

확인학습문제

1. 야구 경기에서 어떤 선수가 공을 쳤다고 할 때, 공을 친 지 x 초 후의 지면으로부터 공의 높이는 $(3 + 14x - 5x^2)m$ 라고 한다. 공을 친 지 몇 초 후에 지면에 떨어지게 되는지 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 3초

해설

지면에 떨어지므로, 높이는 0m 이다.

$$3 + 14x - 5x^2 = 0 \text{ 에서}$$

$$5x^2 - 14x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(5x + 1) = 0$$

따라서 $x = 3$ (초) 이다.

2. 자연수 1부터 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 210이 되려면 1부터 몇까지 더해야 하는지 n 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 210 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$(n - 20)(n + 21) = 0$$

$\therefore n = 20$ (n 은 자연수)

3. 두 근의 차가 5 인 이차방정식 $x^2 - 3x + 2m - 8 = 0$ 이 있을 때, m^2 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 5$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha - 5 = 3, \alpha = 4$$

$$\alpha(\alpha - 5) = 2m - 8$$

$$-4 = 2m - 8$$

$$m = 2$$

$$\therefore m^2 = 4$$

4. 어떤 수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2배로 하였더니 제공한 것보다 35가 작게 되었다. 원래의 수 중 양수인 것을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

구하는 수를 x 라 하면

$$2x = x^2 - 35$$

$$(x + 5)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ (} x > 0 \text{)}$$

5. 연속하는 세 양의 정수에서 가장 큰 수의 제곱은 작은 두 수의 곱의 2배보다 20이 작다고 한다. 연속하는 세 양의 정수 중 가장 큰 수는? [배점 3, 하상]

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

연속하는 세 양의 정수를 각각 $x - 1$, x , $x + 1$ 이라 하면

$$(x + 1)^2 = 2x(x - 1) - 20$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x - 7)(x + 3) = 0$$

x 는 양의 정수이므로 $x = 7$

따라서 구하는 가장 큰 수는 8

6. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수 A, B가 있을 때, $A^2 - B^2$ 의 값은? (단, $A > B$) [배점 3, 하상]

- ① 95 ② 100 ③ 105
④ 110 ⑤ 115

해설

두 자연수를 x , $x - 5$ 라 하면

$$x(x - 5) = 104$$

$$x^2 - 5x - 104 = 0$$

$$x = 13 (\because x > 5)$$

따라서 두 수는 $A = 13$, $B = 8$ 이다.

따라서 두 수의 제곱의 차는 $169 - 64 = 105$

7. 이차방정식 $x^2 + 4x - 12 = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -12 ② -6 ③ 8
④ 4 ⑤ -4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -4이다.

8. 높이가 20m인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 y m라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가? [배점 3, 하상]

- ① $(3 + 2\sqrt{5})$ 초 ② 6 초
③ $(3 + \sqrt{13})$ 초 ④ $(5 - 2\sqrt{5})$ 초
⑤ 13 초

해설

물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.

$$-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$$

근의 짝수공식으로 풀면 $x = 3 \pm \sqrt{13}$

$\therefore x > 0$ 이므로 $x = 3 + \sqrt{13}$

9. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

[배점 3, 하상]

- ① 100m ② 125m ③ 150m
 ④ 175m ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면
 $h = -125 + 225 + 50 = 150$
 따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m이다.

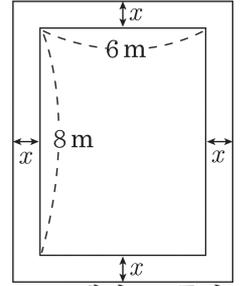
10. 이차방정식 $x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 4$
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2 \times 4 = 1$

11. 가로, 세로의 길이가 6m, 8m 인 직사각형 모양의 공원에서 둘레 밖으로 너비가 일정한 길을 만들었더니 길의 넓이가 32m^2 가 되었다. 길의 너비는 몇 m 인지 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1m

해설

길의 너비를 x m라 하면
 $(6 + 2x)(8 + 2x) - 48 = 32$
 $4x^2 + 28x - 32 = 0$
 $x^2 + 7x - 8 = 0$
 $(x + 8)(x - 1) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = -8$
 $x > 0$ 이므로 $x = 1$ 이다.

12. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제공을 한 것보다 48 만큼 작아졌다. 어떤 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

어떤 수를 x 라 하면
 $x^2 = 2x + 48$
 $x^2 - 2x - 48 = 0$
 $x = -6$ 또는 $x = 8$
 x 는 자연수이므로 $x = 8$

13. 차가 4 인 두 양의 정수의 곱이 117 일 때, 이 두 양의 정수의 합은? [배점 3, 중하]

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

두 양의 정수를 $x, x - 4$ 라 하면
 $x(x - 4) = 117$
 $x^2 - 4x - 117 = 0$
 $(x - 13)(x + 9) = 0$
 $\therefore x = 13$ ($\because x > 4$)
 두 양의 정수는 13, 9
 따라서 양의 정수의 합은 22 이다.

14. 반지름의 길이가 x cm 인 원이 있다. 이 원의 지름의 길이를 4 cm 길게 하였더니, 넓이가 64π cm² 가 되었다. 처음 원의 넓이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 36π cm²

해설

커진 원의 반지름은 $(x + 2)$ cm 이다. $(x + 2)^2\pi = 64\pi$ 이므로
 $x^2 + 4x - 60 = 0$
 $(x - 6)(x + 10) = 0$
 $x = 6$ ($\because x > 0$)
 따라서 처음 원의 넓이는 $\pi \times 6^2 = 36\pi$ (cm²) 이다.

15. 어떤 정사각형의 가로 길이를 4 cm 길게 하고, 세로의 길이를 6 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 39 cm² 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 81 cm²

해설

정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면, $(x + 4)(x - 6) = 39$ 이므로
 $x^2 - 2x - 24 = 39$
 $x^2 - 2x - 63 = 0$
 $(x + 7)(x - 9) = 0$
 $x = 9$ ($\because x > 6$)
 따라서 처음 정사각형의 넓이는 $9 \times 9 = 81$ (cm²) 이다.

16. 이차방정식 $x^2 + ax + 8 = 0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2 - 10x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

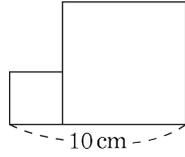
▶ **답:**

▷ **정답:** 2

해설

$x^2 + ax + 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $a = -6$ 이다.
 $x^2 - 6x + 8 = 0, (x - 4)(x - 2) = 0$ 이므로 다른 한 근은 $x = 4$ 이다.
 $3x^2 - 10x + b = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입하면 $b = -8$
 $\therefore a - b = -6 - (-8) = 2$

17. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 58cm^2 일 때, 작은 사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면
큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(10 - x)\text{cm}$ 이다.

$$x^2 + (10 - x)^2 = 58$$

$$2x^2 - 20x + 100 = 58$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$(x - 3)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = 7$$

작은 정사각형의 한 변의 길이는 3cm, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 7cm 이다.

따라서 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4 \times 3 = 12(\text{cm})$ 이다.

18. 연속하는 두 자연수의 각각의 제곱의 합이 113일 때, 이 두 자연수의 합은? [배점 4, 중중]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

해설

연속하는 두 자연수를 $x, x + 1$ 라 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 113$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x - 7)(x + 8) = 0$$

$$\therefore x = 7(x > 0)$$

따라서 두 자연수는 7, 8이므로 $7 + 8 = 15$

19. 실수 a, b 에 대하여 연산 \circ 를 $a \circ b = ab - a - 2b - 3$ 으로 정의할 때, $(x - 2) \circ (x + 3) = -3$ 을 만족하는 모든 x 의 값의 곱을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: -10

해설

$$(x - 2) \circ (x + 3)$$

$$= (x - 2)(x + 3) - (x - 2) - 2(x + 3) - 3$$

$$= x^2 - 2x - 13$$

$$x^2 - 2x - 13 = -3$$

$$x^2 - 2x - 10 = 0$$

따라서 만족하는 모든 x 의 값의 곱은 두 근의 곱과 같으므로 -10

20. n 명의 학생 중에 2 명의 주변을 뽑는 경우는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어느 반 학생 중 주변 2 명을 뽑는 경우의 수가 36 가지일 때, 이 반의 학생 수는? [배점 4, 중중]

- ① 5명 ② 7명 ③ 9명
④ 11명 ⑤ 13명

해설

$$\frac{n(n-1)}{2} = 36 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n - 9)(n + 8) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 9 \text{ (명)}$$

21. 1부터 10까지의 숫자가 적힌 10 장의 카드 중에서 A 장의 카드를 뽑았다. 이 카드를 이용하여 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수가 모두 72 개일 때, A의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:
▷ 정답: 9

