화인하습문제

- 1. $\frac{1}{\sqrt{3}+2}$ 의 분모를 유리화 할 때, 다음 중 어떤 수를 분 자, 분모에 곱하면 가장 편리한가? [배점 2, 하중]

 - ① $\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ -2
 - $\sqrt[4]{\sqrt{3}} 2$ $\sqrt[5]{2} + \sqrt{3}$
 - $\frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}$
- 2. $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-3}$ 의 분모를 유리화하면? [배점 2, 하중]

 - ① $\frac{13\sqrt{5}}{11}$ ② $\frac{10+3\sqrt{5}}{11}$ ③ $\frac{10+3\sqrt{5}}{29}$ ④ $\frac{10-3\sqrt{5}}{11}$ ⑤ $\frac{5}{10-3\sqrt{5}}$

$$\frac{\sqrt{5}(2\sqrt{5}+3)}{(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}+3)} = \frac{10+3\sqrt{5}}{(2\sqrt{5})^2-3^2}$$
$$=\frac{10+3\sqrt{5}}{20-9} = \frac{10+3\sqrt{5}}{11}$$

3. 다음 식을 전개한 것으로 옳은 것은?

$$(a+b+1)(a-b+1)$$

[배점 3, 하상]

- ① $a^2 b^2 + 2a + 1$ ② $a^2 b^2 + 2a 1$
- $3 a^2 b^2 2a 1$ $4 a^2 + b^2 + 2a + 1$
- \bigcirc $a^2 + b^2 2a 1$

a+1=t 라 하면

$$\{(a+1)+b\}\{(a+1)-b\} = (t+b)(t-b) = t^2 - b^2$$
$$= (a+1)^2 - b^2 = a^2 + 2a + 1 - b^2$$

4. $(3x^2+2x+1)(x-1)^2$ 을 전개한 식에서 x^3 의 계수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

(주어진 식)=
$$(3x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2x + 1)$$
 에서
$$2x^3 - 6x^3 = -4x^3$$

- **5.** $(3 + a\sqrt{2})(3\sqrt{2} 1)$ 이 유리수가 될 때, 유리수 a 의 값은? [배점 3, 하상]
 - ① 3
- $\bigcirc -3$ $\bigcirc 6$
- ⑤ 12

해설

$$(3+a\sqrt{2})(3\sqrt{2}-1)=9\sqrt{2}-3+6a-a\sqrt{2}=$$
 $(9-a)\sqrt{2}+(6a-3)$ 가 유리수가 되기 위해서는 $9-a=0,\ a=9$

- **6.** $x = \sqrt{3}, y = \sqrt{2}$ 일 때, $(x+y)^2 + (x+y)(x-y)$ 의 값은? [배점 3, 하상]
- ① $6 + 2\sqrt{6}$ ② $6 2\sqrt{6}$ ③ $2 6\sqrt{2}$
- (4) $2+6\sqrt{2}$
- (5) 1

$$x + y = \sqrt{3} + \sqrt{2}, \ x - y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$
 이므로
$$(x + y)^2 + (x + y)(x - y) = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$
$$= 3 + 2 + 2\sqrt{6} + 3 - 2 = 6 + 2\sqrt{6}$$

7. 다음 보기에서 $(x - y)^2$ 과 같은 것을 모두 골라라.

- $\bigcirc (-x-y)^2$
- $\bigcirc (-x+y)^2$
- \bigcirc $-(x-y)^2$

[배점 3, 하상]

- 답:
- 답:
- ▷ 정답: ①
- ▷ 정답: ②

- $\bigcirc (-x-y)^2 = \{-(x+y)\}^2 = (x+y)^2$
- $\bigcirc (-x+y)^2 = \{-(x-y)\}^2 = (x-y)^2$
- $\bigcirc -(x-y)^2 = -(x^2 2xy + y^2) (-x-y)^2$
- 8. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용 되는 곱셈 공식을 바르게 나타낸 것은? (단, a, b, c, d는 자연수)

[배점 3, 하상]

- ① $501^2 \Rightarrow (a-b)^2$
- $2 ext{ } 499^2 \Rightarrow (a+b)^2$
- $3997^2 \Rightarrow (a+b)(a-b)$
- $\textcircled{4} 103 \times 97 \Rightarrow (ax+b)(cx+d)$

$$501^2 = (500+1)^2 \implies (a+b)^2$$

$$499^2 = (500 - 1)^2 \implies (a - b)^2$$

$$997^2 = (1000 - 3)^2 \implies (a - b)^2$$

$$103 \times 97 = (100+3)(100-3) \Rightarrow (a+b)(a-b)$$

9. 곱셈 공식을 이용하여 39 × 41 을 계산하여라.

