

확인학습문제

1. $2 \leq \sqrt{x} < 3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 5 개

해설

$2 \leq \sqrt{x} < 3$ 는 $\sqrt{4} \leq \sqrt{x} < \sqrt{9}$ 이므로 $4 \leq x < 9$ 이다. 따라서 자연수 x 는 4, 5, 6, 7, 8로 5개이다.

2. 다음 중 가장 큰 값은? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2}$
 ② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2}$
 ③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2}$
 ④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2}$
 ⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$

해설

① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2} = 4 - 2 = 2$
 ② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2} = 3 + 2 = 5$
 ③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2} = 5 - 2 = 3$
 ④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2} = 3 - 2 = 1$
 ⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2 = 5 + 2 = 7$
 이므로 $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$ 가 가장 크다.

3. $\sqrt{40-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 2, 하중]

- ① 1 ② 4 ③ 7 ④ 10 ⑤ 15

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x = 4$ 이다.

4. $\sqrt{17+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 2, 하중]

- ① 4 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 19

해설

$\sqrt{25}$ 이므로 $x = 8$ 이다.

5. $-3 < x < 3$ 일 때, $2\sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{4(x+3)^2}$ 을 간단히 하면? [배점 3, 하상]

- ① $-4x$ ② $-2x - 6$ ③ 0
 ④ $6x$ ⑤ $6x + 6$

해설

$-6 < x - 3 < 0$, $0 < x + 3 < 6$ 이므로
 (주어진 식) $= -2(x - 3) - 2(x + 3)$
 $= -2x + 6 - 2x - 6$
 $= -4x$

6. $\sqrt{24-x}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 x 의 개수는?
[배점 3, 하상]

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개
④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$24 - x = 0, 1, 4, 9, 16$
 $\therefore x = 24, 23, 20, 15, 8$

7. 다음 중 $\sqrt{35-x}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 10

해설

- ① $\sqrt{35-1} = \sqrt{34}$ 이고 34 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
② $\sqrt{35-3} = \sqrt{32}$ 이고 32 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
③ $\sqrt{35-5} = \sqrt{30}$ 이고 30 은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
④ $\sqrt{35-7} = \sqrt{28}$ 이고 28 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
⑤ $\sqrt{35-10} = \sqrt{25}$ 이고 $25 = 5^2$ 이므로 자연수 5 가 된다.

8. $\sqrt{2 \times 3 \times 7^2 \times a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 를 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 42

해설

$\sqrt{294a} = \sqrt{2 \times 3 \times 7^2 \times a}$ 이 정수가 되기 위해서는 근호안의 수가 완전제곱수가 되어야 하므로 $a = 2 \times 3 \times k^2$ 이 되어야 한다.
 \therefore 가장 작은 자연수 a 는 $k = 1$ 일 때이므로 $a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$

9. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $(\sqrt{a})^2 = -a$ ② $(-\sqrt{a})^2 = a$
③ $-\sqrt{a^2} = a$ ④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$
⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

해설

- ① $(\sqrt{a})^2 = a$
③ $-\sqrt{a^2} = -a$
④ $\sqrt{(-a)^2} = a$
⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

10. 다음 값을 바르게 구한 것끼리 짝지은 것은?

보기

- ㉠ $\sqrt{16} = \pm 4$
- ㉡ $-\sqrt{0.09} = -0.3$
- ㉢ $\sqrt{(-13)^2} = \pm 13$
- ㉣ $-\sqrt{(-5)^2} = -5$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$
- ㉡ $-\sqrt{0.09} = -\sqrt{0.3^2} = -0.3$
- ㉢ $\sqrt{(-13)^2} = -(-13) = 13$
- ㉣ $-\sqrt{(-5)^2} = -\{-(5)\} = -5$

11. $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 567

해설

- $1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21$
- $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되려면
- $a = 21 \times$ (제곱수) 이어야 한다.
- $21 \times 4 = 84, 21 \times 9 = 189, \dots$
- $21 \times 25 = 525, 21 \times 36 = 756$
- $\therefore 756 - 189 = 567$

12. $\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 825

해설

- $135 = 3^3 \times 5 = 3^2 \times 15$
- $\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되려면
- $a = 15 \times$ (제곱수) 이어야 한다.
- $15 \times 4 = 60, 15 \times 9 = 135, \dots$
- $15 \times 49 = 735, 15 \times 64 = 960$
- $\therefore 960 - 135 = 825$

13. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 3의 제곱근은 2개이다.
- ② 제곱근 $\frac{1}{25}$ 의 값은 $\frac{1}{5}$ 이다.
- ③ $\sqrt{81}$ 의 제곱근은 3, -3이다.
- ④ 제곱하여 0.01이 되는 수는 2개가 있다.
- ⑤ 음이 아닌 수의 제곱근은 서로 다른 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.