해설

십의 자리에 들어갈 수 있는 개수는 A,
일의 자리에 들어갈 수 있는 개수는 A - 1
 $A(A - 1) = 72$
 $A^2 - A - 72 = 0$
 $(A - 9)(A + 8) = 0$
 $A > 0$ 이므로 $A = 9$

22. n 각형의 대각선의 수는 $\frac{1}{2}n(n - 3)$ 이라고 한다. 대각선의 총수가 20 개인 다각형의 내각의 총합은 얼마인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:
▷ 정답: 1080°

해설

$\frac{n(n - 3)}{2} = 20$ 이므로
 $n^2 - 3n - 40 = 0$
 $(n + 5)(n - 8) = 0$
 $n = 8 (n > 0)$
 $\therefore 180^\circ \times 6 = 1080^\circ$

23. 어떤 원의 반지름의 길이를 3cm 늘였더니 넓이가 처음 원의 넓이의 4배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:
▷ 정답: 3cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면
 $(x + 3)^2\pi = 4x^2\pi$
 $x^2 + 6x + 9 - 4x^2 = 0$
 $3x^2 - 6x - 9 = 0$
 $3(x - 3)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 3(\text{cm}) (\because x > 0)$

24. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 $x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근일 때, b + c 의 값은?(단, b, c 는 상수) [배점 4, 중중]

- ① -9 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -1

해설

이차방정식 $2x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고
 하면, $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -3$
 $x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 2, -3 이라고 할 때,
 $-b = 2 - 3 = -1, 2 \times (-3) = c$
 $\therefore b = 1, c = -6$
 $\therefore b + c = -5$

25. 지면에서 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(30t - 5t^2)m$ 라고 할 때, 물체를 던져 올리고 나서 지면에 떨어지는데 걸리는 시간은?

[배점 4, 중중]

- ① 2 초 후 ② 3 초 후 ③ 4 초 후
 ④ 5 초 후 ⑤ 6 초 후

해설

지면에 떨어질 때의 높이는 0 이므로
 $30t - 5t^2 = 0, t^2 - 6t = 0$
 $t(t - 6) = 0, t = 0, 6$
 $t > 0$ 이므로 $t = 6$

26. 이차방정식 $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ 주어진 식을 만족하는 해의 집합은 $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -8\}$ 이다.
 ㉡ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
 ㉢ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
 ㉣ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

[배점 5, 중상]

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개
 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$ 에서 $\alpha = 4$ 또는 -6
 ㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$
 ㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.
 ㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 $4, 6$ 이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$
 $\therefore m = 13$
 ㉣ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

27. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은? [배점 5, 중상]

- ① $2x^2 - 2x + 8 = 0$ ② $2x^2 - 8x + 4 = 0$
 ③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$ ④ $2x^2 - x - 4 = 0$
 ⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$
 구하는 이차방정식에서
 두 근의 합은 $(\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$
 두 근의 곱은 $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$
 $\therefore x^2 + x - 4 = 0$
 이차항의 계수가 2 이므로 $2x^2 + 2x - 8 = 0$

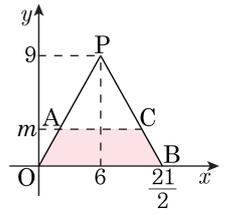
28. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 5 ③ 13
 ④ -1 ⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$
 $\therefore a = 1$

29. 다음 그림에서 사다리꼴 AOBC 의 넓이가 $\frac{105}{4}$ 일 때, m 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답: 3
 ▷ 정답: 3

해설

세 점 O, A, P 를 지나는 직선의 방정식 : $y = \frac{3}{2}x$
 세 점 B, C, P 를 지나는 직선의 방정식 : $y = -2x + 21$
 A $(a, \frac{3}{2}a)$ 라 하면
 $\frac{3}{2}a = m, a = \frac{2}{3}m$
 C $(c, -2c + 21)$ 라 하면 $-2c + 21 = m, c = \frac{21 - m}{2}$
 $AC = \frac{21 - m}{2} - \frac{2}{3}m = \frac{63 - 7m}{6}$
 사다리꼴 AOBC 의 넓이 : $(\frac{21}{2} + \frac{63 - 7m}{6}) \times m \times \frac{1}{2} = \frac{105}{4}$
 $\frac{63}{6}m - \frac{7}{12}m^2 = \frac{105}{4}$
 $126m - 7m^2 = 315$
 $m^2 - 18m + 45 = 0$
 $(m - 15)(m - 3) = 0$
 $0 < m < 9$ 이므로 $m = 3$

30. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 1km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 20km 를 왕복하는데 9시간 걸린다면 20km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4시간

해설

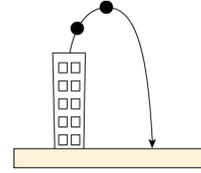
올라갈 때 속력을 x km/h 라 하면
 내려올 때 속력은 $(x + 1)$ km/h
 $\frac{20}{x} + \frac{20}{x + 1} = 9$ 의 양변에 $x(x + 1)$ 을 곱하면
 $20(x + 1) + 20x = 9x(x + 1)$
 $40x + 20 = 9x^2 + 9x$
 $9x^2 - 31x - 20 = 0$
 $(x - 4)(9x + 5) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 4$ (km/h)
 따라서 내려올 때 속력 : $x + 1 = 5$ km/h
 $\therefore \frac{20}{5} = 4$ (시간)

31.

[배점 5, 중상]

해설

32. 지면으로부터 100m 되는 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



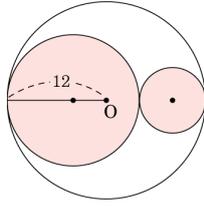
[배점 5, 중상]

- ① 2 초, 170m
- ② 3 초, 175m
- ③ 2 초, 170m
- ④ 3 초, 180m
- ⑤ 2 초, 180m

해설

$-5t^2 + 40t + 100 = 160$
 $t^2 - 8t + 12 = 0$
 $(t - 2)(t - 6) = 0$
 $t = 2$ 또는 $t = 6$
 물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지 올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.
 $t = \frac{6 - 2}{2} = 2$ (초)
 최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로
 $h = -5t^2 + 40t + 100 = -5(4^2) + 40 \times 4 + 100 = 180$ (m)

33. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이가 원 O의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 가 될 때, 색칠한 두 개의 원 중 큰 것의 반지름의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① $4 + 2\sqrt{3}$ ② $6 + 2\sqrt{3}$ ③ $4 + 3\sqrt{2}$
 ④ $3 + 2\sqrt{6}$ ⑤ $2 + 6\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(큰 원의 반지름)} &= x \\ \text{(작은 원의 반지름)} &= \frac{24 - 2x}{2} = 12 - x \\ \pi \{x^2 + (12 - x)^2\} &= 144\pi \times \frac{2}{3} \\ x^2 - 12x + 24 &= 0 \\ x &= 6 \pm 2\sqrt{3} \\ \therefore x &= 6 + 2\sqrt{3} \quad (\because 6 < x < 12) \end{aligned}$$

34. 연속하는 다섯 개의 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱에서 가장 작은 수의 제곱을 뺀 값을 a , 다섯 개의 수를 모두 더한 값을 b 라 할 때, $a + b = 104$ 이다. 이때, 가장 큰 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned} \text{연속하는 다섯 개의 자연수를 } n-2, n-1, n, n+1, n+2 \text{ (단, } n > 2 \text{인 자연수)라 하면} \\ (n+2)^2 - (n-2)^2 &= 8n = a \\ (n-2) + (n-1) + n + (n+1) + (n+2) &= 5n = b \\ 8n + 5n &= 104 \quad \therefore n = 8 \\ \text{따라서 가장 큰 수는 } 10 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

35. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 p, q 일 때, 이차방정식 $acx^2 - (b^2 - 2ac)x + ac = 0$ 의 두 근을 각각 p, q 에 관한 식으로 나타내어라. (단, $abc \neq 0$) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $x = \frac{q}{p}$
 ▶ 정답: $x = \frac{p}{q}$

해설

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c = 0 \text{ 에서 } p + q &= -\frac{b}{a}, pq = \frac{c}{a} \\ \therefore b &= -a(p+q), c = apq \\ acx^2 - (b^2 - 2ac)x + ac &= 0 \text{ 에서} \\ b^2 - 2ac &= a^2(p+q)^2 - 2a^2pq = a^2p^2 + a^2q^2 \\ \text{이므로} \\ acx^2 - (b^2 - 2ac)x + ac &= a^2pqx^2 - a^2(p^2 + q^2)x + a^2pq = 0 \\ \text{양변을 } a^2 \text{ 으로 나누면} \\ pqx^2 - (p^2 + q^2)x + pq &= 0 \\ (px - q)(qx - p) &= 0 \\ \text{따라서 } x &= \frac{q}{p} \text{ 또는 } x = \frac{p}{q} \text{ 이다.} \end{aligned}$$