[배점 3, 하상]

답:

➢ 정답: 1599

해설

 $39 \times 41 = (40 - 1)(40 + 1) = 40^2 - 1^2 = 1600 - 1 =$ 1599

- 10. a, b 가 유리수이고 $\frac{a+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=1+b\sqrt{3}$ 일 때, b-a [배점 3, 중하] 13. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ 를 분모의 유리화하면? [배점 3, 중하]

➢ 정답: 2

 $\frac{a+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\times\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=2a+3+(2+a)\sqrt{3}$ 이므로 2a+3=1,2+a=b 이므로 a=-1,b=1b - a = 2

11. $\frac{\sqrt{3}+2}{2-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-2}{2+\sqrt{3}}$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 중하]

- ① 14 ② $2\sqrt{3}$
- $4 7 + 4\sqrt{3}$ 5 1

 $\frac{(\sqrt{3}+2)^2 - (2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = (3+4\sqrt{3}+4) - (4-4\sqrt{3}+3) = 8\sqrt{3}$

- **12.** $\frac{2\sqrt{3}-5}{2-\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화하여 $a+b\sqrt{3}$ 의 꼴로 나타
 - $\bigcirc -5$ $\bigcirc 5$ $\bigcirc 3$ $\bigcirc -3$ $\bigcirc 4$ $\bigcirc 3$

$$\begin{split} \frac{2\sqrt{3}-5}{2-\sqrt{3}} &= \frac{(2\sqrt{3}-5)(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 4\sqrt{3}+6-10-\\ 5\sqrt{3} &= -\sqrt{3}-4$$
이므로 $\therefore \ a=-4,\ b=-1$

- ① $9+4\sqrt{5}$ ② $5+4\sqrt{5}$ ③ $9-4\sqrt{5}$
- (4) $5 4\sqrt{5}$ (5) $4 + 5\sqrt{5}$

 $\frac{(\sqrt{5}-2)^2}{5-4} = 5+4-4\sqrt{5} = 9-4\sqrt{5}$

14. 다음 계산 중 틀린 것은? [배점 3, 중하]

- (1) $(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-3)^2=39+12\sqrt{6}-18\sqrt{2}-12\sqrt{3}$
- $(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+3)(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-3)=21+12\sqrt{6}$
- $(3) (\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} \sqrt{2} + 1) = 2 + 2\sqrt{3}$
- $(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{3} \sqrt{2} \sqrt{5}) = -4 2\sqrt{10}$
- (3) $(2\sqrt{3} + \sqrt{2})(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 7\sqrt{6} + 9$

(5) $6\sqrt{6} + 6 + 6 + \sqrt{6} = 12 + 7\sqrt{6}$

- **15.** $(\sqrt{27} + a)(\sqrt{3} 2)$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값은? [배점 3, 중하]
 - 1)6
- $2 6 \quad 3 \quad 9$
- (4) -9(5) **3**

 $(\sqrt{27} + a)(\sqrt{3} - 2) = a - 6\sqrt{3} + a\sqrt{3} - 2a =$ $(9-2a) + (a-6)\sqrt{3}$ 가 유리수가 되기 위해서 $\frac{\Box}{\Box}a - 6 = 0$: a = 6

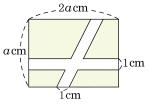
- **16.** $(a\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$ 가 유리수이기 위한 유리수 a 의 값을 구하시오. [배점 3, 중하]
 - ▶ 답:
 - ▷ 정답: 1

 $(a\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2) = 5a - 2a\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 4 =$ $5a-4+(2-2a)\sqrt{5}$ 유리수이기 위해서는 2-2a=0 : a = 1

- 17. $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}-\frac{3}{\sqrt{3}}$ 을 계산하여라. [배점 3, 중하]
 - ▶ 답:
 - ightharpoonup 정답: $2-2\sqrt{3}$

$$\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)} - \frac{3\sqrt{3}}{3} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}$$
$$= 2 - 2\sqrt{3}$$

18. 다음 그림에서 가로 2acm, 세로 acm 인 직사각형 안 에 그림과 같이 1cm 간격의 빈 부분이 있을 때 색칠한 부분의 넓이는 얼마인가?



