

단원 형성 평가

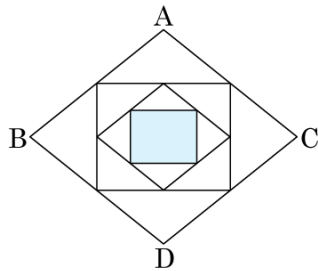
1. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 집합을 각각 A, B, C, D, E 라고 할 때, 다음 중 포함 관계가 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $C \subset B \subset A$ ② $D \subset B \subset A$
 ③ $E \subset C \subset B$ ④ $E \subset D \subset B$
 ⑤ $E \subset D \subset C$

해설

$$C \not\subset D, D \not\subset C, C \cap D = E$$

2. 다음 그림은 마름모 ABCD의 변의 중점을 이어 사각형을 그리고 계속해서 변의 중점을 이어 사각형을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이가 8cm^2 일 때, 마름모 ABCD의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 64cm^2

해설

$$\square ABCD = 8 \times 2 \times 2 \times 2 = 64 (\text{cm}^2)$$

3. 평행사변형이 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1: 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

조건2: 대각선의 길이가 같다.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 정사각형

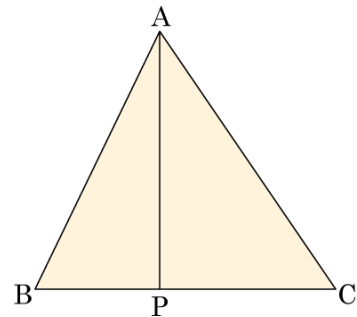
해설

평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모가 된다.

대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.

두 조건을 종합하면 정사각형이 된다.

4. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{CP} = 1 : 2$, $\triangle ABC = 8\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{8}{3}\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로

$$\triangle ABP = 8 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3} (\text{cm}^2)$$

5. 마름모의 성질이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 두 대각선의 길이가 같다.
 ② 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
 ③ 대각선에 의해 대각이 이등분된다.
 ④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.
 ⑤ 대각의 크기가 같다.

해설

두 대각선의 길이는 같지 않다.

6. 다음은 ‘등변사다리꼴에서 평행하지 않은 두 변의 길이는 같다.’를 증명하는 과정이다. □안에 들어갈 알맞은 것은?

점 D에서 $\overline{AB}$ 에 평행한 선을 그어
 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E라 하면
 $\angle B = \angle DEC$ (동위각) ... ㉠
 $\angle B = \angle C$ (가정) ... ㉡
 ㉠, ㉡에 의해서 $\triangle DEC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\overline{DE} = \overline{DC}$ 이다.
 $\square ABED$ 는 평행사변형이므로 $\overline{AB} = \overline{DE}$ 이다.
 $\therefore \square$

[배점 3, 하상]

- ① $\overline{AB} = \overline{AD}$ ② $\overline{BE} = \overline{AD}$
 ③ $\overline{DE} = \overline{DC}$ ④ $\overline{AB} = \overline{DC}$
 ⑤ $\overline{EC} = \overline{AD}$

해설

$\overline{DE} = \overline{DC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{DE}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이다.

7. 다음은 ‘등변사다리꼴에서 두 대각선의 길이는 같다.’를 증명하는 과정이다. □안에 들어갈 알맞은 것은?

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$... ㉠
 $\angle ABC = \angle DCB$ (가정) ... ㉡
 $\square$ 는 공통 ... ㉢
 ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{AC} = \overline{DB}$

[배점 3, 하상]

- ① $\overline{AD}$ ② $\overline{AC}$ ③ $\overline{BC}$
 ④ $\overline{BD}$ ⑤ $\overline{DC}$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$ (등변사다리꼴의 성질) ... ㉠
 $\angle ABC = \angle DCB$ (가정) ... ㉡
 $\overline{BC}$ 는 공통 ... ㉢
 ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{AC} = \overline{DB}$

8. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것을 모두 몇 개인가?

보기

- | | |
|----------|---------|
| ㉠ 등변사다리꼴 | ㉡ 평행사변형 |
| ㉢ 직사각형 | ㉣ 마름모 |
| ㉤ 정사각형 | ㉥ 사다리꼴 |

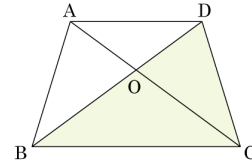
[배점 3, 하상]

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
④ 5개 ⑤ 6개

해설

평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. 직사각형, 마름모, 정사각형은 평행사변형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다. 따라서 ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 총 4개이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle ABO = 20\text{cm}^2$, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?



