

확인학습문제

1. $2 \leq \sqrt{x} < 3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 5 개

해설

$2 \leq \sqrt{x} < 3$ 는 $\sqrt{4} \leq \sqrt{x} < \sqrt{9}$ 이므로 $4 \leq x < 9$ 이다. 따라서 자연수 x 는 4, 5, 6, 7, 8로 5개이다.

2. 다음 중 가장 큰 값은? [배점 2, 하중]

① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2}$

② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2}$

③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2}$

④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2}$

⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$

해설

① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2} = 4 - 2 = 2$

② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2} = 3 + 2 = 5$

③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2} = 5 - 2 = 3$

④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2} = 3 - 2 = 1$

⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2 = 5 + 2 = 7$

이므로 $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$ 가 가장 크다.

3. 18 에 자연수 a 를 곱하여 $\sqrt{18a}$ 가 자연수가 되도록 할 때, a 의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$\sqrt{18a} = \sqrt{3 \times 3 \times 2 \times a}$, $a = 2$

4. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

① $\sqrt{64a^2} - \sqrt{a^2} = 7a$

② $-\sqrt{9a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -12a$

③ $\sqrt{(7a)^2} + \sqrt{(-7a)^2} = 14a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 + (-\sqrt{4a^2}) = 8a$

⑤ $(-\sqrt{3a})^2 + (-\sqrt{(2a)^2}) = a$

해설

② $-\sqrt{9a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -3a - 3a = -6a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 + (-\sqrt{4a^2}) = 3a + (-2a) = a$

5. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-4a)^2} - \sqrt{9a^2} + (-\sqrt{2a})^2$ 을 간단히 하면?
[배점 3, 하상]

- ① $-a$ ② $3a$ ③ $5a$
④ a ⑤ $-3a$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(4a)^2} - \sqrt{(3a)^2} + (\sqrt{2a})^2 \\ &= |4a| - |3a| + 2a \\ &= 4a - 3a + 2a = 3a \end{aligned}$$

6. $\sqrt{24-x}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 x 의 개수는?
[배점 3, 하상]

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개
④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$$\begin{aligned} 24 - x &= 0, 1, 4, 9, 16 \\ \therefore x &= 24, 23, 20, 15, 8 \end{aligned}$$

7. $\sqrt{\frac{756}{x}}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 작은 수는?
[배점 3, 하상]

- ① 3 ② 6 ③ 7 ④ 21 ⑤ 42

해설

$$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7 \text{ 이므로 } \sqrt{\frac{2^2 \times 3^3 \times 7}{x}} \text{ 이 자연수가 되기 위한 자연수 중 가장 작은 값 } x = 3 \times 7 = 21 \text{ 이다.}$$

8. $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$ 을 간단히 하면?
[배점 3, 하상]

- ① 0 ② $6 - 2\sqrt{7}$ ③ 6
④ $\sqrt{6}$ ⑤ $3 + \sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{7} < 3 = \sqrt{9} \text{ 이므로} \\ & \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2} \\ &= |\sqrt{7}-3| - |3-\sqrt{7}| \\ &= -(\sqrt{7}-3) - (3-\sqrt{7}) \\ &= -\sqrt{7} + 3 - 3 + \sqrt{7} = 0 \end{aligned}$$

9. 두 수의 대소관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$ ㉡ $-2\sqrt{2} > -\sqrt{12}$
㉢ $\sqrt{11} > 2\sqrt{3}$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned} & \text{㉠ } 2 < 3 \text{ 이므로 } \sqrt{2} < \sqrt{3} \\ & \text{따라서 } -\sqrt{2} > -\sqrt{3} \text{ 이다.} \\ & \text{㉡ } -2\sqrt{2} > -\sqrt{12} \text{ (O)} \\ & \text{㉢ } \sqrt{11}^2 = 11 < 12 = (2\sqrt{3})^2 \text{ 이므로 } \sqrt{11} < 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

10. \sqrt{x} 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.
이 때, $N(1) + N(2) + \dots + N(9) + N(10)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로
 $N(1), N(2), N(3) = 1$
 $N(4), N(5), \dots, N(8) = 2$
 $N(9), N(10) = 3$
 $\therefore N(1) + N(2) + \dots + N(9) + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

11. a 의 값의 범위가 $-2 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2}$ 의 식을 간단히 하면? [배점 3, 중하]

- ① 0 ② $-2a - 4$ ③ -4
 ④ $-2a$ ⑤ $2a$

해설

$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a \geq 0 \text{ 일 때, } & a \\ a < 0 \text{ 일 때, } & -a \end{cases}$ 이므로
 $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2} = -a + 2 - a - 2 = -2a$

12. $\sqrt{\frac{48}{7}}x$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 정수 x 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 21

해설

$\frac{48}{7}x = \frac{2^4 \times 3 \times x}{7}$ 이므로 $\therefore x = 3 \times 7 = 21$ 이다.