[배점 4, 중중]

- ① $a^2 3a 1$ (cm²)
- ② $2a^2 3a 1$ (cm²)
- $3 2a^2 3a + 1 \text{ (cm}^2$)
- $4a^2 + 3a 1$ (cm²)
- ⑤ $2a^2 1$ (cm²)
- 답:
- ▷ 정답: ③

$$S = (2a - 1)(a - 1)$$
$$= 2a^2 - 3a + 1 \text{ cm}^2$$

- **19.** $x = \frac{2}{\sqrt{6}-2}, y = \frac{2}{\sqrt{6}+2}$ 일 때, $(x+y)^2 (x-y)^2$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]
- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

$$x = \frac{2(\sqrt{6}+2)}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)} = \frac{2(\sqrt{6}+2)}{2} = \sqrt{6}+2,$$

$$y = \frac{2(\sqrt{6}-2)}{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)} = \frac{2(\sqrt{6}-2)}{2} = \sqrt{6}-2$$

$$(x+y)^2 - (x-y)^2$$

$$= (\sqrt{6}+2+\sqrt{6}-2)^2 - (\sqrt{6}+2-\sqrt{6}+2)^2$$

$$= (2\sqrt{6})^2 - 4^2 = 24 - 16 = 8$$

- **20.** 두 양수 a, b 에 대하여 a + b = 3 , $a^2 + b^2 = 7$ 일 때, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{7}{3}$ ② 7 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 14 ⑤ 16

$$(a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$
이므로 $9 - 2ab = 7$
 $\therefore ab = 1$
따라서, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7$

- ${f 21.}\ x^2-5x+1=0$ 일 때, $x^2+x+rac{1}{x}+rac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라 [배점 4, 중중]
 - ▶ 답:
 - ▷ 정답: 28

 $x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 양변을 x로 나누면 $x + \frac{1}{x} = 5$ $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2 + (x + \frac{1}{x})$

- **22.** $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}, y = \frac{1}{\sqrt{3} \sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 xy + y^2$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$$x = \sqrt{3} - \sqrt{2}, \ y = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy$$

$$= (\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

$$- 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$= (2\sqrt{3})^2 - 3 = 9$$

- **23.** $x y = 3\sqrt{2}$, xy = 5 일 때, $x^2 3xy + y^2$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 7 ③ 10 ④ 13

$$x^{2} - 3xy + y^{2} = (x - y)^{2} - xy = (3\sqrt{2})^{2} - 5 = 18 - 5 = 13$$

- **24.** 두 수 $-1 + \sqrt{3}$, $2 + k\sqrt{3}$ 의 곱이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

 - $\bigcirc 1 \qquad \bigcirc 2 \qquad \bigcirc 3 \qquad \bigcirc 4 \qquad \bigcirc 5 \qquad \bigcirc 5$

해설

(곱) =
$$(-1 + \sqrt{3})(2 + k\sqrt{3})$$

= $-2 - k\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3k$
= $-2 + 3k + (-k + 2)\sqrt{3}$
 $(-k + 2)\sqrt{3} = 0$ 이면 유리수이므로 $k = 2$

25. $a^2 = 18$, $b^2 = 16$ 일 때, $\left(\frac{1}{3}a + \frac{3}{4}b\right)\left(\frac{1}{3}a - \frac{3}{4}b\right)$ 의 **27.** 다음 중 $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화 한 것은? 값을 구하여라.

▶ 답:

(준식) =
$$\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - \left(\frac{3}{4}b\right)^2$$

= $\frac{1}{9}a^2 - \frac{9}{16}b^2$
= $\frac{1}{9} \times 18 - \frac{9}{16} \times 16$
= $2 - 9 = -7$

26. 넓이가 각각 $10 + \sqrt{19}$, $10 - \sqrt{19}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x, 작은 정사각형 의 한 변의 길이를 y 라고 한다. xy 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

답:

➢ 정답 : 9

(큰 정사각형의 넓이)= $10 + \sqrt{19}$, $x^2 = 10 + \sqrt{19}$ (작은 정사각형의 넓이)= $10 - \sqrt{19}$ $y^2 = 10 - \sqrt{19}$ $x^2y^2 = (10 + \sqrt{19})(10 - \sqrt{19}) = 100 - 19 = 81$ $\therefore xy = 9 \ (x > 0, \ y > 0)$

[배점 5, 중상]

①
$$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$$
 ② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ ③ $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3}$

$$\begin{split} &\sqrt{2} - \sqrt{3} = A \text{ 라 하면} \\ &\frac{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{(1 - A)^2}{(1 + A)(1 - A)} = \frac{A^2 - 2A + 1}{1 - A^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 1}{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{(2 - 2\sqrt{6} + 3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)} \\ &= \frac{6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} - 4} \\ &= \frac{(6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 4)}{(2\sqrt{6} - 4)(2\sqrt{6} + 4)} \\ &= \frac{12\sqrt{6} + 24 - 24 - 8\sqrt{6} - 4\sqrt{12} - 8\sqrt{2}}{24 - 16} \\ &= \frac{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{split}$$

28. $x^3 + \Box = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$ 에서 \Box 안에 알맞은 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

$$(x+2) \{x(x-2) + 4\} = x(x+2)(x-2) + 4(x+2)$$
$$= x(x^2-4) + 4(x+2) = x^3 - 4x + 4x + 8 = x^3 + 8$$

29. a + b = 5 , ab = 4 , x + y = -3 , xy = 2 **2** 때, $(ax + by)^2 + (bx + ay)^2$ 의 값을 구하시오.

