단원 종합 평가

1. 정수의 집합을 Z , 자연수의 집합을 N 이라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 중하]

① $N \cup Z = Z$

② $N \cap Z = N$

③ $N - Z = \varnothing$

④ $Z - N = \varnothing$

⑤ $(N \cap Z) \subset (N \cup Z)$

해설

$Z - N$ 은 0 과 음의 정수를 원소로 갖는 집합이므로 $Z - N$ 은 공집합이 아니다.

2. 다음 식이 성립하도록 □ 안에 +, − 기호를 써 넣으려고 한다. 차례에 맞춰 옳게 쓴 것은?

$(+13)\square(+11)\square(-2) = 0$

[배점 3, 중하]

① +, +

② +, −

③ −, −

④ −, +

⑤ 기호만으로는 주어진 식을 성립하도록 만들 수 없다.

해설

$(+13)-(+11)+(-2) = (+13)+(-11)+(-2) = 0$

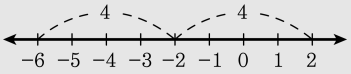
3. 수직선에 2와 −6에 대응하는 두 점을 나타낸 후, 두 점에서 같은 거리에 있는 점에 대응하는 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : −2

해설

수직선을 이용하여 구하면 다음과 같다.



4. 집합 $A = \left\{x \mid x\text{는 절댓값이 } \frac{5}{3}\text{이하인 정수}\right\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A = \left\{x \mid x\text{는 절댓값이 } \frac{5}{3} \text{ 이하인 정수}\right\}$

$= \{x \mid x\text{는 절댓값이 0 또는 1인 정수}\}$

$= \{0, -1, 1\}$

이므로 $n(A) = 3$ 이다.

5. 다음 중 계산 결과가 다른 것은? [배점 4, 중중]

① $(-1)^3$ ② $-(-1)^2$ ③ -1^2

④ $\{-(-1)\}^3$ ⑤ $-(-1)^4$

해설

① $(-1)^3 = -1$
② $-(-1)^2 = -1$
③ $-1^2 = -1$
④ $\{-(-1)\}^3 = 1$
⑤ $-(-1)^4 = -1$

6. 다음을 모두 만족시키는 a 를 바르게 표현한 것은?

- a 는 양수가 아니다.
- a 는 -2 보다 작지 않다.
- a 는 3 보다 작다.

[배점 4, 중중]

① $0 \le a < 3$ ② $-2 < a < 3$

③ $-2 \le a < 3$ ④ $-2 \le a \le 0$

⑤ $-2 \le a < 0$

해설

양수가 아닌 것은 음수가 아니라 0 또는 음수이다.

7. 다음 계산 과정 중 (1), (2), (3) 에서 이용된 법칙을 차례로 말하면?

$$(-20)\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)-(-10)$$
$$\downarrow(1)$$
$$=(-20)\times\left(\frac{1}{2}\right)+(-20)\times\left(-\frac{1}{5}\right)-(-10)$$
$$=(-10)+(+4)-(-10)$$
$$\downarrow(2)$$
$$=(+4)+(-10)+(+10)$$
$$\downarrow(3)$$
$$=(+4)+0$$
$$=4$$

[배점 4, 중중]

① 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙

② 분배법칙, 결합법칙, 교환법칙

③ 교환법칙, 분배법칙, 결합법칙

④ 분배법칙, 교환법칙, 결합법칙

⑤ 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙

해설

(1) $a\times(b+c) = a\times b + a\times c \rightarrow$ 분배법칙
(2) $a+b+c = b+a+c \rightarrow$ 교환법칙
(3) $(a+b)+c = a+(b+c) \rightarrow$ 결합법칙

8. 다음 수 중에서 가장 작은 수를 a , 가장 큰 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 를 구하면?

$$-5,\ \ 0.2,\ \ -\frac{4}{3},\ \ 0,\ \ -7.5,\ \ \frac{7}{2},\ \ -1,\ \ \frac{12}{4}$$

[배점 4, 중중]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

작은 순서대로 나열하면,
$-7.5,\ \ -5,\ \ -\frac{4}{3},\ \ -1,\ \ 0,\ \ 0.2,\ \ \frac{12}{4},\ \ \frac{7}{2}$
가장 작은 수 $a=-7.5$, 가장 큰 수 $b=\frac{7}{2}=3.5$
$a+b=-7.5+3.5=-4$

9. $\frac{2}{3}-\left(-\square\right)=\frac{10}{9}$ 에서 $\square$안에 알맞은 수는?

