

확인학습문제

1. $x - y = 4$, $xy = -1$ 일 때, $(x + y)^2$ 의 값을 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\ &= 4^2 - 4 \times (-1) \\ &= 16 + 4 \\ &= 20\end{aligned}$$

2. 다음 식을 간단히 나타낸 것은?
 $\frac{2}{1 + \sqrt{2}} - (1 + \sqrt{2})^2$ [배점 2, 하중]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}\frac{2}{1 + \sqrt{2}} &= \frac{2(1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} = -2 + 2\sqrt{2} \\ (1 + \sqrt{2})^2 &= 3 + 2\sqrt{2} \\ \therefore (\text{준식}) &= -2 + 2\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = -5\end{aligned}$$

3. $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 이고, $y = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 일 때, $2(x + y)$ 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{3}$
④ $6\sqrt{6}$ ⑤ $8\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}\text{유리화하면, } x &= \sqrt{3} - \sqrt{2}, y = \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ 2(x + y) &= 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

4. $20^2 - 19^2$ 을 인수분해 공식을 이용하여 간단히 나타내어라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 39

해설

$$\begin{aligned}20^2 - 19^2 &= (20 + 19)(20 - 19) \\ &= 39 \times 1 = 39\end{aligned}$$

5. 인수분해공식을 이용하여 $13^2 - 12^2 = 13 + 12$ 로 계산하였다. 이 때, 이용된 공식은? [배점 3, 하상]

- ① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
 ② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
 ③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
 ④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
 ⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$13^2 - 12^2 = (13 + 12)(13 - 12) = 13 + 12 = 25$
 따라서 이용된 공식은 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 이다.

6. 다음 조건을 이용하여 $x^2 + y^2$ 을 구하여라.

- ㉠ $xy = 6$
 ㉡ $3x + 3y + x^2y + xy^2 = 36$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$3x + 3y + x^2y + xy^2 = 3(x + y) + xy(x + y) = (x + y)(3 + xy) = 36$ 에서
 $xy = 6$ 이므로 $x + y = 4$ 이다.
 $\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$
 $= 4^2 - 2 \times 6$
 $= 16 - 12 = 4$

7. $x + y = 1, xy = -1$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $x^2 + y^2 = 3$ ② $(x - y)^2 = 5$
 ③ $x^2y + xy^2 = 1$ ④ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1$
 ⑤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = -3$

해설

③ $x^2y + xy^2 = xy(x + y) = -1 \times 1 = -1$

8. 이차식 $x^2 + ax + b$ 를 인수분해 하는데 값은 x 항의 계수를 잘못 보고 $(x + 4)(x - 7)$ 으로 인수분해 하였고
 음의 상수항을 잘못 보고 $(x - 2)(x - 10)$ 으로 인수분해 하였다. 이 때, $a - b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 10 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

값이 푼 이차식은 $(x + 4)(x - 7)$ 이므로 $x^2 - 3x - 28$ 이고,
 x 항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 -28 이다.
 음이 푼 이차식은 $(x - 2)(x - 10)$ 이므로 $x^2 - 12x + 20$ 이고,
 상수항을 잘못 보았으므로 x 항의 계수는 -12 이다.
 $\therefore a = -12, b = -28$
 $\therefore a - b = -12 - (-28) = 16$

9. 이차항의 계수가 1 인 이차식을 인수 분해하는데, 민수는 x 의 계수를 잘못 보고 $(x+1)(x-10)$ 으로 인수분해하였고, 원철이는 상수항을 잘못 보고 $(x+3)(x-6)$ 으로 인수분해하였다. 주어진 이차식을 바르게 인수분해하면?

[배점 3, 하상]

- ① $(x-5)(x+2)$ ② $(x-3)(x+6)$
 ③ $(x+5)(x-2)$ ④ $(x-1)(x+10)$
 ⑤ $(x-5)(x-2)$

해설

민수는 $x^2 - 9x - 10$ 에서 상수항 -10 을 맞게 보았고,
 원철이는 $x^2 - 3x - 18$ 에서 x 의 계수 -3 을 맞게 보았다.
 따라서 주어진 이차식은 $x^2 - 3x - 10 = (x-5)(x+2)$

10. $a+b=1$, $ab=-6$ 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하면?
 [배점 3, 중하]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \\ &= 1^2 - 2 \times (-6) \\ &= 1 + 12 \\ &= 13 \end{aligned}$$

11. $a+b=5$, $ab=-10$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① -5 ② 5 ③ -65
 ④ 65 ⑤ 45

해설

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= (a+b)^2 - 4ab \\ &= 5^2 - 4 \times (-10) \\ &= 25 + 40 \\ &= 65 \end{aligned}$$

12. $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.
 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \\ &= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \\ &\quad - 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= (2\sqrt{3})^2 - 2 \times (3 - 2) \\ &= 12 - 2 \\ &= 10 \end{aligned}$$