[배점 5, 중상]

답:

➢ 정답: 117

$$a^{2}x^{2} + 2abxy + b^{2}y^{2} + b^{2}x^{2} + 2abxy + a^{2}y^{2}$$

$$= x^{2}(a^{2} + b^{2}) + y^{2}(b^{2} + a^{2}) + 4abxy = (a^{2} + b^{2})(x^{2} + y^{2}) + 4abxy = \{5^{2} - 2 \times 4\} \times \{(-3)^{2} - 2 \times 2\} + 4 \times 4 \times 2 = 17 \times 5 + 32 = 117$$

- ${f 30.}~0 < x < 1~$ 이고 $x + {1\over x} = 6~$ 일 때, $x {1\over x}$ 의 값을 구하면? [배점 5,~ 중상]
 - ① $4\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$

- $(4) -3\sqrt{2}$ $(5) -4\sqrt{2}$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = 6^2 \ \, \mathrm{이므로} \ \, x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 36$$
 따라서, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$
$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 32 \therefore \ \, x - \frac{1}{x} = \pm 4\sqrt{2}$$
 그런데, $0 < x < 1$ 이므로 $x - \frac{1}{x} < 0$ 이다. 따라서, $x - \frac{1}{x} = -4\sqrt{2}$

$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab 를 이용하여 다음처럼 구할 수 있다. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 32$ $\therefore \ x-\frac{1}{x} = \pm 4\sqrt{2}$ 그런데, $0 < x < 1$ 이므로 $x-\frac{1}{x} < 0$ 이다. 따라서, $x-\frac{1}{x} = -4\sqrt{2}$$$

- **31.** m + n = 4 이고 mn = -60 일 때, m n 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]
 - ① ±8
- $(2) \pm 16$
- $3) \pm 2\sqrt{34}$

- $4 \pm 2\sqrt{61}$ $5 \pm \sqrt{130}$

$$(m-n)^2 = (m+n)^2 - 4mn = 16 + 240 = 256$$

 $\therefore m-n = \pm 16$

32. 다음 보기의 곱셈공식을 이용하여 간편한 수의 계산이 가능한 것들을 모두 고르면? (단, a, b는 서로 다른 자연수)

$$(a-b)(a+b)$$

[배점 5, 중상]

- ① 101^2
- (2) 99^2
- 3108×92

- 90×91
- $(5)99 \times 101$

- ① $101^2 = (100+1)^2 = (a+b)^2$
- $299^2 = (100-1)^2 = (a-b)^2$
- $390 \times 91 = a(a+1)$
- **33.** $(2+3\sqrt{2})(A+\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 A의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

- ▶ 답:
- \triangleright 정답: $-\frac{2}{3}$

$$\left(\frac{2}{C} \stackrel{\lambda}{-}\right) = 2A + 2\sqrt{2} + 3A\sqrt{2} + 6$$

= $2A + 6 + (2 + 3A)\sqrt{2}$
 $2 + 3A = 0$

$$\therefore A = -\frac{2}{3}$$

34. 정수 m 을 5 로 나누면 나머지가 4 이고, 정수 n 을 5 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. 이 때, 두 수의 곱 mn 을 5 로 나눈 나머지를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

$$m = 5a + 4, n = 5b + 2$$
라 하면
$$mn = (5a + 4)(5b + 2)$$

$$= 25ab + 10a + 20b + 8$$

$$= 5(5a + 2a + 4b + 1) + 3$$

- **35.** 일차방정식 $(\sqrt{3}+1)x=(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b는 유리수) [배점 5, 상하]
 - ① 0
- 2 1
- $(3)\sqrt{2}$ $(4)\sqrt{3}$ (5) 2

해설

$$\begin{array}{ll} (\sqrt{3}+1)x=(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)\\ x&=\frac{(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}+1}&=\frac{2\sqrt{3}+5}{\sqrt{3}+1}&=\\ \frac{(2\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}&=\frac{1+3\sqrt{3}}{2}\\ \text{따라서, } \sqrt{a+b}=\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}=\sqrt{2} \end{array}$$