[배점 4, 중중]

① $-\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $-\frac{2}{9}$
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{4}{9}$

해설

$\frac{2}{3}+(\square)=\frac{10}{9}$
$\square=\frac{10}{9}-\frac{2}{3}$
$=\left(+\frac{10}{9}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=+\frac{4}{9}$

10. 집합 $A=\{x|-10<x<9$인 정수$\}$ 의 서로 다른 세 원소 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $|a|+|b|+|c|$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $|m-M|$의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$A=\{-9,-8,-7,\cdots,7,8\}$
$|a|+|b|+|c|$ 의 최댓값은
$M=|-9|+|-8|+|8|=9+8+8=25$
$|a|+|b|+|c|$ 의 최솟값은
$m=|-1|+|0|+|+1|=1+0+1=2$
$\therefore |m-M|=|2-25|=|-23|=23$

11. 다음의 계산과정에서 사용된 곱셈의 계산 법칙 중 교환법칙이 사용된 것을 모두 골라라.

$(-4)\times(-3)\times(+3)\times(-2)\times(-5)$ ㉠

$=(-4)\times(-3)\times(-2)\times(+3)\times(-5)$ ㉡

$=(-4)\times\{(-3)\times(-2)\}\times(+3)\times(-5)$

$=(-4)\times(+6)\times(+3)\times(-5)$ ㉢

$=(+6)\times(-4)\times(+3)\times(-5)$ ㉣

$=(+6)\times(-4)\times(-5)\times(+3)$ ㉤

$=(+6)\times\{(-4)\times(-5)\}\times(+3)$

$=(+6)\times(+20)\times(+3)$

$=360$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

$(-4)\times(-3)\times(+3)\times(-2)\times(-5)$ ㉠ 교환법칙

$=(-4)\times(-3)\times(-2)\times(+3)\times(-5)$ ㉡ 결합법칙

$=(-4)\times\{(-3)\times(-2)\}\times(+3)\times(-5)$

$=(-4)\times(+6)\times(+3)\times(-5)$ ㉢ 교환법칙

$=(+6)\times(-4)\times(+3)\times(-5)$ ㉣ 교환법칙

$=(+6)\times(-4)\times(-5)\times(+3)$ ㉤ 결합법칙

$=(+6)\times\{(-4)\times(-5)\}\times(+3)$

$=(+6)\times(+20)\times(+3)$

$=360$

12. 다음 중 계산 결과의 절댓값이 가장 큰 수를 a, 가장 큰 수를 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

㉠ $2-8-11$

㉡ $-10+1-(-3)$

㉢ $(-1)^{98}\times(-1)^{99}+(-1)^{100}$

㉣ $49\div(-7)\times(-1)$

㉤ $(-2)^3\times4^2\div2$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -71

해설

㉠ $2-8-11=2+(-8)+(-11)=-17$

㉡ $-10+1-(-3)=-10+1+3=-6$

㉢ $(-1)^{98}\times(-1)^{99}+(-1)^{100}$

$=(+1)\times(-1)+(+1)=0$

㉣ $49\div(-7)\times(-1)=(-7)\times(-1)=7$

㉤ $(-2)^3\times4^2\div2=(-8)\times16\div2=-64$

$\therefore\ a=-64,\ b=7$

$\therefore\ a-b=-71$

13. 수직선 위에 대응되는 두 정수 A, B 의 한 가운데 있는 점이 -2 이고, A 의 절댓값은 3 이다. 이 때, B 의 값이 될 수 있는 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

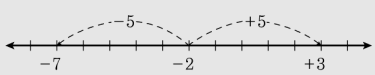
▶ 답:

▷ 정답: -1

▷ 정답: -7

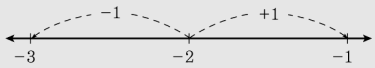
해설

i) A $= 3$ 일 때, B 는 왼쪽으로 5 만큼 떨어진 수이다.