해설

- ⑤ 0의 제곱근은 하나이다.

14. $\sqrt{\frac{48}{7}}x$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 정수 x 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$\frac{48}{7}x = \frac{2^4 \times 3 \times x}{7} \text{ 이므로 } \therefore x = 3 \times 7 = 21 \text{ 이다.}$$

15. $\sqrt{\frac{50}{3}}x$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 정수 x 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\frac{50}{3}x = \frac{2 \times 5^2 \times x}{3} \text{ 이므로 } \therefore x = 2 \times 3 = 6 \text{ 이다.}$$

16. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

17. $5 \leq \sqrt{3x} < 6$ 을 만족하는 정수 x 를 모두 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

$5 \leq \sqrt{3x} < 6$ 는 $\sqrt{25} \leq \sqrt{3x} < \sqrt{36}$ 이므로 $25 \leq 3x < 36$ 이다. 따라서 $\frac{25}{3} \leq x < 12$ 이므로 정수 x 는 9, 10, 11 이다.

18. 두 자리 자연수 n 에 대하여, $\sqrt{5(n+13)}$ 이 자연수가 되도록 하는 n 의 값의 합은? [배점 4, 중중]

- ① 69 ② 79 ③ 89
 ④ 99 ⑤ 109

해설

$10 \leq n < 100$, $\sqrt{5(n+13)} \rightarrow$ 자연수
 $n+13 = 5k^2$
 $23 \leq 5k^2 < 113$
 $4.6 \leq k^2 < 22.6$
 $\therefore k^2 = 9, 16$
 $n = 5 \times 9 - 13 = 32$, $n = 5 \times 16 - 13 = 67$
 따라서 n 의 값의 합은 $32 + 67 = 99$ 이다.

19. $a > 0, b > 0$ 일 때, 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$
- ② $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$
- ③ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- ④ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < \sqrt{a+b}$
- ⑤ $a > b$ 이면 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

해설

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$$

20. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-3)^2a^2} \times \sqrt{4a^2} = 6a^2$
- ㉡ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{25a^2} - \sqrt{(-6a)^2} = -a$
- ㉢ $a < 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{100a^2} - 5\sqrt{4b^2} = 10(a-b)$
- ㉣ $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{(4a)^2} - \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(6b)^2} = 2a + 7b$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

해설

- ㉡ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{25a^2} - \sqrt{(-6a)^2} = -5a - (-6a) = a$
- ㉣ $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{100a^2} - 5\sqrt{4b^2} = 10a - 5 \times 2b = 10(a-b)$

21. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a, 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

- ㉠ $a + b = 0$
- ㉡ $ab < 0$
- ㉢ $a^2 < b^2$
- ㉣ $a - b > 0$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$|a| < |b| \dots (1)$$

$$a > 0, b < 0 \dots (2)$$

$$(1), (2) \text{에 의해 } \ominus a + b < 0$$

22. $\sqrt{\frac{x}{3}}$ 가 정수가 되게 하는 x 의 값 중 두 자리 정수는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

- ① 4 개
- ② 5 개
- ③ 6 개
- ④ 7 개
- ⑤ 3 개

해설

$$10 \leq x \leq 99, x = 3k^2 (k : \text{정수}) \text{이므로 } x = 3 \times 2^2, 3 \times 3^2, 3 \times 4^2, 3 \times 5^2$$

$$x = 12, 27, 48, 75$$

$$\therefore 4 \text{ 개}$$

23. $(0.1)^2$ 의 음의 제곱근을 A , 25 의 제곱근의 개수를 B 라고 할 때, $10A + B$ 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$(0.1)^2 = 0.01$ 이고

$(0.1)^2$ 의 음의 제곱근 = -0.1 이다.

$A = -0.1$

25 는 양수이므로

25 제곱근 = ± 5 이고,

개수는 2 개다.

$B = 2$

$\Rightarrow 10A + B = 10 \times (-0.1) + 2 = -1 + 2 = 1$

24. $0 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-5)^2} - \sqrt{(5-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x - 5 < 0$ 이므로 $\sqrt{(x-5)^2} = -(x-5)$

\therefore (준식) = $-(x-5) - (5-x) = -x+5-5+x = 0$

25. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉣ 1.6

㉤ $\frac{49}{9}$

㉥ $\frac{81}{6}$

[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉣, ㉤

⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉣ (1.6 의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉥ ($\frac{81}{6}$ 의 제곱근) = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$