

확인학습문제

1. $x^4 + 4x^2 + 4$ 를 인수분해하면 $(ax^2 + b)^2$ 이 된다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$)

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$x^4 + 4x^2 + 4 = (x^2)^2 + 4(x^2) + 4 = (x^2 + 2)^2$$

따라서, $a + b = 1 + 2 = 3$

2. $x^2 + y^2 - 4 - 2xy$ 의 인수가 될 수 있는 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $x - y - 2$ ② $x - y - 4$ ③ $x + y - 2$
 ④ $x - y + 4$ ⑤ $x + y + 2$

해설

$$x^2 + y^2 - 4 - 2xy = (x - y)^2 - 2^2 = (x - y + 2)(x - y - 2)$$

3. 다음 다항식의 인수분해 과정에서 ㉠, ㉡에 이용된 공식을 보기에서 찾아 차례로 짝지은 것은?

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy + y^2 - 1 & \xrightarrow{\quad} \text{㉠} \\ = (x + y)^2 - 1 & \xleftarrow{\quad} \\ = (x + y + 1)(x + y - 1) & \xleftarrow{\quad} \text{㉡} \end{aligned}$$

보기

- (가) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
 (나) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
 (다) $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
 (라) $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

[배점 3, 하상]

- ① (가), (나) ② (나), (가) ③ (가), (다)
 ④ (다), (가) ⑤ (가), (라)

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy + y^2 - 1 & \\ = (x + y)^2 - 1 \cdots \text{공식 } a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 & \text{이용} \\ = (x + y + 1)(x + y - 1) \cdots \text{공식 } (a^2 - b^2) = & (a + b)(a - b) \text{이용} \end{aligned}$$

4. $(3x + 1)^2 - 4(2x - 3)^2 = -(7x + a)(x - b)$ 일 때, $2a + b$ 의 값을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① -1 ② -3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} 3x + 1 &= X, \quad 2x - 3 = Y \text{로 치환하면} \\ X^2 - 4Y^2 &= (X + 2Y)(X - 2Y) \\ &= (3x + 1 + 4x - 6)(3x + 1 - 4x + 6) \\ &= -(7x - 5)(x - 7) \\ \therefore a &= -5, \quad b = 7 \\ \therefore 2a + b &= 2 \times (-5) + 7 = -3 \end{aligned}$$

5. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 2x+1 &= A, \quad x-2 = B \text{로 치환하면} \\ (2x+1)^2 - (x-2)^2 \\ &= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B) \\ &= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2) \\ &= (3x-1)(x+3) \\ \therefore a &= -1, \quad b = 3 \\ \therefore a+3b &= -1+9 = 8 \end{aligned}$$

6. $(x-3)^2 + 6(x-3) + 8$ 의 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은? [배점 3, 하상]

① $x+3$ ② $x+2$ ③ $3x+2$
④ $2x$ ⑤ $2x+3$

해설

$$\begin{aligned} x-3 &= x \text{로 놓으면} \\ x^2 + 6x + 8 \\ &= (x+4)(x+2) \\ &= (x-3+4)(x-3+2) \\ &= (x+1)(x-1) \\ \therefore (x+1) + (x-1) &= 2x \end{aligned}$$

7. $x^2+3x=5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3)-3$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① 21 ② 32 ③ 60
④ 96 ⑤ 140

해설

$$(x^2+3x)(x^2+3x+2)-3 = 5(5+2)-3 = 32$$

8. $(a-2b-3)(a+2b+3)$ 을 전개한 식으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $a^2+4b^2-12b-9$ ② $a^2-4b^2-12b+9$
③ $a^2-4b^2+12b+9$ ④ $a^2-4b^2-12b-9$
⑤ $a^2+4b^2+12b-9$

해설

$$\begin{aligned} 2b+3 &= A \text{라 치환하면} \\ (a-A)(a+A) &= a^2 - A^2 \\ &= a^2 - (2b+3)^2 \\ &= a^2 - (4b^2 + 12b + 9) \\ &= a^2 - 4b^2 - 12b - 9 \end{aligned}$$

9. $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y - 15$ 를 인수분해하면?
[배점 3, 중하]

- ① $(x - 2y + 3)(x - 2y - 5)$
 ② $(x + 2y + 3)(x + 2y - 5)$
 ③ $(x - 2y - 3)(x + 2y + 5)$
 ④ $(x + 2y + 3)(x + 2y + 5)$
 ⑤ $(x - 2y - 3)(x - 2y + 5)$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 - 4xy + 4y^2) + 2x - 4y - 15 \\ &= (x - 2y)^2 + 2(x - 2y) - 15 \\ &= A^2 + 2A - 15 = (A - 3)(A + 5) \\ &= (x - 2y - 3)(x - 2y + 5) \end{aligned}$$

10. $(x + 3)^2 - 5(x + 3) + 6$ 의 인수를 모두 고르면?
[배점 3, 중하]

- ① x ② $x + 1$ ③ $x - 2$
 ④ $x + 2$ ⑤ $x + 3$

해설

$$\begin{aligned} & x + 3 = A \text{ 로 치환하면} \\ & (\text{준식}) = A^2 - 5A + 6 \\ &= (A - 3)(A - 2) \\ &= (x + 3 - 3)(x + 3 - 2) \\ &= x(x + 1) \end{aligned}$$