$\therefore$ B $= -7$

ii) A $= -3$ 일 때, B 는 오른쪽으로 1 만큼 떨어진 수이다.



$\therefore$ B $= -1$

14. 수직선 위에 대응하는 두 점 $\frac{2}{5}$ 와 $-\frac{1}{3}$ 사이의 거리를 a, 원점에서 $\frac{3}{4}$ 의 2 배만큼 떨어진 곳에 위치한 두 점 사이의 거리를 b 라 할 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{11}{5}$

해설

$a = \frac{2}{5} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$ 원점에서 $\frac{3}{4}$ 까지의 거리의 두 배는 $\left|\frac{3}{4}\right| \times 2 = \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$ 이므로 $b = \frac{3}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) = 3 \therefore a \times b = \frac{11}{15} \times 3 = \frac{11}{5}$

15. $a \times b < 0$ 이고, a 의 절댓값은 $\frac{2}{3}$, b 의 절댓값은 $\frac{16}{15}$ 일 때, $a \div b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{5}{8}$

해설

$a \times b < 0$ 이므로 a, b 의 부호는 서로 반대이다.
따라서 $a = -\frac{2}{3}$ 일 때 $b = \frac{16}{15}$ 이면
$a \div b = \left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{16}{15} = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{15}{16} = -\frac{5}{8}$ 이다.
그리고 $a = \frac{2}{3}$ 일 때 $b = -\frac{16}{15}$ 이면
$a \div b = \frac{2}{3} \div \left(-\frac{16}{15}\right) = \frac{2}{3} \times \left(-\frac{15}{16}\right) = -\frac{5}{8}$ 이다.

16. $|a| \le 8$, $|b| \le 8$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 $a > b$, $\frac{a}{b} < 0$ 이다. $a - b = 8$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 m, $ab = -15$ 를 만족하는 a 의 최댓값을 M 이라고 할 때, $|m - M|$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$a > b$, $\frac{a}{b} < 0$ 이므로 $a > 0$, $b < 0$ 이다.
$a - b = 8$ 를 만족하는 a, b 의 값을 구해 보면
$(a, b) = (7, -1), (6, -2), (5, -3), (4, -4), (3, -5), (2, -6), (1, -7)$ 이다.
따라서 b 의 최솟값은 -7 이고, $ab = -15$ 를 만족하는 a 의 최댓값은 5 이다.
$\therefore |m - M| = |-7 - 5| = 12$

17. 정수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} > 0$, $a+b < 0$ 이고, a 의 절대값이 3, b 의 절대값이 7일때 $(a-b)^2 - b$ 의 값을 구하시오. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$a < 0,\ b < 0$ 이므로 $a = -3,\ b = -7$ $(a-b)^2 - b = \{(-3) - (-7)\}^2 - (-7) = 16 + 7 = 23$

18. 분배법칙 $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ 를 이용하여 두 수$8^{29} - 8^{28}$, 8^{28} 의 대소 관계를 말하면? [배점 5, 상하]

① $8^{29} - 8^{28} < 8^{28}$ ② $8^{29} - 8^{28} \leq 8^{28}$

③ $8^{29} - 8^{28} \geq 8^{28}$ ④ $8^{29} - 8^{28} > 8^{28}$

⑤ $8^{29} - 8^{28} = 8^{28}$

해설

$8^{29} - 8^{28} = 8 \times 8^{28} - 8^{28} = (8-1)8^{28} = 7 \times 8^{28}$ 이므로 $8^{29} - 8^{28} > 8^{28}$

19. a 가 양의 정수, b 가 음의 정수일 때 다음 다섯 개의 수 $a,\ b,\ a-b,\ a+b,\ b-a$ 를 큰 순서부터 나열할 때, 가장 큰 수를 구하시오. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b$

해설

$a > 0$, $b < 0$ 이므로 $-a < 0$, $-b > 0$ $a+b < a < -b$ $b-a < b < a+b$ $\therefore b-a < b < a+b < a < a-b$ 따라서 가장 큰 수는 $a - b$ 이다.

