

확인학습문제

1. 연속한 두 홀수의 제곱의 합이 34 일 때, 두 홀수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 5

해설

연속한 두 홀수를 $x, x+2$ 라고 하면

$$(x+2)^2 + x^2 = 34$$

$$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 34 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x+5)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 연속한 두 홀수는 $x = 3$ 일 때이므로 두 홀수는 3, 5 이다.

2. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$ m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 1 초

해설

$$20t - 5t^2 = 15 \text{ 에서}$$

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$(t-1)(t-3) = 0$$

따라서 $t = 1, 3$ (초) 이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후 이다.

3. 이차방정식 $x^2 - Ax + 4 = 0$ 의 두 근이 1, B 일 때, A, B 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = 5$

▷ 정답: $B = 4$

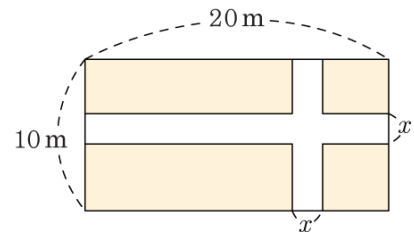
해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$4 = 1 \times B \text{ 이므로 } B = 4$$

$$A = 1 + B \text{ 이므로 } A = 5 \text{ 이다.}$$

4. 가로 길이가 20m, 세로 길이가 10m 인 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같이 폭이 x m 로 일정한 길을 만들었더니 길을 제외한 화단의 넓이가 144cm^2 가 되었다. 이 길의 폭을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 2m

해설

도로의 폭을 x m 라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(20-x)$ m, 세로의 길이가 $(10-x)$ m 인 직사각형의 넓이와 같으므로

$$(20-x)(10-x) = 144$$

$$x^2 - 30x + 56 = 0$$

$$(x-2)(x-28) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (단, } 0 < x < 10 \text{)}$$

5. 두 근의 차가 5 인 이차방정식 $x^2 - 3x + 2m - 8 = 0$ 이 있을 때, m^2 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 α , $\alpha - 5$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha - 5 = 3, \alpha = 4$$

$$\alpha(\alpha - 5) = 2m - 8$$

$$-4 = 2m - 8$$

$$m = 2$$

$$\therefore m^2 = 4$$

6. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수 A, B가 있을 때, $A^2 - B^2$ 의 값은? (단, $A > B$) [배점 3, 하상]

① 95

② 100

③ 105

④ 110

⑤ 115

해설

두 자연수를 x , $x - 5$ 라 하면

$$x(x - 5) = 104$$

$$x^2 - 5x - 104 = 0$$

$$x = 13 (\because x > 5)$$

따라서 두 수는 $A = 13$, $B = 8$ 이다.

따라서 두 수의 제곱의 차는 $169 - 64 = 105$

7. 들어 있는 구슬의 개수의 차이가 6 개 인 상자가 2 개 있다. 상자에 들어 있는 구슬의 곱이 72 일 때, 구슬이 더 많이 들어 있는 상자 안의 구슬의 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 개

해설

두 상자에 들어있는 구슬의 수를 x , $x - 6$ 라 하면

$$x(x - 6) = 72$$

$$(x - 12)(x + 6) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 12 \text{ (개)}$$

8. 이차방정식 $x^2 - (m - 1)x + (m^2 - 7) = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 같을 때 양수 m 의 값은? [배점 3, 하상]

① $\frac{3}{2}$

② 3

③ $\frac{1}{2}$

④ 2

⑤ 1

해설

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합은 $m - 1$, 두 근의 곱은 $m^2 - 7$

$$m - 1 = m^2 - 7 \text{ 이므로 } m^2 - m - 6 = 0$$

$$(m - 3)(m + 2) = 0$$

$$m \text{ 이 양수이므로 } m = 3$$

9. 다음 중 두 근의 합과 두 근의 곱이 같은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $x^2 - 4 = 0$ ② $x^2 - 2x - 2 = 0$
 ③ $x^2 + 2x - 2 = 0$ ④ $x^2 + 2x - 4 = 0$
 ⑤ $x^2 - 4x + 2 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 각각 구해보면

- ① 두 근의 합=0, 곱=-4
 ② 두 근의 합=2, 곱=-2
 ③ 두 근의 합=-2, 곱=-2
 ④ 두 근의 합=-2, 곱=-4
 ⑤ 두 근의 합=4, 곱=2

10. 이차방정식 $3x^2 - 9x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\alpha + \beta = \frac{1}{3}$ ② $\alpha^2 + \beta^2 = 5$
 ③ $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$ ④ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{5}{9}$
 ⑤ $(\alpha - \beta)^2 = \frac{3}{7}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$$

11. 가로 3cm, 세로 8cm 의 직사각형이 있다. 가로의 길이를 x cm 만큼 늘리고, 세로의 길이를 x cm 만큼 줄였더니, 원래 직사각형 넓이보다 6cm^2 만큼 커졌다. 다음 보기 중, x 를 구하는 이차방정식은?

