

확인학습문제

1. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

- ㉠ $\sqrt{21} + 3 < \sqrt{19} - 4$
- ㉡ $\sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
- ㉢ $\sqrt{15} + 3 > \sqrt{15} + 2$

[배점 2, 하중]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$\text{㉠ } \sqrt{21} + 3 - (\sqrt{19} - 4) = \sqrt{21} - \sqrt{19} + 7 > 0$
 $\therefore \sqrt{21} + 3 > \sqrt{19} - 4$
 $\text{㉡ } (\sqrt{19} - \sqrt{5}) - (\sqrt{15} - \sqrt{7}) = (\sqrt{19} - \sqrt{15}) + (\sqrt{7} - \sqrt{5}) > 0 \therefore \sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
 $\text{㉢ } (\sqrt{15} + 3) - (\sqrt{15} + 2) = 3 - 2 > 0$

2. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{5} - 1 > 1$
- ② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$
- ③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$
- ④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$
- ⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

$\text{⑤ } -\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$
 $\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$

3. 보기는 두 실수 A, B의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$
 $\text{㉠ } A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.}$
 $A^2 - B^2$
 $= \text{㉡ } (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$
 $= \text{㉢ } (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$
 $= \text{㉣ } -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0$
 $\text{㉤ } \therefore A < B$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$
 $A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.}$
 $A^2 - B^2$
 $= (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$
 $= (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$
 $= -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0$
 $\therefore A > B$

4. 다음 중 대소비교가 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
- ㉡ $4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
- ㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

[배점 2, 하중]

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉢
- ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2} < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
 ㉡ $4 - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{6}) = 1 - \sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + 1 > 0$
 $\therefore 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
 ㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{2} + 1 < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

5. 다음 중 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{5} - 0.01$ ② $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$
- ③ $\sqrt{3} + 0.02$ ④ 2
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{0.75} < \sqrt{3}$

6. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 순환소수는 유리수이다.
- ② 유한소수는 유리수이다.
- ③ 무한소수는 무리수이다.
- ④ 원주율과 $\sqrt{1000}$ 은 무리수이다.
- ⑤ 무리수는 실수이다.

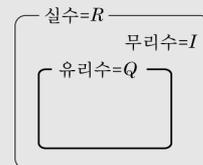
해설

③ 순환하는 무한소수는 유리수이다.

7. 유리수 전체의 집합을 Q , 무리수 전체의 집합을 I , 실수 전체의 집합을 R 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $Q \cup I = R$ ② $Q \cap I = \emptyset$
- ③ $Q \cap R = I$ ④ $R - I = Q$
- ⑤ $Q^C = I$

해설



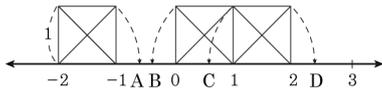
8. 세 수 $a = \sqrt{8}$, $b = 2 + \sqrt{2}$, $c = 3$ 의 대소 관계를 나타내면? [배점 3, 하상]

- ① $a < b < c$ ② $a < c < b$ ③ $c < a < b$
 ④ $c < b < a$ ⑤ $b < a < c$

해설

$3 = \sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{8} < 3$, $b - c = 2 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2} - 1 > 0$ 이므로 $b > c$
 $\therefore a < c < b$

9. 다음 그림을 보고 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?



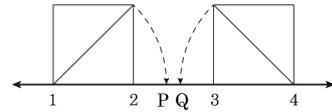
[배점 3, 하상]

- ① $A(-2 + \sqrt{2})$ ② $\overline{AB} = 3 - 2\sqrt{2}$
 ③ $\overline{CD} = -1 + 2\sqrt{2}$ ④ $D(1 + \sqrt{2})$
 ⑤ $\overline{BC} = \sqrt{2}$

해설

⑤ $B(1 - \sqrt{2}), C(2 - \sqrt{2})$ 이므로 $\overline{BC} = (2 - \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 1$ 이다.

10. 다음은 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하면?