13. $x+y=5$, $xy=-4$ 일 때, $(x-y)^2$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2 &= (x+y)^2 - 4xy \\ &= 5^2 - 4 \times (-4) \\ &= 25 + 16 \\ &= 41\end{aligned}$$

14. $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ 을 계산하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2} \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{2}\end{aligned}$$

15. $a-b=4$ 일 때, $a^2 - 2ab + b^2 - 2a + 2b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 2ab + b^2 - 2a + 2b &= (a-b)^2 - 2(a-b) \\ &= (a-b)(a-b-2) \\ &= 4 \times (4-2) \\ &= 8\end{aligned}$$

16. $a - \frac{1}{a} = 5$ 일 때, $a^4 - \frac{1}{a^4}$ 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $135\sqrt{29}$

해설

$$\begin{aligned}\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 &= a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 25 \\ a^2 + \frac{1}{a^2} &= 27, \quad \left(a + \frac{1}{a}\right) = \sqrt{29} \\ \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a - \frac{1}{a}\right) &= 27 \times \sqrt{29} \times 5 = 135\sqrt{29}\end{aligned}$$

17. $x = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ 일 때, $(x-1)^2 + 6(x-1) + 5$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{5} - 2 \\ (x-1+1)(x-1+5) &= x(x+4) \\ &= (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2) \\ &= 1 \end{aligned}$$

18. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ 일 때, $2x + \frac{2}{x}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{2}$

▷ 정답: $-4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 6 + 2 = 8 \\ x + \frac{1}{x} &= \pm 2\sqrt{2} \\ 2x + \frac{2}{x} &= 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2 \times (\pm 2\sqrt{2}) = \pm 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

19. $x^2 + 3x + 1 = 0$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① -3

② ± 3

③ $\sqrt{5}$

④ $\pm\sqrt{5}$

⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 3x + 1 &= 0, \quad x + \frac{1}{x} = -3 \\ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = (-3)^2 - 4 = 5 \\ \therefore x - \frac{1}{x} &= \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$

20. $x^2 - 4x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$\begin{aligned} x - 4 - \frac{1}{x} &= 0 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 4 \\ x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 4^2 + 2 = 18 \end{aligned}$$

21. $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

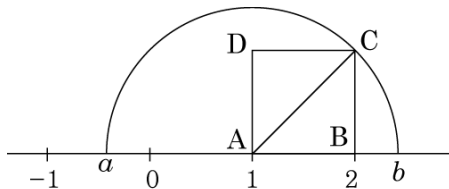
▶ 답:

▷ 정답: $8\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2 \\ \frac{1}{x} &= \frac{\sqrt{5}-2}{1} = \sqrt{5}-2 \\ x^2 - \frac{1}{x^2} &= (\sqrt{5}+2)^2 - (\sqrt{5}-2)^2 \\ &= 9+4\sqrt{5} - (9-4\sqrt{5}) \\ &= 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

22. 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD 가 있다. 이 정사각형의 대각선 AC 의 길이는 $\sqrt{2}$ 이고, 점 A 를 중심으로 하고 대각선 AC 를 반지름으로 하는 반원을 그려 수직선과 만나는 점을 각각 P(a), Q(b) 라 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{2}$ ② $1 - \sqrt{2}$ ③ $-4\sqrt{2}$
 ④ $-2\sqrt{2}$ ⑤ $-\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} P(a) &= 1 - \sqrt{2} \\ Q(b) &= 1 + \sqrt{2} \\ a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) = (1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2}) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

23. $65 \times 63 + 66 \times 66 - 66 \times 64 - 64 \times 64$ 의 값을 구하면?

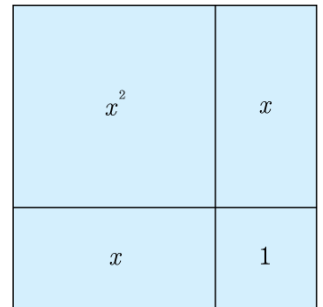
[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 164 ③ 131
 ④ 132 ⑤ 140

해설

$$\begin{aligned} &(64+1) \times (64-1) + 66 \times (66-64) - 64^2 \\ &= 64^2 - 1 + 66 \times 2 - 64^2 \\ &= 132 - 1 = 131 \end{aligned}$$

24. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

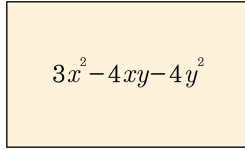
▶ 답:

▷ 정답: $x+1$

해설

$$\begin{aligned} \text{총 넓이는 } &x^2 + 2x + 1 \\ x^2 + 2x + 1 &= (x+1)^2 \\ \text{따라서 한 변의 길이는 } &(x+1) \end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같이 넓이가 $3x^2 - 4xy - 4y^2$ 인 직사각형의 둘레의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① $4x$ ② $8x$ ③ $8x + 4y$
 ④ $4xy$ ⑤ $8y$

해설

$3x^2 - 4xy - 4y^2 = (3x + 2y)(x - 2y)$
 따라서 둘레의 길이는 $2 \times (3x + 2y + x - 2y) = 8x$ 이다.

