

확인학습문제

1. 인수분해 공식을 이용하여 다음 식을 계산하여라.

$$3^2 - 5^2 + 7^2 - 9^2 + 11^2 - 13^2 \quad [\text{배점 2, 하중}]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -96

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (3-5)(3+5) + (7-9)(7+9) + \\ &(11-13)(11+13) = -2(8+16+24) = -96 \end{aligned}$$

2. $x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{5}$ 일 때, $5x^2 + \frac{5}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

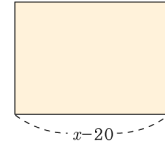
▶ 답 :

▷ 정답 : 215

해설

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \\ &= (3\sqrt{5})^2 - 2 \\ &= 45 - 2 \\ &= 43 \\ \therefore 5x^2 + \frac{5}{x^2} &= 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= 5 \times 43 \\ &= 215 \end{aligned}$$

3. 다음 그림에서 사각형의 넓이가 $x^2 - 16x - 80$ 일 때, 세로의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 4$

해설

$$\begin{aligned} (\text{가로의 길이}) \times (\text{세로의 길이}) &= \\ (\text{직사각형의 넓이}) &= \\ (x-20)(x+4) &= x^2 - 16x - 80 \end{aligned}$$

4. 다음 식을 간단히 나타낸 것은?

$$\frac{2}{1+\sqrt{2}} - (1+\sqrt{2})^2 \quad [\text{배점 2, 하중}]$$

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} \frac{2}{1+\sqrt{2}} &= \frac{2(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = -2 + 2\sqrt{2} \\ (1+\sqrt{2})^2 &= 3 + 2\sqrt{2} \\ \therefore (\text{준식}) &= -2 + 2\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = -5 \end{aligned}$$

5. $a = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $a^2 + 4a + 4$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $3 + 2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 4a + 4 &= (a + 2)^2 \\ &= (\sqrt{2} - 1 + 2)^2 \\ &= (\sqrt{2} + 1)^2 \\ &= 2 + 2\sqrt{2} + 1 \\ &= 3 + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

6. $a = 1.75$, $b = 0.25$ 일 때, $a^2 - 6ab + 9b^2$ 의 값을 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 6ab + 9b^2 &= (a - 3b)^2 \\ &= (1.75 - 3 \times 0.25)^2 \\ &= 1^2 = 1 \end{aligned}$$

7. $x + y = -2$, $xy = 1$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- | | |
|-----------------------------------|----------------------|
| ㉠ $(x - y)^2 = -1$ | ㉡ $x^2 + y^2 = 2$ |
| ㉢ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$ | ㉣ $x^2y + xy^2 = -2$ |
| ㉤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 3$ | |

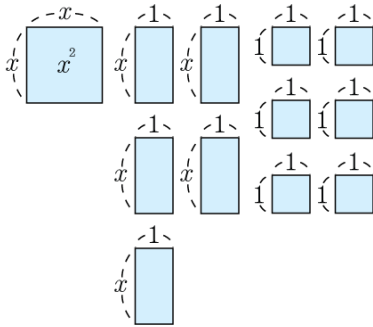
[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣
④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉡, ㉤

해설

- | |
|--|
| ㉠ $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 4 - 4 = 0$ |
| ㉢ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy} = -2$ |
| ㉤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = 2$ |

8. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차를 구하여라.(단, 큰 길이에서 작은 길이를 뺀다.)



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답 : 1

해설

넓이의 합은 $x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$ 이므로
변의 길이가 각각 $x+2$, $x+3$ 인 직사각형이다.
따라서 가로와 세로의 차는 1 이다.

9. 넓이가 $6a^2 + 18a + 12$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이는?
[배점 3, 하상]

- ① $10a + 12$ ② $10a + 14$ ③ $12a + 12$
④ $12a + 14$ ⑤ $14a + 16$

해설

$6a^2 + 18a + 12 = (2a + 4)(3a + 3)$ 이므로 둘레의 길이는 $2 \times (2a + 4 + 3a + 3) = 10a + 14$ 이다.

