

확인학습문제

1. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{5} - 1 > 1$
- ② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$
- ③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$
- ④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$
- ⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & -\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0 \\ \therefore & -\sqrt{6} < -\sqrt{5} \end{aligned}$$

2. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$$\begin{aligned} & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ & \textcircled{㉠} A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ & A^2 - B^2 \\ & = \textcircled{㉡} (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ & = \textcircled{㉢} (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ & = \textcircled{㉣} -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0 \\ & \textcircled{㉤} \therefore A < B \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$$\begin{aligned} & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ & A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ & A^2 - B^2 \\ & = (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ & = (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ & = -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0 \\ & \therefore A > B \end{aligned}$$

3. 다음 보기에서 무리수는 모두 몇 개인가?

보기

$$\sqrt{0}, \sqrt{2} + \sqrt{3}, 0.29, \sqrt{19.6}, \sqrt{8}, \sqrt{144}$$

[배점 3, 하상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

해설

$\sqrt{0} = 0$ (유리수)
 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 0.29 (유리수)
 $\sqrt{19.6}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 $\sqrt{8}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 $\sqrt{144} = 12$ (유리수)

4. 실수, 유리수의 집합을 각각 R, Q 라 할 때, 다음 보기에서 $R - Q$ 에 속하는 원소를 모두 고르면?

보기

- | | |
|-------------------------|--------------------|
| ㉠ $\sqrt{3}$ | ㉡ $\sqrt{13}$ |
| ㉢ $\sqrt{2} + \sqrt{9}$ | ㉣ $-\sqrt{(-3)^2}$ |
| ㉤ $\sqrt{\frac{9}{16}}$ | ㉥ $\sqrt{(99+1)}$ |

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉢, ㉣
 ④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

- ㉠ $\sqrt{3}$: 무리수
 ㉡ $\sqrt{13}$: 무리수
 ㉢ $\sqrt{2} + \sqrt{9} = \sqrt{2} + 3$: 무리수
 ㉣ $-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{9} = -3$: 유리수
 ㉤ $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$: 유리수
 ㉥ $\sqrt{(99+1)} = \sqrt{100}$: 유리수

5. 다음 중 공집합인 것은?

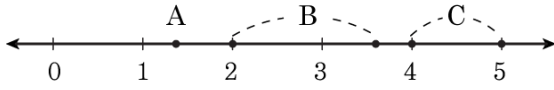
(단, 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수를 각각 N, Z, Q, I, R 이라 나타낸다.) [배점 3, 하상]

- ① $N \cap Z$ ② $Q \cap N$ ③ $I \cap Q$
 ④ $Z \cap Q$ ⑤ $R \cap I$

해설

$$I \cap Q = \phi$$

6. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다.
다음 중 틀린 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.
- ㉡ $-\sqrt{2}+3$ 은 점 A 에 대응한다.
- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한 개다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)
- ㉤ $\sqrt{19}-4$ 는 점 A 의 왼쪽에 위치한다.

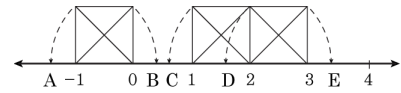
[배점 3, 하상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
- ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한 개이다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 $\sqrt{17} \sim \sqrt{24}$, 총 8 개이다.

7. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. A, B, C, D, E 의 좌표를 옮겨 구한 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $A(-1-\sqrt{2})$ ② $B(\sqrt{2})$
- ③ $C(1-\sqrt{2})$ ④ $D(3-\sqrt{2})$
- ⑤ $E(2-\sqrt{2})$

해설

$A(-\sqrt{2})$, $B(-1+\sqrt{2})$, $C(2-\sqrt{2})$, $D(3-\sqrt{2})$, $E(2+\sqrt{2})$ 이므로 ④이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 두 정수 0과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{9}$ 와 $\sqrt{16}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 수직선은 유리수에 대응하는 점들을 완전히 채울 수 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ⑤ 서로 다른 무리수 사이에는 무수히 많은 정수들이 있다.

해설

정수는 서로 다른 두 수 사이에 유한개 존재한다.

9. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{a} + b$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $a^2 - b^2$
 ④ ab ⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

- ① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.
 ③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.
 ④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.
 ⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

10. 다음 보기에서 유리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

$$-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, 0.\dot{1}, \frac{3}{5}, \sqrt{4}, \sqrt{\frac{1}{5}}$$

[배점 3, 중하]

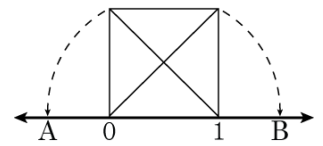
▶ 답:

▶ 정답: 3 개

해설

$0.\dot{1} = \frac{1}{9}, \frac{3}{5}, \sqrt{4} = 2$ 는 유리수이다.
 $-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, \sqrt{\frac{1}{5}}$ 는 무리수이다.
 따라서 유리수는 3 개이다.

11. 다음 한 변의 길이가 1인 정사각형에 대해 수직선에 대응하는 점 A, B의 좌표가 각각 $A(a), B(b)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $a + b = 1$

해설

정사각형의 한 변의 길이가 1 이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 그러므로 $A(1 - \sqrt{2}), B(\sqrt{2})$ 이다.
 $\therefore a = 1 - \sqrt{2}, b = \sqrt{2}, a + b = 1$

12. 다음에 주어진 수를 크기가 큰 것부터 차례로 나열할 때, 두 번째에 해당하는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ② $\sqrt{3} + 1$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

해설

i) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - 1 > 0$

$\therefore \sqrt{3} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + 1$

ii) $\sqrt{3} + 1 - \sqrt{2} > 0 \quad \therefore \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2}$

iii) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{5} < 0$

$\therefore \sqrt{3} + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$

iv) $\sqrt{2} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{5} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$

따라서 주어진 수의 순서는

$\sqrt{5} + \sqrt{3} > \sqrt{5} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2}$

13. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이의 수가 아닌 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$ ② $\sqrt{3}$
 ③ $\sqrt{2} - 0.1$ ④ $\sqrt{5} - 0.01$
 ⑤ 2

해설

$\sqrt{2} - 0.1$ 은 $\sqrt{2}$ 보다 작은 수이다.

14. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① 무한소수는 무리수이다.
 ② 유리수는 유한소수이다.
 ③ 순환소수는 유리수이다.
 ④ 유리수가 되는 무리수도 있다.
 ⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

- ① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
 ② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
 ④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
 ⑤ $\sqrt{4}, \sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내어도 유리수이다.

15. 집합 $A = \{x \mid \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{10}, x \text{는 실수}\}$ 일 때, 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① A 는 무한집합이다.
 ② A 의 원소 중 정수의 개수는 2이다.
 ③ A 의 원소 중 유리수의 개수는 유한개이다.
 ④ A 의 원소 중 무리수의 개수는 무한개이다.
 ⑤ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{10}}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 무리수이다.

해설

A 의 원소 중 정수는 $\sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 의 2 개이고, A 에 속한 유리수와 무리수는 무수히 많다.