

확인학습문제

1. $x - y = 4$, $xy = -1$ 일 때, $(x + y)^2$ 의 값을 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\ &= 4^2 - 4 \times (-1) \\ &= 16 + 4 \\ &= 20\end{aligned}$$

2. 다음 식을 간단히 나타낸 것은?
 $\frac{2}{1 + \sqrt{2}} - (1 + \sqrt{2})^2$ [배점 2, 하중]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}\frac{2}{1 + \sqrt{2}} &= \frac{2(1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} = -2 + 2\sqrt{2} \\ (1 + \sqrt{2})^2 &= 3 + 2\sqrt{2} \\ \therefore (\text{준식}) &= -2 + 2\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = -5\end{aligned}$$

3. $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 이고, $y = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 일 때, $2(x + y)$ 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{3}$
④ $6\sqrt{6}$ ⑤ $8\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}\text{유리화하면, } x &= \sqrt{3} - \sqrt{2}, y = \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ 2(x + y) &= 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

4. 이차식 $x^2 + Ax + B$ 를 인수 분해하는데 준식이는 일차항의 계수를 잘못 보아 $(x + 4)(x + 3)$ 이 되었고, 효진이는 상수항을 잘못 보아 $(x + 1)(x + 7)$ 이 되었다. 다음 중 $x^2 + Ax + B$ 를 옳게 인수 분해한 것은?
[배점 3, 하상]

① $(x + 2)(x + 6)$ ② $(x + 1)(x + 6)$
③ $(x - 2)(x - 6)$ ④ $(x - 1)(x - 6)$
⑤ $(x + 3)(x + 4)$

해설

준식이는 $x^2 + 7x + 12$ 에서 상수항 12 를 맞게 보았고,
효진이는 $x^2 + 8x + 7$ 에서 x 의 계수 8 을 맞게 보았다.
따라서 주어진 이차식은 $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$

8. 넓이가 $10x^2 + 17x + 3$ 인 직사각형의 세로의 길이가 $5x + 1$ 일 때, 이 직사각형의 가로 길이를 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① $2x + 5$ ② $5x + 3$ ③ $2x + 3$
④ $5x - 3$ ⑤ $2x - 5$

해설

$$10x^2 + 17x + 3 = (5x + 1)(2x + 3)$$

9. 넓이가 다음과 같은 직사각형의 세로의 길이가 $3x - 3$ 일 때, 가로의 길이를 x 에 대한 일차식으로 나타내면?

[배점 3, 하상]

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x - 3$
④ $x - 4$ ⑤ $x + 4$

해설

$$3x^2 - 15x + 12 = (3x - 3) \times A \text{ 이므로 } A = x - 4 \text{ 이다.}$$

10. $a + b = 1$, $ab = -6$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?
[배점 3, 중하]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= 1^2 - 2 \times (-6) \\ &= 1 + 12 \\ &= 13 \end{aligned}$$

11. $a = \sqrt{2} + 1$, $b = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?
[배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) \\ &= (\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1) \\ &= 2\sqrt{2} \times 2 \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

12. $x = \sqrt{2} - 4$ 일 때, $x^2 - 4x + 4$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $38 - 12\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 4 &= (x - 2)^2 \\ &= (\sqrt{2} - 4 - 2)^2 \\ &= (\sqrt{2} - 6)^2 \\ &= 2 - 12\sqrt{2} + 36 \\ &= 38 - 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

13. $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ 을 계산하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2} \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{2} \end{aligned}$$

14. $a - 3b = 4$ 일 때, $ax - 3bx + ay - 3by - 4x - 4y$ 의 값을 구하여라
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (a - 3b)x + (a - 3b)y - 4(x + y) \\ &= (a - 3b)(x + y) - 4(x + y) \\ &= (x + y)(a - 3b - 4) \\ &= (x + y)(4 - 4) = 0 \end{aligned}$$

15. $x = \sqrt{3} - 6$, $y = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $x^2 + 2xy - 3y^2$ 의 값은?
[배점 3, 중하]

① -12 ② -24 ③ -32

④ $-24\sqrt{3}$ ⑤ $-32\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (x - y)(x + 3y) \\ x - y &= -8, \quad x + 3y = 4\sqrt{3} \text{ 이므로} \\ (-8) \times 4\sqrt{3} &= -32\sqrt{3} \end{aligned}$$

16. $a + b = 10$, $a^2 - b^2 - 3a - 3b = 50$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} (a + b)(a - b - 3) &= 50, \quad a + b = 10 \\ a - b - 3 &= 5 \\ \therefore a - b &= 8 \end{aligned}$$

17. $x = \frac{2}{\sqrt{6}-2}$ 일 때, $(x+1)^2 - 6(x+1)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{6} + 2 \\ (x+1)^2 - 6(x+1) &= (x+1)(x-5) \\ &= (\sqrt{6}+3)(\sqrt{6}-3) \\ &= -3 \end{aligned}$$

18. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① $-4\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} ab &= (1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2}) = 1-2 = -1 \\ a+b &= (1+\sqrt{2}) + (1-\sqrt{2}) = 2 \\ a-b &= (1+\sqrt{2}) - (1-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \\ \frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{-(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

19. $\sqrt{7}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $(a+3)^2$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $8 + 2\sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{7} - 2 \\ (a+3)^2 &= (\sqrt{7} - 2 + 3)^2 = (\sqrt{7} + 1)^2 \\ &= 7 + 2\sqrt{7} + 1 \\ &= 8 + 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

20. $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2 \\ \frac{1}{x} &= \frac{\sqrt{5}-2}{1} = \sqrt{5}-2 \\ x^2 - \frac{1}{x^2} &= (\sqrt{5}+2)^2 - (\sqrt{5}-2)^2 \\ &= 9 + 4\sqrt{5} - (9 - 4\sqrt{5}) \\ &= 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

21. $99^2 - 1 = 100 \times 98$ 임을 설명하는데 가장 알맞은 인수분해 공식은? [배점 4, 중중]

- ① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
 ② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
 ③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
 ④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
 ⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$$99^2 - 1 = 99^2 - 1^2 = (99 + 1)(99 - 1) = 100 \times 98$$

22. $25x^2 - 16y^2 = 9$, $5x + 4y = 9$ 일 때, $4y - 5x$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 25x^2 - 16y^2 &= 9, (5x + 4y)(5x - 4y) = 9 \\ 9(5x - 4y) &= 9 \\ 5x - 4y &= 1 \\ \therefore 4y - 5x &= -1 \end{aligned}$$

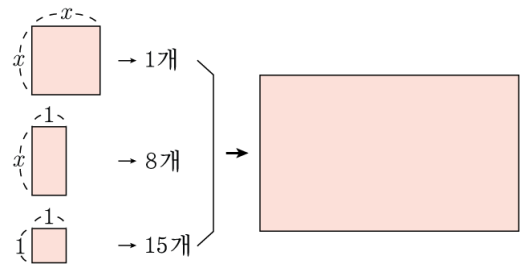
23. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $-4\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} ab &= (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1 \\ a + b &= (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2 \\ a - b &= (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \\ \frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} \\ &= \frac{-(a + b)(a - b)}{ab} = \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

24. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x 인 정사각형이 1개, 가로 길이가 1이고 세로 길이가 x 인 직사각형이 8개, 한 변의 길이가 1인 정사각형이 15개 있다. 이 도형들로 하나의 직사각형을 만들 때, 가로 길이와 세로 길이의 차를 구하여라. (단, 큰 길이에서 작은 길이를 뺀다.)



[배점 4, 중중]

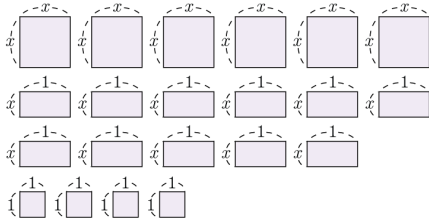
▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 8x + 15 &= (x + 5)(x + 3) \\ \therefore (x + 5) - (x + 3) &= 2 \end{aligned}$$

25. 다음에 주어진 도형을 이용하여 식을 세워 직사각형의 넓이로 나타내었을 때 직사각형의 가로 또는 세로의 길이가 될 수 있는 것을 모두 고르면?

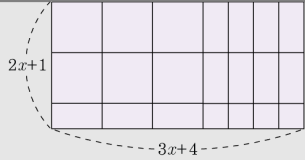


[배점 4, 중중]

- ① $x + 4$ ② $2x + 1$ ③ $2x + 3$
 ④ $3x + 2$ ⑤ $3x + 4$

해설

$11x + 4 = (2x + 1)(3x + 4)$ 이므로 직사각형의 가로와 세로의 길이는 $3x + 4$ 와 $2x + 1$ 이다.



26. $a - b = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab - 4a + 4b + 4$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (a - b)^2 - 4(a - b) + 4 \\ &= (\sqrt{3} + 2)^2 - 4(\sqrt{3} + 2) + 4 \\ &= 7 + 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 8 + 4 \\ &= 3 \end{aligned}$$

27. $x - y = \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + x - y - 2$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 + x - y - 2 &= (x - y)^2 + (x - y) - 2 \\ &= (\sqrt{2})^2 + \sqrt{2} - 2 \\ &= 2 + \sqrt{2} - 2 \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

28. $a = \frac{4 - \sqrt{2}}{3}$, $b = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $4a^2 + 4ab + b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 4a^2 + 4ab + b^2 &= (2a + b)^2 \\ &= \left(\frac{8 - 2\sqrt{2}}{3} + \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3} \right)^2 \\ &= 4^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

29. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $-2\sqrt{3}$
④ $-3\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 4^2 \\ x^2 + \frac{1}{x^2} &= 16 - 2 = 14 \\ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12 \\ x - \frac{1}{x} &= \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

30. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면? [배점 5, 중상]

- ① -100 ② -200 ③ -300
④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned}1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) + \cdots + (17-19)(17+19) \\ &= -2(1+3) - 2(5+7) - 2(9+11) - 2(13+15) - 2(17+19) \\ &= -2(1+3+5+\cdots+17+19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200\end{aligned}$$

31. 수학 수업시간에 민지는 선생님께서 칠판에 적어준 이차식을 잘못보고 다음과 같이 필기하였다. 선생님께서 처음에 적어주신 이차식을 바르게 인수분해하면?

(가) 민지는 x 항의 계수와 상수항을 바꾸어 필기하였다.

(나) 경돈이는 민지의 노트를 보고 필기를 하다가 x 의 계수의 부호를 반대로 하였더니 $x^2 - 8x + 6$ 이었다.

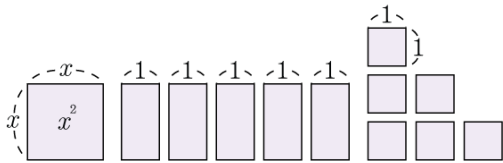
[배점 5, 중상]

- ① $(x+1)(x+2)$ ② $(x+2)(x+3)$
③ $(x+2)(x+4)$ ④ $(x+3)(x+5)$
⑤ $(x+2)(x+6)$

해설

$$x^2 - 8x + 6 \rightarrow x^2 + 8x + 6 \rightarrow x^2 + 6x + 8 \rightarrow (x+2)(x+4)$$

32. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x 인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 $x, 1$ 인 직사각형 5개, 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다. 이 직사각형의 가로의 길이를 a , 세로의 길이를 b 라 할 때, $(a+b)^2$ 의 값은 얼마가 되는가?



[배점 5, 중상]

① $x^2 + 5x + 6$

② $(2a + b)^2$

③ $4x^2 + 20x + 25$

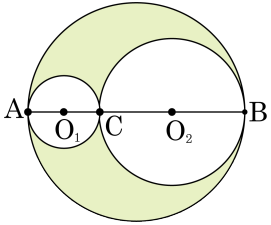
④ $(4a + b)^2$

⑤ 25

해설

한 변이 x 인 정사각형 한 개의 넓이: x^2
 세로, 가로가 각각 $x, 1$ 인 직사각형 5개의 넓이: $5x$
 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개의 넓이: 6
 따라서 직사각형의 넓이는 $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$ 이다.
 가로 길이를 $x + 3 = a$, 세로 길이를 $x + 2 = b$ 라 하면
 $(a + b)^2 = (x + 3 + x + 2)^2 = (2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$

33. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 큰 원과 두 원 O_1, O_2 가 세 점 A, B, C에서 서로 접하고 있다. 원 O_1 의 반지름이 a , 원 O_2 의 반지름이 b 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 a 와 b 를 사용하여 나타내면?



[배점 5, 중상]

① $\pi(3a^2 + 3b^2 + 8ab)$

② $8\pi ab$

③ $2\pi ab$

④ πab

⑤ $\pi(2a^2 + 2b^2 + 8ab)$

해설

O_1 의 반지름은 a , O_2 의 반지름은 b 이므로 큰 원의 반지름은 $a + b$ 이다.
 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(a + b)^2\pi - a^2\pi - b^2\pi = 2ab\pi$ 이다.

34. $\frac{10^2}{26^2 + 40^2 + 49^2 - 16^2 - 30^2 - 39^2}$ 을 계산하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{20}$

해설

$$\begin{aligned} \text{분모} &= (26^2 - 16^2) + (40^2 - 30^2) + (49^2 - 39^2) \\ &= (26 - 16)(26 + 16) + (40 - 30)(40 + 30) \\ &\quad + (49 - 39)(49 + 39) \\ &= 10 \times 42 + 10 \times 70 + 10 \times 88 \\ &= 2000 \\ \therefore \frac{10^2}{26^2 + 40^2 + 49^2 - 16^2 - 30^2 - 39^2} \\ &= \frac{100}{2000} = \frac{1}{20} \end{aligned}$$

35. $ax + by = 3\sqrt{2} - 4$, $bx - ay = 3\sqrt{2} + 4$ 일 때, $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 68

해설

$$\begin{aligned} &(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \\ &= a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2 \\ &= (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) + (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2) \\ &= (ax + by)^2 + (ay - bx)^2 \\ &= (3\sqrt{2} - 4)^2 + (-3\sqrt{2} - 4)^2 \\ &= 68 \end{aligned}$$