10. 넓이가 다음과 같은 직사각형의 세로의 길이가 $3x - 3$ 일 때, 가로의 길이를 x 에 대한 일차식으로 나타내면?

$$\boxed{3x^2 - 15x + 12} \div 3x - 3$$

[배점 3, 하상]

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x - 3$
④ $x - 4$ ⑤ $x + 4$

해설

$$3x^2 - 15x + 12 = (3x - 3) \times A \text{ 이므로 } A = x - 4 \text{ 이다.}$$

11. $x + \frac{2}{x} = 4$ 일 때, $x^2 + \frac{4}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{4}{x^2} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4 \\&= 4^2 - 4 \\&= 16 - 4 \\&= 12\end{aligned}$$

12. $a = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ 이고, $b = 3\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $2\sqrt{2}a - \sqrt{3}b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 - \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2}a - \sqrt{3}b &= 2\sqrt{2}(2\sqrt{2} - \sqrt{3}) - \sqrt{3}(3\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= 8 - 2\sqrt{6} - 9 + \sqrt{6} \\ &= -1 - \sqrt{6} \end{aligned}$$

13. $a - 3b = 4$ 일 때, $ax - 3bx + ay - 3by - 4x - 4y$ 의 값을 구하여라 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (a - 3b)x + (a - 3b)y - 4(x + y) \\ &= (a - 3b)(x + y) - 4(x + y) \\ &= (x + y)(a - 3b - 4) \\ &= (x + y)(4 - 4) = 0 \end{aligned}$$

14. $x = \sqrt{3} - 6$, $y = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $x^2 + 2xy - 3y^2$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① -12 ② -24 ③ -32

④ $-24\sqrt{3}$ ⑤ $-32\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (x - y)(x + 3y) \\ x - y &= -8, \quad x + 3y = 4\sqrt{3} \text{ 이므로} \\ (-8) \times 4\sqrt{3} &= -32\sqrt{3} \end{aligned}$$

15. $x = 2 - \sqrt{2}$ 일 때, $2x^2 - 8x + 4$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (x - 2)^2 + x^2 - 4x \\ &= (x - 2)^2 + x(x - 4) \\ &= (-\sqrt{2})^2 + (2 - \sqrt{2})(2 - \sqrt{2} - 4) \\ &= 2 + (2 - 4) \\ &= 0 \end{aligned}$$

16. $x = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, $2x^2 - 9x + 9$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{3} + 6$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 9x + 9 &= (2x - 3)(x - 3) \\ &= (6 + 2\sqrt{3} - 3)(3 + \sqrt{3} - 3) \\ &= (3 + 2\sqrt{3})\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} + 6 \end{aligned}$$

17. $x = 4$, $y = 2\sqrt{3} - 4$ 일 때, $x^2 - y^2 + 12$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $16\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} x + y &= 2\sqrt{3}, \quad x - y = 8 - 2\sqrt{3} \text{ 이므로} \\ x^2 - y^2 + 12 &= (x + y)(x - y) + 12 \\ &= 2\sqrt{3} \times (8 - 2\sqrt{3}) + 12 \\ &= -12 + 16\sqrt{3} + 12 \\ &= 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

18. $x^2 + 3x + 1 = 0$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① -3 ② ± 3 ③ $\sqrt{5}$

④ $\pm\sqrt{5}$ ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 3x + 1 &= 0, \quad x + \frac{1}{x} = -3 \\ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = (-3)^2 - 4 = 5 \\ \therefore x - \frac{1}{x} &= \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$

19. $a^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^3 + a^2 - 3a - 3}{a + 1}$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① $2\sqrt{2}$ ② $2 + \sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2} - 1$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2} - 2$

해설

$$\begin{aligned} \frac{a^3 + a^2 - 3a - 3}{a + 1} &= \frac{a^2(a + 1) - 3(a + 1)}{a + 1} = \\ \frac{(a^2 - 3)(a + 1)}{a + 1} &= a^2 - 3 = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

20. $5007 \times 5009 + 1$ 이 어떤 자연수의 제곱일 때, 어떤 자연수를 구하면? [배점 4, 중중]

