 cm^2

해설

세로의 길이 : x cm , 가로의 길이 : $x+5$ cm 라고 하면,

$2(x-4)(x+5-4)=28$

$2x^2-6x-8-28=0$

$x^2-3x-18=0$

$(x-6)(x+3)=0,\ x=6$

따라서 처음 직사각형의 넓이는 $x(x+5)=6(6+5)=66(\text{cm}^2)$ 이다.

24. 지면에서 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(30t-5t^2)$m 라고 할 때, 물체를 던져 올리고 나서 지면에 떨어지는데 걸리는 시간은?

[배점 4, 중중]

① 2 초 후 ② 3 초 후 ③ 4 초 후

④ 5 초 후 ⑤ 6 초 후

해설

지면에 떨어질 때의 높이는 0 이므로

$30t-5t^2=0$, $t^2-6t=0$

$t(t-6)=0,\ t=0,\ 6$

$t>0$ 이므로 $t=6$

25. 길이가 34cm 인 철사로 넓이가 72cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로의 길이가 세로의 길이보다 짧을 때, 이 직사각형의 세로의 길이는? [배점 4, 중중]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(17-x)$ cm

또, (가로의 길이) <(세로의 길이) 이므로 $x>17-x$, 즉 $x>8.5$

$x(17-x)=72$

$(x-8)(x-9)=0$

$x=8$ 또는 $x=9$

$x>8.5$ 이므로 $x=9$

26. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 56 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

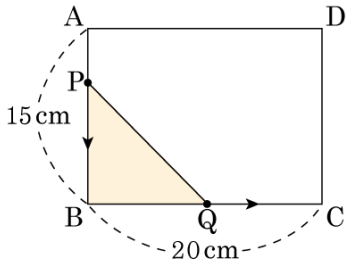
$n(n-1)=56$

$n^2-n-56=0$

$(n+7)(n-8)=0$

따라서 $n=8$ (n 은 자연수) 이다.

27. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\,\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 점 A 로부터 B 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 변 BC 위를 점 B 로부터 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 $36\,\text{cm}^2$ 가 되는지 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3 초

해설

x 초 후에 $\overline{PB} = (15-x)\,\text{cm}$, $\overline{BQ} = 2x\,\text{cm}$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\overline{PB} \times \overline{BQ}$ 이므로

$\frac{1}{2}(15-x)2x = 36$

$2x^2 - 30x + 72 = 0$

$x^2 - 15x + 36 = 0$

$(x-3)(x-12) = 0$

$\therefore\ x = 3$ (초)(단, $0 < x < 10$)

28. 사랑이는 초콜릿 91 개를 사서 반 친구들에게 똑같이 나누어 주었더니, 한 사람이 가진 초콜릿의 수가 반 친구들의 수보다 6 개가 적었다고 한다. 반 친구들의 수는 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 13 명

해설

반 친구들을 x 라고 하면,

$x(x-6) = 91$ 이므로

$x^2 - 6x - 91 = 0$

$(x+7)(x-13) = 0$

따라서 $x = 13$ (x 는 자연수) 이다.

29. 어떤 무리수 x가 있다. x의 소수 부분을 y라 할 때 x의 제곱과 y의 제곱의 합이 33이다.

무리수 x의 값은? (단, $x > 0$) [배점 5, 중상]

① $x = \frac{5+\sqrt{41}}{2}$ ② $x = \frac{2+\sqrt{41}}{5}$

③ $x = \frac{5+\sqrt{37}}{3}$ ④ $x = \frac{-2+\sqrt{41}}{5}$

⑤ $x = \frac{3+\sqrt{37}}{4}$

해설

$x^2 + y^2 = 33,\ 0 \le y < 1$

$0 \le y^2 = 33 - x^2 < 1,\ \ \sqrt{32} < x \le \sqrt{33}$

따라서 x의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$

$x^2 + (x-5)^2 = 33$

$\therefore\ x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$

$\therefore\ x = \frac{5+\sqrt{41}}{2}\ (x > 0)$

30. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 14 개 일 때, n의 값은? [배점 5, 중상]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 14$이므로
$n^2 - 3n - 28 = 0$
$(n+4)(n-7) = 0$
$n = 7\ (n > 0)$

31. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 35km 를 왕복하는데 12시간 걸린다면 35km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

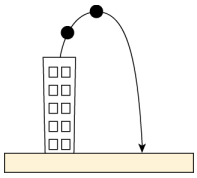
▶ 답:

▷ 정답: 5 시간

해설

올라갈 때 속력 : $x$km/h
내려올 때 속력 : $(x+2)$km/h 라고 하면
$\frac{35}{x} + \frac{35}{x+2} = 12$
양변에 $x(x+2)$를 곱하면
$35(x+2) + 35x = 12x(x+2)$
$70x + 70 = 12x^2 + 24x$
$12x^2 - 46x - 70 = 0$
$(x-5)(12x+14) = 0$
$x > 0$이므로 $x = 5$ (km/h)
(내려올 때 속력) $= x + 2 = 7$(km/h)
$\therefore \frac{35}{7} = 5$ (시간)

32. 지면으로부터 100m 되는 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



[배점 5, 중상]

① 2 초, 170m ② 3 초, 175m
③ 2 초, 170m ④ 3 초, 180m
⑤ 2 초, 180m

해설

$-5t^2 + 40t + 100 = 160$
$t^2 - 8t + 12 = 0$
$(t-2)(t-6) = 0$
$t = 2$ 또는 $t = 6$
물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지 올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.
$t = \frac{6-2}{2} = 2$(초)
최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로
$h = -5t^2 + 40t + 100 = -5(4^2) + 40 \times 4 + 100 = 180$(m)

33. 지면에서 초속 25m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = 25t - 5t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 20m 이상의 높이에서 머무는 시간을 A 라고 할 때, A 의 값은?

[배점 5, 중상]

① 1 초 ② 2 초 ③ 3 초

④ 4 초 ⑤ 5 초

해설

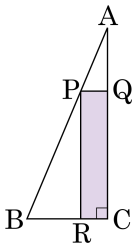
$25t - 5t^2 = 20$

$5t^2 - 25t + 20 = 5(t^2 - 5t + 4) = 5(t-4)(t-1) = 0$

$\therefore\ t = 1,\ 4$

$\therefore A = 4 - 1 = 3$ (초)

34. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$, $\overline{AC} = 36$, $\overline{BC} = 15$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위의 한 점 P 에서 나머지 변에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하자. 사각형 PQCR 의 넓이가 120 일 때, 선분 BR 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{BR} > \overline{RC}$)



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

△APQ 와 △ABC 가 닮음이므로

$\overline{PQ} = x$ 라 하면 $\overline{AQ} = \frac{12}{5}x$

$\overline{QC} = 36 - \frac{12}{5}x$

따라서 $x\left(36 - \frac{12}{5}x\right) = 120$

$x^2 - 15x + 50 = 0$

$(x-10)(x-5) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 또는 $x = 5$

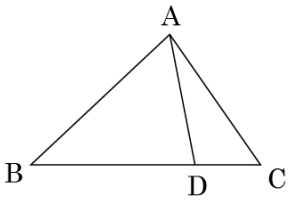
$\overline{RC} = 5$ 또는 10

$\overline{RC} = 5$ 일 때, $\overline{BR} = 15 - 5 = 10$

$\overline{RC} = 10$ 일 때, $\overline{BR} = 15 - 10 = 5$

$\therefore\ \overline{BR} > \overline{RC}$ 이므로 $\overline{BR} = 10$

35. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle CAD$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 이고 선분 AC 의 길이는 선분 CD 의 길이의 2 배일 때, 선분 CD 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\angle ABC = \angle CAD$, $\angle C$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)

따라서 닮음비에 의해 $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{AC}$ 의 비례식이 성립한다.

$\overline{CD} = x$ 라 놓으면

$2x : 8 = x : 2x$

$4x^2 = 8x$, $x^2 - 2x = 0$

따라서 $x = 2$ 이다.