13. 자연수 x 에 대하여 $1 < x < 50$ 일 때, $\sqrt{20x}$ 가 자연수가 되도록 하는 모든 x 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : 5
▷ 정답 : 20
▷ 정답 : 45

해설

$20x = 2^2 \times 5 \times x$ 이므로 $x = 5, 2^2 \times 5, 3^2 \times 5, 2^4 \times 5 \dots$
 $1 < x < 50$ 이므로, $x = 5, 2^2 \times 5, 3^2 \times 5$ 이다.

14. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 네 번째에 오는 수는?

$$4, \sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{12}, -2, \sqrt{3}$$

[배점 3, 중하]

- ① 4 ② $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ③ $-\sqrt{12}$
 ④ -2 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

4, $\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, -2, $-\sqrt{12}$ 의 순서이므로 네 번째에 오는 수는 -2 이다.

15. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{75} < 9$ ② $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$
 ③ $0.3 > \sqrt{0.3}$ ④ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{4}}$
 ⑤ $\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{4}}$

해설

$\sqrt{0.09} < \sqrt{0.3}$ 이므로 $0.3 < \sqrt{0.3}$ 이다.

16. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

17. $5 \leq \sqrt{3x} < 6$ 을 만족하는 정수 x 를 모두 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

$5 \leq \sqrt{3x} < 6$ 는 $\sqrt{25} \leq \sqrt{3x} < \sqrt{36}$ 이므로 $25 \leq 3x < 36$ 이다. 따라서 $\frac{25}{3} \leq x < 12$ 이므로 정수 x 는 9, 10, 11 이다.

18. 자연수 x 에 대하여 집합 $A = \{x | 6 < x \leq 10\}$, $B = \{x | 2 \leq \sqrt{x} < 3\}$ 의 교집합 $A \cap B$ 의 모든 원소를 구하여라 [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 7

▷ 정답: 8

해설

$$A = \{7, 8, 9, 10\}, B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A \cap B = \{7, 8\}$$

19. $A = \{x | x \text{는 정수}, \sqrt{5} < x < \sqrt{13}\}$, $B = \{x | x \text{는 정수}, -5 < -\sqrt{x} < -3\}$ 일 때, $n(B) - n(A)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -6 ② 2 ③ 6 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$A: 2. \times \times < x < 3. \times \times$$

$$x = 3$$

$$\therefore n(A) = 1$$

$$-5 < -\sqrt{x} < -3$$

$$3 < \sqrt{x} < 5$$

$$9 < x < 25$$

$$\therefore n(B) = 25 - 9 - 1 = 15$$

$$\therefore n(B) - n(A) = 15 - 1 = 14$$

20. $x < 0$ 일 때, $\sqrt{(-3x)^2} - \sqrt{(5x)^2} - \sqrt{(9x^2)}$ 을 간단히 하면? [배점 4, 중중]

- ① $-5x$ ② x ③ $5x$
 ④ $11x$ ⑤ $13x$

해설

$$x < 0 \text{ 일 때, } -3x > 0, 5x < 0, 3x < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(-3x)^2} - \sqrt{(5x)^2} - \sqrt{(9x^2)}$$

$$= -3x - (-5x) - (-3x)$$

$$= -3x + 5x + 3x = 5x$$

21. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{64a^2} - \sqrt{a^2} = 7a$
 ② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 0$
 ③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -10a$
 ④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 10a$
 ⑤ $(-\sqrt{2a})^2 + (-\sqrt{a^2}) = a$

해설

② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 11a + 11a = 22a$
 ③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -13a - 3a = -16a$
 ④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 3a - 7a = -4a$

22. $\sqrt{\frac{32}{3}}x$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 96

해설

$\sqrt{\frac{32}{3}}x = \sqrt{\frac{2^4 \times 2}{3}}x$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times k^2$
 $k = 4$ 일 때, $x = 96$
 x 는 가장 큰 두 자리의 자연수이므로 96 이다.