① 5005 ② 5006 ③ 5007

④ 5008 ⑤ 5009

해설

$$\begin{aligned} 5007 \times 5009 + 1 &= (5008 - 1)(5008 + 1) + 1 = \\ 5008^2 - 1 + 1 &= 5008^2 \end{aligned}$$

21. $a = 2\sqrt{2} - 4, b = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 4ab + 4b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

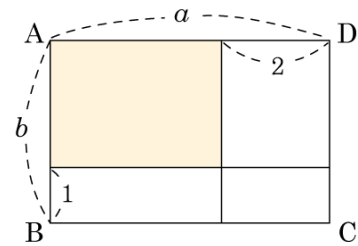
▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 4ab + 4b^2 &= (a - 2b)^2 \\ &= \{2\sqrt{2} - 4 - 2(3 + \sqrt{2})\}^2 \\ &= (2\sqrt{2} - 4 - 6 - 2\sqrt{2})^2 \\ &= (-10)^2 = 100 \end{aligned}$$

22. 다음 도형의 색칠한 부분의 넓이를 나타낸 것이 아닌 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $(a - 2)(b - 1)$
- ② $a(b - 1) - 2(b - 1)$
- ③ $ab + 2$
- ④ $b(a - 2) - (a - 2)$
- ⑤ $ab - 2b - a + 2$

해설

색칠한 부분의 넓이 : $(a - 2)(b - 1)$

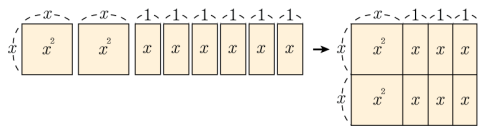
② $a(b - 1) - 2(b - 1) = (a - 2)(b - 1)$

③ $ab + 2$

④ $b(a - 2) - (a - 2) = (a - 2)(b - 1)$

⑤ $ab - 2b - a + 2 = a(b - 1) - 2(b - 1) = (a - 2)(b - 1)$

23. 다음 그림의 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 직사각형을 만들 때, 그 직사각형의 가로, 세로의 길이가 될 수 있는 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $x + 3, 2x$ ② $x + 6, 2x$
 ③ $x + 1, 3x + 1$ ④ $x + 3, 2x + 1$
 ⑤ $x + 6, 2x + 3$

해설

$$2x^2 + 6x = 2x(x + 3)$$

24. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 15^2 - 16^2$ 의 값을 구하여라.
 [배점 5, 중상]

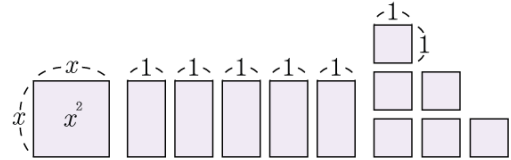
▶ 답:

▶ 정답: -136

해설

$$\begin{aligned} & (1-2)(1+2) + (3-4)(3+4) + (5-6)(5+6) + \dots + (15-16)(15+16) \\ &= -(1+2+3+4+5+\dots+15+16) \\ &= -(17 \times 8) \\ &= -136 \end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x 인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 $x, 1$ 인 직사각형 5개, 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다. 이 직사각형의 가로의 길이를 a , 세로의 길이를 b 라 할 때, $(a+b)^2$ 의 값은 얼마가 되는가?



[배점 5, 중상]

- ① $x^2 + 5x + 6$ ② $(2a + b)^2$
 ③ $4x^2 + 20x + 25$ ④ $(4a + b)^2$
 ⑤ 25

해설

한 변이 x 인 정사각형 한 개의 넓이: x^2

세로, 가로가 각각 $x, 1$ 인 직사각형 5개의 넓이: $5x$

한 변의 길이가 1인 정사각형 6개의 넓이: 6

따라서 직사각형의 넓이는 $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$ 이다.

가로 길이를 $x + 3 = a$, 세로 길이를 $x + 2 = b$ 라 하면

$$(a + b)^2 = (x + 3 + x + 2)^2 = (2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$$