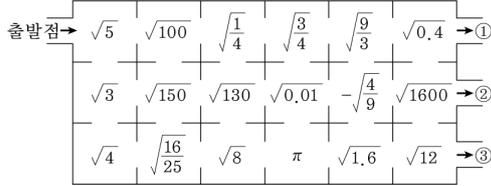
[배점 3, 하상]

- ① $1 - \sqrt{2}$ ② $1 + 2\sqrt{2}$ ③ $2 - 2\sqrt{2}$
 ④ $3 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $4 - \sqrt{2}$

해설

$P = 1 + \sqrt{2}$, $Q = 4 - \sqrt{2}$ 이므로
 두 점 P, Q 사이의 거리는
 $4 - \sqrt{2} - (1 + \sqrt{2}) = 3 - 2\sqrt{2}$ 이다.

11. 다음 그림에서 출발점부터 시작하여 무리수를 찾아 나가면 몇 번 문으로 나오게 되는지 말하여라.



[배점 3, 중하]

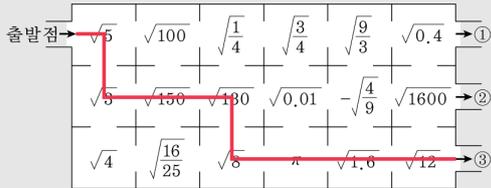
▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{130}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, π , $\sqrt{\frac{9}{3}}$, $\sqrt{1.6}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{12}$ 는 무리수이다.

출발점에서 연결하게 되면 다음 그림과 같다.



12. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ 1과 4사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.
- ④ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ⑤ π 는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.

해설

- ① ○ 1과 2사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② ○ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.(2와 3 사이에는 정수가 존재하지 않는다.)
- ③ × 1과 4사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.(1과 4 사이에는 유리수도 존재한다.)
- ④ ○ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무한한 유리수가 존재한다.
- ⑤ ○ π 는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.(π 는 3.14... 이고 무리수이다.)

13. 다음 설명 중 옳지 않는 것을 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① 무한소수는 모두 무리수이다.
- ② 근호가 벗겨지는 수는 유리수이다.
- ③ $\sqrt{99} = 33$ 이므로 유리수이다.
- ④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
- ⑤ $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.

해설

- ① 반례로 $0.\dot{1}1 = \frac{11}{99} = \frac{1}{9}$ 이므로 유리수이다.
- ③ $\sqrt{99} = 3\sqrt{11}$ 이므로 무리수이다.

14. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수가 되는 것을 골라라.

보기

- ㉠ $-\sqrt{1}$ ㉡ 3.14 ㉢ $\sqrt{\frac{4}{9}}$
- ㉣ $-\sqrt{5}$ ㉤ $\sqrt{0.16}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
 $-\sqrt{1} = -1$, 3.14 , $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, $\sqrt{0.16} = 0.4$ 는 유리수이다.
 따라서 ㉣이 무리수이다.

15. 다음 중 보기의 주어진 식의 대소 관계가 알맞은 것은?

$$A = \sqrt{6} - 3, B = \sqrt{6} - \sqrt{5}, C = 3 - \sqrt{5}$$

[배점 3, 중하]

- ① $A > B$ ② $A > C$
- ③ $B > C > A$ ④ $C > A > B$
- ⑤ $C > B > A$

해설

i) $\sqrt{6} - 3 - (\sqrt{6} - \sqrt{5}) = -3 + \sqrt{5}$
 $= -\sqrt{9} + \sqrt{5} < 0$
 $\therefore A < B$

ii) $\sqrt{6} - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{5}) = \sqrt{6} - 3 = \sqrt{6} - \sqrt{9} < 0$
 $\therefore B < C$
 따라서 $C > B > A$

16. 다음에 주어진 수를 크기가 작은 것부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 해당하는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ ② $-\sqrt{5}$ ③ -2
- ④ $\sqrt{5} + 1$ ⑤ $-2 - \sqrt{5}$

해설

양수는 음수보다 크므로 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 비교한다.