[배점 3, 중하]

- ① $x^2 + 5x + 6 = 0$ ② $x^2 - 5x + 6 = 0$
 ③ $x^2 - 5x - 6 = 0$ ④ $x^2 - 5x - 18 = 0$
 ⑤ $x^2 + 5x - 18 = 0$

해설

$$3 \times 8 + 6 = (3 + x)(8 - x)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

12. 연속한 두 자연수의 제곱의 합이 41 일 때, 두 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▷ 정답: 4
 ▷ 정답: 5

해설

연속한 두 자연수를 $x, x + 1$ 이라 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 41$$

$$2x^2 + 2x - 40 = 0$$

$$(x - 4)(x + 5) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -5 \text{ 이다.}$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4, x + 1 = 5 \text{ 이다.}$$

13. 연속하는 두 홀수의 곱이 99 일 때, 이 두 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 11

해설

두 홀수를 $x, x+2$ (x 는 홀수) 라 하면

$x \times (x+2) = 99$ 이므로

$$x^2 + 2x - 99 = 0$$

$$(x-9)(x+11) = 0$$

따라서 $x = 9$ (x 는 홀수) 이다.

두 홀수는 9, 11 이다.

해설

연속하는 두 홀수를 $2x-1, 2x+1$ (x 는 자연수) 라 하면

$(2x+1) \times (2x-1) = 99$ 이므로

$$4x^2 - 100 = 0$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$(x-5)(x+5) = 0$$

따라서 $x = 5$ (x 는 자연수) 이다.

두 홀수는 9, 11 이다.

14. 우리 나라에서 매년 10월 경에 열린 서울 불꽃 축제에서 지면으로부터 10m 되는 높이에서 폭죽을 쏘았다. 이 폭죽의 x 초 후에 높이는 $(10 + 60x - 5x^2)$ m 라고 한다. 어떤 폭죽이 처음으로 170m 에 도달했을 때 터졌다면 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 초

해설

$10 + 60x - 5x^2 = 170$ 이므로

$$5x^2 - 60x + 160 = 0$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$(x-4)(x-8) = 0$$

따라서 $x = 4, 8$ (초) 이다.

처음으로 170m 에 도달했을 때 터졌으므로 쏘아 올린 지 4 초 후이다.

15. 이차방정식 $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $3x^2 + 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -42

해설

$x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변에 2를 곱하면
 $2x^2 - 5x = -2$
 $x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 5a - 2$
 $3x^2 + 6x - 3 = 0$ 에서
 $x^2 + 2x - 1 = 0$
 $2x^2 + 4x = 2$
여기에 $x = b$ 를 대입하면 $2b^2 + 4b = 2$
 $\therefore (2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5) = (-2 - 4)(2 + 5) = -42$

16. 이차방정식 $x^2 - (a + 3)x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x = \alpha, x = \beta$ 를 대입하면
 $\alpha^2 - a\alpha - 3\alpha - 4 = 0, \alpha^2 - a\alpha - 4 = 3\alpha$
 $\beta^2 - a\beta - 3\beta - 4 = 0, \beta^2 - a\beta - 4 = 3\beta$
 $\therefore (\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4) = (3\alpha) \times (3\beta) = 9\alpha\beta = -36$

17. 이차방정식 $x^2 - 9x + 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha + \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 138

해설

$\alpha + \beta = 9, \alpha\beta = 6$ 이므로
 $(\alpha + \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2 = 2(\alpha^2 + \beta^2)$
 $= 2\{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta\}$
 $= 2(81 - 12) = 138$

18. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 3 일 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$3x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1, x = 3$ 을 각각 대입하면
 $3 + a + b = 0, 27 + 3a + b = 0$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = -12, b = 9$ 이다.
 $\therefore a + b = -3$

19. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 연속한 양의 정수이고, 두 근의 제곱의 차가 25 일 때, 상수 $p + q$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 131

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 1$ 이라 하면,
 $(\alpha + 1)^2 - \alpha^2 = 25$
 $2\alpha - 24 = 2(\alpha - 12) = 0$
 $\therefore \alpha = 12$
 $\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -p$
 $p = -(24 + 1) = -25$
 $\alpha(\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha = q$
 $q = 144 + 12 = 156$
 $\therefore p + q = 131$

20. 어떤 수 a 와 a 보다 3작은 자연수가 있다. 두 수의 곱이 108일 때, 두 수의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 21

해설

두 자연수를 $a, a - 3$ 이라 하면
 $a(a - 3) = 108$
 $a^2 - 3a - 108 = 0$
 $(a + 9)(a - 12) = 0$
 $\therefore a = 12$
따라서 두 수의 합은 $12 + 9 = 21$

21. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는? [배점 4, 중중]

① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$

② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$

③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$

④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$

⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면,
 $\frac{1}{2}x^2\pi = (x - 2)^2\pi$
 $x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$
 $(x - 4)^2 = 8$
 $x = 4 \pm 2\sqrt{2}$
 $x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}$ 이다.