[배점 3, 하상]

- ① 40cm^2 ② 50cm^2 ③ 60cm^2
④ 70cm^2 ⑤ 80cm^2

해설

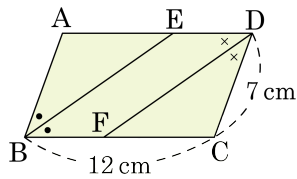
$$\triangle AOB = \triangle COD = 20\text{cm}^2$$

또, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 이므로

$$\therefore \triangle BOC = 40\text{cm}^2$$

$$\text{따라서 } \triangle DBC = \triangle COD + \triangle BOC = 20 + 40 = 60(\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$ 가 각각 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이고, $\overline{DC} = 7\text{ cm}$, $\overline{BC} = 12\text{ cm}$ 일 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 cm

해설

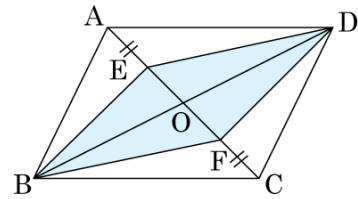
$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{AE} = 7(\text{cm})$

$\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 7 = 5(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 일 때, $\square EBF D$ 가 평행사변형이 될 조건으로 적당한 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle EBF = \angle FDE$

㉡ $\overline{EB} \parallel \overline{DF}$

㉢ $\overline{OE} = \overline{OF}$

㉣ $\angle BED = \angle BFD$

㉤ $\overline{ED} \parallel \overline{BF}$

㉥ $\overline{OB} = \overline{OD}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

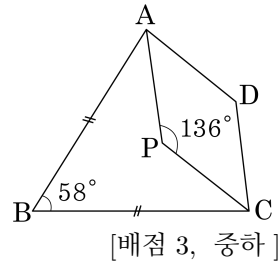
▶ 정답 : ㉥

해설

$\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$ 가 된다. ($\because \square ABCD$ 는 평행사변형이다.)

평행사변형이 되려면 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분해야 하므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\square APCD$ 는 마름모이다. $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 83°

해설

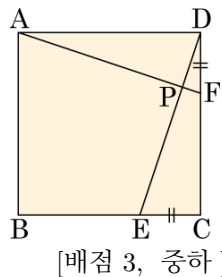
$\overline{AC}$ 를 이으면

$$\angle BCA = (180^\circ - 58^\circ) \div 2 = 61^\circ$$

$$\angle ACD = (180^\circ - 136^\circ) \div 2 = 22^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 83^\circ$$

13. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이다. $\overline{EC} = \overline{FD}$, $\square PECF = 12 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 12 cm^2

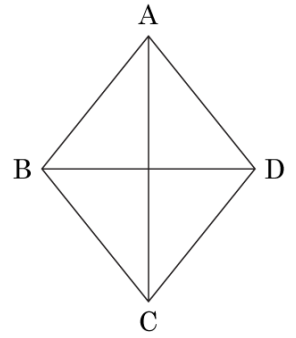
해설

$\triangle DEC \equiv \triangle AFD$ (SAS 합동) 이므로

$\triangle DPF$ 는 공통

따라서 $\triangle APD = \square PECF = 12 (\text{cm}^2)$

14. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에 서 모두 골라라.



보기

- ㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.
- ㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
- ㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.
- ㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
- ㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.

두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

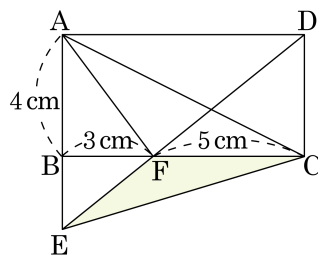
15. 다음 도형의 성질에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 마름모의 두 대각선은 직교한다.
- ② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
- ③ 등변사다리꼴의 두 대각선은 수직으로 만난다.
- ④ 등변사다리꼴의 평행하지 않은 두 변의 길이는 같다.
- ⑤ 정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

③ 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이가 같고, 대각선은 수직으로 만나지 않는다.

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점 E 를 잡아 $\overline{BC}$ 와 $\overline{ED}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle FEC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

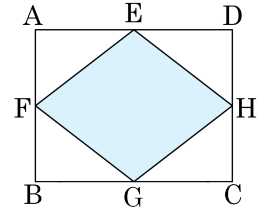
▶ 답 :

▶ 정답 : 6 cm^2

해설

$\overline{BD}$ 를 그으면 $\triangle BFD = \triangle FEC$ 이므로
 $\triangle FEC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 (\text{cm}^2)$

17. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, $\square EFGH$ 는 임을 증명하는 과정이다.
 $\sphericalangle \sim \sphericalangle$ 에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AEF \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DEH$ (합동)

$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$

따라서, $\square EFGH$ 는 이다.

[배점 4, 중중]

① $\sphericalangle$: 마름모, $\sphericalangle$: SAS

② $\sphericalangle$: 마름모, $\sphericalangle$: ASA

③ $\sphericalangle$: 마름모, $\sphericalangle$: SSS

④ $\sphericalangle$: 평행사변형, $\sphericalangle$: SAS

⑤ $\sphericalangle$: 평행사변형, $\sphericalangle$: ASA

해설

$\triangle AEF$ 와 $\triangle BGF$ 를 보면 $\overline{AF} = \overline{CH}$, $\overline{AE} = \overline{CG}$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$ 이므로 SAS 합동이다.