11. $x^2 + 4y^2 + 4xy - 9$ 를 두 일차식의 곱으로 인수분해할 때, 두 일차식의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $2x + 4y$

해설

$$\begin{aligned} & (\text{준식}) = x^2 + 4xy + 4y^2 - 9 \\ &= (x + 2y)^2 - 9 \\ &= (x + 2y + 3)(x + 2y - 3) \\ &\therefore (x + 2y + 3) + (x + 2y - 3) = 2x + 4y \end{aligned}$$

12. $(x + 2)^2 + (3x - 2)(3x + 2)$ 을 인수분해하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $2x(5x + 2)$

해설

$$\begin{aligned} & (\text{준식}) = x^2 + 4x + 4 + 9x^2 - 4 \\ &= 10x^2 + 4x \\ &= 2x(5x + 2) \end{aligned}$$

13. $x^2 - 9y^2 + 4x + 12y$ 를 인수분해하면 $(Ax + By)(Cx + Dy + 4)$ 가 된다고 한다. $A + B + C + D$ 의 값을 구하여라 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned} & (\text{준식}) = (x - 3y)(x + 3y) + 4(x + 3y) \\ &= (x + 3y)(x - 3y + 4) \\ &\therefore A + B + C + D = 1 + 3 + 1 - 3 = 2 \end{aligned}$$

14. $3(x+2)^2 - 6(x+2)(x-1) - 9(x-1)^2$ 을 인수분해하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $-3(2x+1)(2x-5)$

해설

$$x+2=A, x-1=B$$

로 각각 치환하면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 3A^2 - 6AB - 9B^2 \\ &= 3(A^2 - 2AB - 3B^2) \\ &= 3(A+B)(A-3B) \\ &= 3(x+2+x-1)(x+2-3x+3) \\ &= 3(2x+1)(-2x+5) \\ &= -3(2x+1)(2x-5) \end{aligned}$$

15. $(3x+1)^2 - (2x-3)^2 = (5x+a)(x+b)$ 일 때, $a-b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② -1 ③ -6
④ -10 ⑤ -12

해설

$$\begin{aligned} (3x+1+2x-3)(3x+1-2x+3) &= (5x-2)(x+4) \\ a &= -2, b = 4 \\ \therefore a-b &= -6 \end{aligned}$$

16. $a+b=2$ 이고, $a(a-1)-b(b+1)=6$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} a^2 - a - b^2 - b &= 6 \\ (a+b)(a-b) - (a+b) &= 6 \\ (a+b)(a-b-1) &= 6 \\ a-b-1 &= 3 \\ \text{따라서 } a-b &= 4 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

17. 다음을 치환을 이용하여 인수분해하여라.

보기

$$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $4\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3}+\sqrt{2}, B = \sqrt{3}-\sqrt{2} \\ (\text{준식}) &= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B) \\ &= (\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}) \\ &= (2\sqrt{3})(2\sqrt{2}) = 4\sqrt{6} \end{aligned}$$

18. $x^2 - 4y^2 + 6x + 9$ 를 인수분해 하였을 때, 곱하여진 두 다항식의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $2x + 6$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4y^2 + 6x + 9 &= x^2 + 6x + 9 - 4y^2 \\ &= (x + 3)^2 - 4y^2 \\ &= (x + 3 + 2y)(x + 3 - 2y) \\ \therefore x + 3 + 2y + x + 3 - 2y &= 2x + 6 \end{aligned}$$

19. $x^2 - 4x - 9y^2 + 4$ 을 인수분해하는데 사용된 인수분해 공식을 모두 골라라. (단, $a > 0, b > 0$)

- ㉠ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
 ㉡ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
 ㉢ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
 ㉤ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
 ㉥ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢, ㉤

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x - 9y^2 + 4 &= (x^2 - 4x + 4) - 9y^2 \\ &= (x - 2)^2 - (3y)^2 \quad \dots \ominus a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= (x - 2 + 3y)(x - 2 - 3y) \quad \dots \omin� a^2 - b^2 \\ &= (a + b)(a - b) \end{aligned}$$

20. $x^2y - y - 2 + 2x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x^2 - 1$

- ④ $y - 2$ ⑤ $y + 2$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= x^2y + 2x^2 - y - 2 \\ &= x^2(y + 2) - (y + 2) \\ &= (x^2 - 1)(y + 2) \\ &= (x + 1)(x - 1)(y + 2) \end{aligned}$$

21. $x^4 - 13x^2 + 36$ 을 인수 분해했을 때, 일차식으로 이루어진 인수들의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $4x + 13$ ② $4x$ ③ $4x - 13$

- ④ $2x^2 - 13$ ⑤ $2x^2 + 5$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 13x^2 + 36 &= (x^2 - 9)(x^2 - 4) \\ &= (x + 3)(x - 3)(x + 2)(x - 2) \\ \therefore (\text{일차식 인수들의 합}) &= x + 3 + x - 3 + x + 2 + x - 2 = 4x \end{aligned}$$

22. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & x^{16} - 1 \\ &= (x^8 + 1)(x^8 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8 이다.