20. 네 개의 유리수 $\frac{1}{5},\ -\frac{1}{3},\ -\frac{5}{2},\ -2$ 중에서 세 개를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수를 M , 가장 작은 수를 m 이라 할 때, $M + (-3m)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{1}{5},\ -\frac{1}{3},\ -\frac{5}{2},\ -2$ 중에서세 개를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수는 1 가장 작은 수는 $-\frac{5}{3}$ $\therefore$ $M + (-3m) = 1 + 5 = 6$

21. 두 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} < 0$, a 의 절댓값이 $\frac{1}{2}$, b 의 절댓값이 $\frac{2}{3}$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값은?

[배점 5, 상하]

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{25}{36}$ ⑤ $\frac{49}{36}$

해설

$\frac{b}{a} < 0$ 이므로 a, b 는 서로 다른 부호의 수이다.(1) $a > 0$, $b < 0$ 일 때, $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{2}{3}$ $(a-b)^2 = \{\frac{1}{2} - (-\frac{2}{3})\}^2 = (\frac{1}{2}+\frac{2}{3})^2 = (\frac{3}{6}+\frac{4}{6})^2 = \frac{49}{36}$ (2) $a < 0$, $b > 0$ 일 때, $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{2}{3}$ $(a-b)^2 = (-\frac{1}{2} - \frac{2}{3})^2 = (\frac{1}{2} + \frac{2}{3})^2 = \frac{49}{36}$ (1),(2)에 의해 $(a-b)^2 = \frac{49}{36}$

22. 전체집합 $U = \{x||x| \le 150, x$는 정수$\}$ 의 부분집합 $A_k = \{x||x| = kn, n$은 음이 아닌 정수$\}$ 에 대하여 $n(A_4 - (A_6 \cup A_8))$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$A_k = \{x||x| = kn, n$은 음이 아닌 정수$\}$ 는 k 의 배수의 집합이다.

$n(A_4 - (A_6 \cup A_8))$

$= n(A_4) - n(A_6) - n(A_8) + n(A_6 \cap A_8)$

$= n(A_4) - n(A_6) - n(A_8) + n(A_{24})$

$= 75 - 51 - 37 + 13$

$= 0$

23. $a > 0$, $b < 0$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 a 의 절댓값은 b 의 절댓값의 3 배이고, a, b 에 대응하는 수직선 위의 두 점 사이의 거리는 12 이다. 이 때, $a+b$ 의 값은?

[배점 6, 상중]

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

a, b 에 대응하는 수직선 위의 두 점 사이의 거리가 12 이고 a 의 절댓값은 b 의 절댓값의 3 배이므로 a 의 절댓값은 $12 \times \frac{3}{1+3} = 9$ 이고, b 의 절댓값은 $12 \times \frac{1}{1+3} = 3$ 이다.$a > 0$, $b < 0$ 이므로 $a = +9$, $b = -3$ 이다. $\therefore$ $a + b = 9 + (-3) = 6$

24. $a * b$ 는 a, b 두 수 중 절댓값이 작은 수를 나타낸다고 할 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

$(-7 * 4) + (6 * \square) = (3 * -5)$

[배점 6, 상중]

▶ 답:

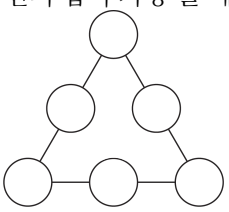
▷ 정답: -1

해설

$4 + (6 * \square) = 3$

$\therefore \square = -1$

25. 다음 그림과 같은 삼각형 모양이 있다. ◯안에 1 부터 6 까지의 숫자를 한 번씩 넣는데, 삼각형의 한 변에 해당하는 세 수의 합이 모두 같게 하려고한다. 삼각형의 한 변의 합이 가장 클 때와 가장 작을 때의 합을 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

한 변의 합이 가장 작은 경우는 꼭짓점에 있는 세 수가 가장 작을 때이므로 꼭짓점이 1 ,2 ,3 을 차례로 넣고 빈 칸을 차례로 채우면 한 변의 합이9 가 된다. 또, 한 변의 합이 가장 작은 경우는 꼭짓점에 있는 세 수가 가장 클 때이므로 꼭짓점에 4 ,5 ,6 을 차례로 넣고 빈 칸을 채우면 한 변의 합이 12 가 된다.