네 변의 길이가 모두 같으므로 $\square EFGH$ 는 마름모이다.

18. 다음 중 평행사변형이 마름모가 되는 조건의 개수는?

- ㉠ 한 내각의 크기가 직각이다.
- ㉡ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.
- ㉢ 두 대각선의 길이가 같다.
- ㉣ 두 대각선이 직교한다.
- ㉤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

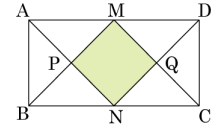
[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
- ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡, ㉢, ㉤ 평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 서로 수직이등분하면 되고, 네 변의 길이가 모두 같으면 된다. 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

19. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이고, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\square MPNQ$ 는 어떤 사각형인지 말하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 정사각형

해설

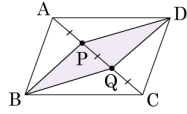
$\square ABNM$ 과 $\square MNCD$ 는 정사각형이다.

정사각형의 두 대각선은 그 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분하므로

$\square MPNQ$ 는 네 변의 길이와 내각의 크기가 각각 같다.

따라서 정사각형이다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 대각선 AC를 삼등분하는 점을 각각 P, Q라고 하자. □ABCD의 넓이는 □PBQD의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



[배점 4, 중중]

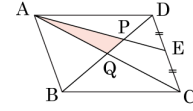
▶ 답 :

▶ 정답 : 3 배

해설

$$\begin{aligned}\triangle DPQ &= \frac{1}{3}\triangle ACD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{6}\square ABCD \\ \triangle BPQ &= \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{6}\square ABCD \\ \square PBQD &= \triangle DPQ + \triangle BPQ = \frac{1}{6}\square ABCD + \frac{1}{6}\square ABCD \\ &= \frac{1}{3}\square ABCD \\ \text{따라서 } \square ABCD \text{의 넓이는 } \square PBQD \text{의 넓이의 } 3 \text{ 배이다.}\end{aligned}$$

21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 점 E는 변 DC의 중점이고, $\overline{AP} : \overline{PE} = 5 : 3$ 이다. 평행사변형의 넓이는 320일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이를 구하여라.

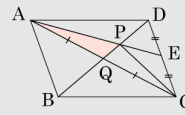


[배점 4, 중중]

▶ 답 :

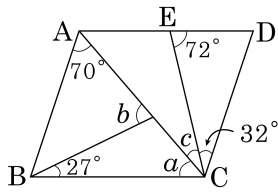
▶ 정답 : 25

해설



$$\begin{aligned}\triangle ACE &= \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD = 80 \\ \triangle APC : \triangle EPC &= 5 : 3 \text{ 이므로} \\ \triangle APC &= \frac{5}{8}\triangle ACE = \frac{5}{8} \times 80 = 50 \\ \triangle APQ : \triangle CPQ &= 1 : 1 \\ \therefore \triangle APQ &= \frac{1}{2}\triangle APC = \frac{1}{2} \times 50 = 25\end{aligned}$$

22. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

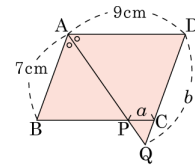
▶ 답 :

▷ 정답 : 133°

해설

$\angle BAC = \angle ACD$ (엇각), $\angle c = 70^\circ - 32^\circ = 38^\circ$
 $\angle EDC = 180^\circ - 72^\circ - 32^\circ = 76^\circ = \angle ABC$
 $\angle a = 180^\circ - 70^\circ - 76^\circ = 34^\circ$
 $\angle b = \angle a + 27^\circ = 34^\circ + 27^\circ = 61^\circ$ (삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않은 두 각의 크기의 합과 같다.)
 $\therefore \angle a + \angle b + \angle c = 34^\circ + 61^\circ + 38^\circ = 133^\circ$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

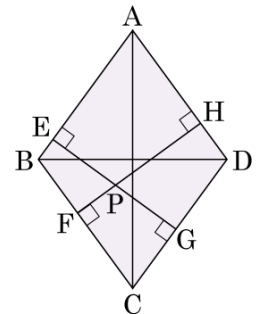
▶ 답 :

▷ 정답 : 11 cm

해설

삼각형 ADQ, 삼각형 ABP 는 이등변삼각형 이므로
 $a = 9 - 7 = 2$ (cm)
 $b = 9$ (cm)
 $\therefore a + b = 2 + 9 = 11$ (cm)

24. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$ 이다. 마름모 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이의 합인 $\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$ cm

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 5\text{cm}$ 이고
 $\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$
 $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})$
 $\therefore \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{48}{5}$ cm이다.

25. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

[배점 5, 중상]

- ① $S \subset R \subset P \subset H$ ② $S \subset Q \subset P \subset H$
 ③ $S \subset Q \subset V \subset H$ ④ $S \subset R \subset Q \subset H$
 ⑤ $P \cup H = H$

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
 V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
 P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
 Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
 R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
 S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
 ④ : $R \not\subset Q$