26. $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \\ = \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 = \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4$$

27. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 15^2 - 16^2$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -136

해설

$$(1 - 2)(1 + 2) + (3 - 4)(3 + 4) + (5 - 6)(5 + 6) + \dots + (15 - 16)(15 + 16) \\ = -(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 15 + 16) \\ = -(17 \times 8) \\ = -136$$

28. 넓이가 각각 $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$, $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, $x^3y + xy^3$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 4 ② 8 ③ 14
 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} \\ (xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1 \\ xy = 1 (\because x > 0, y > 0) \\ \text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

29. $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 a , $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때, $\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a - b}$ 의 값을 구하면?
[배점 5, 중상]

① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} 4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } a &= \sqrt{18} - 4 \\ 4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 } b &= 4 \\ a + b &= \sqrt{18} \\ (\text{준식}) \quad &= \frac{a(a^2 - b^2) + b(a^2 - b^2)}{a - b} \\ &= \frac{a(a+b)(a-b) + b(a+b)(a-b)}{a - b} \\ &= \frac{(a-b)(a+b)^2}{a - b} \\ &= (a+b)^2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

30. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산 하이라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (2-6)(2+6) + (10-14)(10+14) \\ &\quad + (18-22)(18+22) + (26-30)(26+30) \\ &= -4(2+6+10+14+18+22+26+30) \\ &= -4 \times 4 \times 32 \\ &= -512 \end{aligned}$$

31. 다음 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $\frac{f(x)}{g(x)} = ax + b$ 로 나타내어 질 때, $6ab$ 의 값을 구하이라.

$$f(x) = 6x^2 + 9x + 3, g(x) = 6x + 6$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} \frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{6x^2 + 9x + 3}{6x + 6} = \frac{3(x+1)(2x+1)}{6(x+1)} = \\ \frac{2x+1}{2} &= x + \frac{1}{2} \\ x + \frac{1}{2} &= ax + b \text{ 이므로 } a = 1, b = \frac{1}{2} \\ \therefore 6ab &= 6 \times 1 \times \frac{1}{2} = 3 \end{aligned}$$

32. $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$ 이고, $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

① -6 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} \frac{g(x)}{f(x)} &= \frac{6x^2 - 5x - 4}{4x + 2} = \frac{(2x+1)(3x-4)}{2(2x+1)} = \\ \frac{3x-4}{2} &= \frac{3}{2}x - 2 \\ \frac{3}{2}x - 2 &= ax + b \text{ 이므로 } a = \frac{3}{2}, b = -2 \\ \therefore 2ab &= 2 \times \frac{3}{2} \times (-2) = -6 \end{aligned}$$

33. 수학 수업시간에 민지는 선생님께서 칠판에 적어준 이차식을 잘못보고 다음과 같이 필기하였다. 선생님께서 처음에 적어주신 이차식을 바르게 인수분해하면?

(가) 민지는 x 항의 계수와 상수항을 바꾸어 필기하였다.

(나) 경돈이는 민지의 노트를 보고 필기를 하다가 x 의 계수의 부호를 반대로 하였더니 $x^2 - 8x + 6$ 이었다.

[배점 5, 중상]

- ① $(x+1)(x+2)$ ② $(x+2)(x+3)$
 ③ $(x+2)(x+4)$ ④ $(x+3)(x+5)$
 ⑤ $(x+2)(x+6)$

해설

$$x^2 - 8x + 6 \rightarrow x^2 + 8x + 6 \rightarrow x^2 + 6x + 8 \rightarrow (x+2)(x+4)$$

34. $a - b = 5$, $ab = -6$ 일 때, $a^3 - b^3 - a^2b + ab^2$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - b^3 - a^2b + ab^2 \\ &= a^3 - a^2b + ab^2 - b^3 \\ &= a^2(a-b) + b^2(a-b) \\ &= (a^2 + b^2)(a-b) \\ &= \{(a-b)^2 + 2ab\}(a-b) \\ &= \{5^2 + 2 \times (-6)\} \times 5 \\ &= 65 \end{aligned}$$

35. $b = a + 2c - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & b = a + 2c - \sqrt{3} \text{ 에서 } a - b + 2c = \sqrt{3} \\ \therefore & a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca \\ &= a^2 + (-b)^2 + (2c)^2 \\ &+ 2(a)(-b) + 2(-b)(2c) + 2(2c)(a) \\ &= (a - b + 2c)^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 = 3 \end{aligned}$$