22. 성훈이가 물로켓을 만들어 위로 똑바로 쏘아 올린 물로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t - 8t^2)\text{m}$ 라고 할 때, 물로켓이 땅에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 4, 중중]

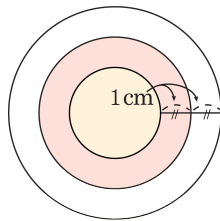
▶ 답:

▶ 정답: 5초후

해설

땅에 떨어지는 것은 높이가 0 일 때이다.
식을 세우면 $40t - 8t^2 = 0$
식을 정리하면 $t^2 - 5t = 0$
 $t(t - 5) = 0$
 $t > 0$ 이므로 $t = 5$

23. 다음 그림과 같이 원 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 원의 넓이가 나머지 두 원의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 4, 중중]

- ① $12\pi\text{cm}^2$ ② $13\pi\text{cm}^2$ ③ $14\pi\text{cm}^2$
 ④ $15\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

가장 작은 원의 반지름을 $r\text{cm}$ 이라 하면 가장 큰 원의 반지름은 $(r+2)\text{cm}$, 색칠한 원의 반지름은 $(r+1)\text{cm}$ 이 된다.
 $(r+2)^2 = r^2 + (r+1)^2$
 $r^2 - 2r - 3 = 0 \rightarrow (r-3)(r+1) = 0, r = -1, 3$
 에서
 $r > 0$ 이므로 $r = 3$
 색칠한 원의 반지름은 4cm 이다.
 따라서 색칠한 원의 넓이는 $4^2\pi = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

24. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 10이고, 가운데 자리의 수의 4배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.

또, 이 자연수의 각 자리의 수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 198만큼 크다. 처음 자연수는?
 [배점 5, 중상]

- ① 235 ② 325 ③ 532
 ④ 523 ⑤ 358

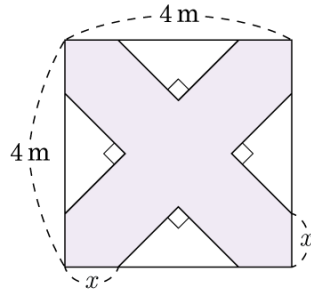
해설

일, 십, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면
 p, q 는 0 이상 10미만의 정수이고
 r 은 1 이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p + q + r = 10 \cdots ① \\ 4q = p + r \cdots ② \end{cases}$$

 ①, ②에서 $q = 2$
 $100p + 20 + r = 100r + 20 + p + 198$
 $p - r = 2 \cdots ③$
 $q = 2$ 를 ①에 대입하면 $p + r = 8 \cdots ④$
 ③ + ④에서 $p = 5, r = 3$
 따라서 구하는 수는 325

25. 한 변의 길이가 4m 인
정사각형 모양의 어느 벽
면에 다음 그림과 같이
4 개의 똑같은 직각이등
변삼각형을 제외한 나머
지 부분에 칠을 하려고
한다. 칠한 부분의 넓이
가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이라 할 때, x 의 값은?

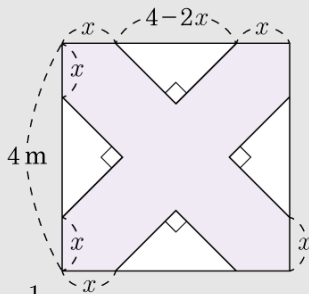


[배점 5, 중상]

- ① 1m ② $\frac{1}{2}$ m
③ $(-2 + \sqrt{7})$ m ④ $\frac{3}{4}$ m
⑤ $\frac{5}{8}$ m

해설

길이가 $4 - 2x$ 인 직각이등변삼각형 4 개
를 붙이면 한 변의 길이가 $4 - 2x$ 인 정사각형이
된다. 색칠된 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이므로
다음 그림의 정사각형의 넓이는 전체의 $\frac{1}{4}$ 이다.



$$(4 - 2x)^2 = \frac{1}{4} \times 16$$

$$16 - 16x + 4x^2 = 4$$

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$x < 2 \text{ 이므로 } x = 1 \text{ (m)}$$