i) $-\sqrt{5} - (-2) = -\sqrt{5} + \sqrt{4} < 0$
 $\therefore -\sqrt{5} < -2$

ii) $-\sqrt{5} - (-2 - \sqrt{5}) = 2 > 0$
 $\therefore -\sqrt{5} > -2 - \sqrt{5}$

iii) $\sqrt{5} + \sqrt{2} - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{2} - 1 > 0$
 $\therefore \sqrt{5} + \sqrt{2} > \sqrt{5} + 1$

따라서 주어진 수의 순서는
 $-2 - \sqrt{5} < -\sqrt{5} < -2 < \sqrt{5} + 1 < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

17. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳바르지 않은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{3} + 3 < 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$
- ② $4 + \sqrt{3} < \sqrt{5} + 4$
- ③ $2 - 2\sqrt{3} < \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$
- ④ $\sqrt{3} + 2 > 1 + \sqrt{3}$
- ⑤ $5 - \sqrt{3} > -\sqrt{3} + 2$

해설

$$\begin{aligned} \text{① } \sqrt{3} + 3 - (2\sqrt{2} + \sqrt{3}) &= 3 - 2\sqrt{2} \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{8} > 0 \\ \therefore \sqrt{3} + 3 &> 2\sqrt{2} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

18. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- (ㄱ) 수직선에 나타낼 수 없는 무리수도 있다.
- (ㄴ) $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
- (ㄷ) 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- (ㄹ) 수직선 위에서 오른쪽에 있는 실수가 왼쪽에 있는 실수보다 크다.
- (ㅁ) 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점들만 있는 것이 아니고 무리수에 대응하는 점들도 있다.
- (ㅂ) 서로 다른 두 무리수의 합은 반드시 무리수이다.
- (ㅅ) 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이다.

[배점 4, 중중]

- ① 7 개 ② 6 개 ③ 5 개
- ④ 4 개 ⑤ 3 개

해설

- (ㄱ) 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- (ㄴ) $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 $-1, 0, 1$ 의 3 개의 정수가 있다.
- (ㄷ) $(\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}) = 0$ 은 유리수이다.

19. 실수 전체의 집합 R 를 전체집합으로 하고, 무리수, 유리수, 정수, 자연수 전체의 집합을 각각 I, Q, Z, N 라고 할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- (가) $\frac{1}{\sqrt{5}} \in N^C$
- (나) $3\sqrt{4} \in R \cap I$
- (다) $\sqrt{0.01} \in Q - Z$
- (라) $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4} \in Q \cap N$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (가)

▷ 정답: (다)

해설

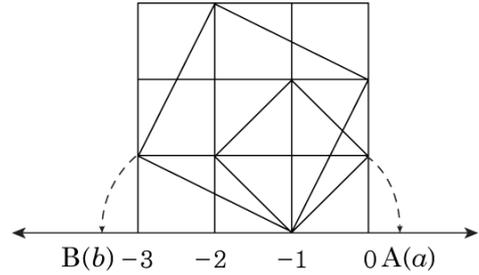
(가) N^C 는 실수에서 자연수를 제외한 집합. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 무리수.

(나) $R \cap I$ 는 무리수. $3\sqrt{4}$ 는 6이므로 자연수.

(다) $Q - Z$ 는 정수가 아닌 유리수, $\sqrt{0.01} = 0.1$ 이므로 정수가 아닌 유리수에 해당한다.

(라) $Q \cap N$ 은 자연수. $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4} = 3 \times \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$ 이므로 자연수가 아니다.

20. 다음 그림을 보고 옳지 않은 것을 고르면?(단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



[배점 4, 중중]

① a 와 b 사이에는 유리수가 무수히 많다.

② a 와 b 사이에는 무리수가 무수히 많다.

③ A의 좌표는 $A(-1 + \sqrt{2})$ 이다.

④ B의 좌표는 $B(-1 - \sqrt{5})$ 이다.

⑤ a 와 b 의 중점의 좌표는 $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{2}$ 이다.

해설

a 와 b 의 중점의 좌표는 $\frac{(-1 - \sqrt{5}) + (-1 + \sqrt{2})}{2} = \frac{-2 - \sqrt{5} + \sqrt{2}}{2}$ 이다.