23. $0 < x < 2$ 일 때,
 $\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(2-x)^2}$ 을 간단히 하면?
 [배점 4, 중중]

- ① x ② $4-x$ ③ $x+4$
 ④ $3x+4$ ⑤ $4-3x$

해설

$0 < x < 2$ 에서 $-x < 0, x-2 < 0, 2-x > 0$
 $\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(2-x)^2}$
 $= -(-x) - \{-(x-2)\} + (2-x)$
 $= x + (x-2) + (2-x) = x$

24. X, Y 주사위 두 개를 던져 나온 눈의 수를 각각 x, y 라고 할 때, $\sqrt{x-y}$ 가 자연수가 될 확률을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{7}{36}$

해설

$\sqrt{x-y}$ 가 자연수가 되기 위해서
 $x-y = 1$ 또는 $x-y = 4$ 이어야 한다.
 (i) $x-y = 1$ 인 경우 순서쌍
 (x, y) 는 (6, 5), (5, 4), (4, 3), (3, 2),
 (2, 1)
 (ii) $x-y = 4$ 인 경우 순서쌍 (x, y) 는
 (6, 2), (5, 1) 이다.
 따라서 (i), (ii) 에서 구하는 확률은 $\frac{7}{6 \times 6} = \frac{7}{36}$
 이다.

25. 다음 중 가장 작은 수는? [배점 4, 중중]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ③ $\sqrt{0.6}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

해설

모두 양수이므로 각 수를 제곱하여 비교하면
 ① $\frac{4}{9}$
 ② $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$
 ③ $(\sqrt{0.6})^2 = 0.6 = \frac{6}{9}$
 ④ $\frac{2}{9}$
 ⑤ $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$

26. $b < 0 < a < 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$
- ② $\sqrt{(2-a)^2} = a-2$
- ③ $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = 0$
- ④ $\sqrt{b^2} + |b| = -2b$
- ⑤ $\sqrt{(b-2)^2} = b-2$

해설

- ① $a < 2$ 이므로 $\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2$
- ② $a < 2$ 이므로 $\sqrt{(2-a)^2} = 2-a$
- ③ $b < a$ 이므로 $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = a-b - (b-a) = 2a-2b$
- ⑤ $b < 2$ 이므로 $\sqrt{(b-2)^2} = -(b-2) = -b+2$

27. $0 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-5)^2} - \sqrt{(5-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

[배점 5, 중상]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 0

해설

$$x-5 < 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(x-5)^2} = -(x-5)$$

$$\therefore (\text{준식}) = -(x-5) - (5-x) = -x+5-5+x = 0$$

28. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b > 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} \times \sqrt{4b^2} - \sqrt{(-5a)^2} \times \{-\sqrt{(-b)^2}\}$ 을 간단히 하여라.

[배점 5, 중상]

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a-b > 0$ 이면 $a > b$ 이므로 $a > 0, b < 0$ 이다.

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3a)^2} \times \sqrt{4b^2} - \sqrt{(-5a)^2} \times \{-\sqrt{(-b)^2}\} \\ &= |3a| \times |2b| - |5a| \times (-|b|) \\ &= 3a \times (-2b) - 5a \times b = -6ab - 5ab = -11ab \end{aligned}$$

29. 자연수 x 에 대하여 $f(x) = (\sqrt{x}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수)라고 할 때, $f(70) - f(28)$ 의 값을 구하여라. (단, x 는 자연수이다.)

[배점 5, 중상]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 3

해설

$\sqrt{70}$ 이하의 자연수중 가장 큰 수는 8 이고 $\sqrt{28}$ 이하의 자연수중 가장 큰 수는 5 이므로 $8-5=3$ 이다.

30. $\sqrt{180-18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$\sqrt{180-18a} = \sqrt{18(10-a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10-a}$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로
 $a = 8$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로
 $a = 2$
 $M = 8, m = 2$ 이다.
따라서 $Mm = 16$ 이다.

31. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.
- ② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$
- ③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.
- ④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.
- ⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

- ① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$
- ② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$
- ③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$
- ④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$
- ⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

32. 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(-2b)^2}$ 을 간단히 하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $a + 2b$

해설

$a > b, ab < 0$ 이므로 $a > 0, b < 0$ 이다.
 $\therefore \sqrt{a^2} - \sqrt{(-2b)^2} = a - (-2b) = a + 2b$

33. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b - a$ 의 절댓값이 0과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.
그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.
따라서 b 가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

34. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때,
 $\sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$$\begin{aligned} a &= -\sqrt{5}, b = \sqrt{2} \\ \sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2} \\ &= \sqrt{-(-\sqrt{5})^2 + 3(\sqrt{2})^2} \\ &\quad - \sqrt{\{(-\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{2})^2\}^2} \\ &= \sqrt{-5 + 6} - \sqrt{(5 \times 2)^2} \\ &= 1 - 10 = -9 \end{aligned}$$

35. $a < 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2}$ 일 때, $10A$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} A &= -\sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2} \\ &= -|3a| \times |a| \div |2a| \div |5a| \\ &= 3a \times (-a) \div (-2a) \div (-5a) = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

따라서 $10A = 10 \times \frac{3}{10} = 3$ 이다.