21. 다음 중 무리수 $\sqrt{2} + 1$ 과 $2\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

① $3\sqrt{2} - 1$ ② $\sqrt{3} + 1$ ③ $2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3} + 2$

해설

$\sqrt{2} \approx 1.414$ 이므로 $\sqrt{2} + 1 \approx 2.414$

$\sqrt{3} \approx 1.732$ 이므로 $2\sqrt{3} \approx 3.464$

⑤ $\sqrt{3} + 2 \approx 3.732$

22. 다음 중 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)

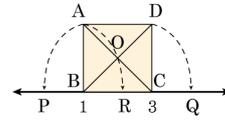
[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{2} + 0.1$ ② $\sqrt{3} - 0.1$ ③ $\sqrt{2} + 0.2$
 ④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

해설

- ① $\sqrt{2} + 0.1 \approx 1.514$
 ② $\sqrt{3} - 0.1 \approx 1.632$
 ③ $\sqrt{2} + 0.2 \approx 1.614$
 ④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있는 수이다.
 ⑤ $0.2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0.4$ 이므로 $0.1 < \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} < 0.2$, 따라서 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

23. 다음 그림의 한 변의 길이가 2 인 정사각형 ABCD 에 서 $\overline{AC} = \overline{PC}$ 이고 $\overline{BD} = \overline{BQ}$, $\overline{BO} = \overline{BR}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $P(3 - \sqrt{2})$ ② $R(1 - \sqrt{2})$
 ③ $\overline{PR} = 2\sqrt{2}$ ④ $\overline{PQ} = 4\sqrt{2} - 2$
 ⑤ $\overline{BO} = 2\sqrt{2}$

해설

- 정사각형 한 변의 길이가 2 이므로 대각선 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.
 P 는 $3 - 2\sqrt{2}$, Q 는 $1 + 2\sqrt{2}$, R 은 $1 + \sqrt{2}$
 ③ $\overline{PR} = (1 + \sqrt{2}) - (3 - 2\sqrt{2}) = -2 + 3\sqrt{2}$
 ④ $\overline{PQ} = (1 + 2\sqrt{2}) - (3 - 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} - 2$
 ⑤ $\overline{BO} = \sqrt{2}$

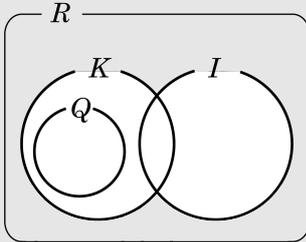
24. 실수의 집합을 R , 유리수의 집합을 Q , 무리수의 집합을 I 라고 할 때, 집합 $K = \{x \mid x = a + b\sqrt{2}, a, b \in Q\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

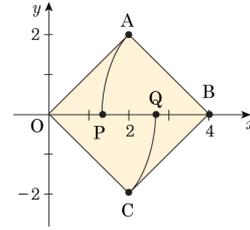
- ① $0 \in K$
- ② $K \cap Q = \emptyset$
- ③ $Q \subset K$
- ④ $K \subset I$
- ⑤ $K \cup Q = K$

해설

$b = 0$ 이고, a 가 유리수일 때, 집합 K 는 유리수 전체의 집합이다.
 i) $b = 0$ 이고, $a \in Q$ 일 때, x 는 유리수 전체가 된다.
 ii) $b \neq 0$ 이고, $a \in Q$ 일 때, x 는 무리수의 일부가 된다.
 또, $a - b = 0$ 일 때, $x = 0$ 이 되므로 $0 \in K$ 이다, 따라서 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같으므로 ㉠, ㉡는 옳지 않다.



25. 다음그림과 같이 좌표평면 위의 정사각형 OABC 에서 $\overline{BA} = \overline{BP}$, $\overline{OC} = \overline{OQ}$ 이다. 두 점 P, Q 의 x 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:
 ▷ 정답: 4

해설

$$p = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$g = 0 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$p + q = 4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4 \text{ 이다.}$$