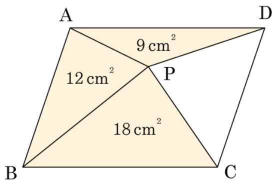
단원 형성 평가

1. 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, △PAB, △PAD, △PBC 의 넓이는 각각 12cm^2 , 9cm^2 , 18cm^2 이다. △PCD 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $15\,\text{cm}^2$

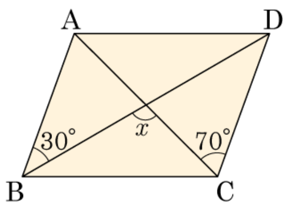
해설

$\triangle PAD + \triangle PBC = \triangle PAB + \triangle PCD$

$9 + 18 = 12 + \triangle PCD$

$\therefore \triangle PCD = 15(\text{cm}^2)$

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ACD = 70°$, $\angle ABD = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

① 30°
② 50°
③ 70°
④ 80°
⑤ 100°

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD = 70°$ 이고, $\angle ABD = \angle CDB = 30°$ 이다.

따라서 $x = \angle ACD + \angle CDB$

$= 70° + 30°$

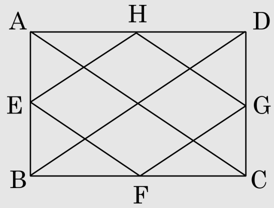
$= 100°$

3. 다음 중 직사각형의 각 변의 중점을 차례로 이어서 만든 사각형으로 가장 적당한 것은? [배점 3, 하상]

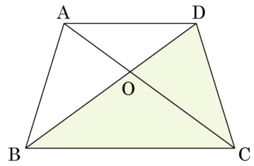
① 등변사다리꼴
② 평행사변형
③ 직사각형
④ 마름모
⑤ 정사각형

해설

다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 대각선 AC 를 그으면 △ABC 와 △ADC 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AC}, \overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 한편, 대각선 BD 를 그으면 △ABD 와 △CDB 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{EH} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이므로 $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$
따라서, □EFGH 는 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모이다.



4. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle ABO = 20cm^2$, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?



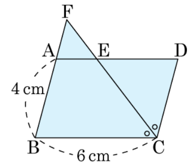
[배점 3, 하상]

① $40cm^2$ ② $50cm^2$ ③ $60cm^2$
④ $70cm^2$ ⑤ $80cm^2$

해설

$\triangle AOB = \triangle COD = 20cm^2$
또, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 이므로
$\therefore \triangle BOC = 40cm^2$
따라서 $\triangle DBC = \triangle COD + \triangle BOC = 20 + 40 = 60(cm^2)$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4cm$, $\overline{BC} = 6cm$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. 이때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



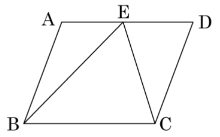
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 2 cm

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle BFC = \angle FCD = \angle BCF$
$\overline{BF} = \overline{BC}$ 이므로 $4 + \overline{AF} = 6$
$\therefore \overline{AF} = 2(cm)$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $168\,\text{cm}^2$ 이다.
$\overline{AE} : \overline{ED} = 5 : 7$ 일 때, $\triangle ABE$ 와 $\triangle ECD$ 의 넓이를 각각 구하여라.



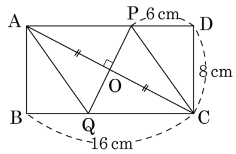
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : $\triangle ABE = 35\,\text{cm}^2$
▷ 정답 : $\triangle ECD = 49\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABE = \dfrac{5}{12} \times \dfrac{1}{2}\square ABCD$
$= \dfrac{5}{12} \times 84 = 35(\text{cm}^2)$
$\triangle ECD = \dfrac{7}{12} \times \dfrac{1}{2}\square ABCD$
$= \dfrac{7}{12} \times 84 = 49(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : $80\ \text{cm}^2$

해설

□AQCP 는 마름모이므로
$\triangle ABQ \equiv \triangle CDP$ (RHS)
$\square AQCP = \square ABCD - 2\triangle ABQ$
$= 16 \times 8 - 2 \times \dfrac{1}{2} \times 6 \times 8$
$= 128 - 48 = 80(\text{cm}^2)$

8. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

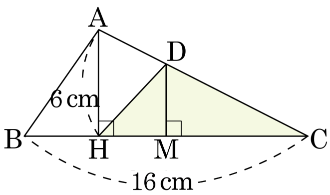
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉣
▷ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

9. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AH} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DHC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $24\,\text{cm}^2$

해설

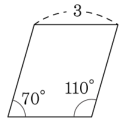
$\overline{AM}$ 을 그으면 $\triangle DHM = \triangle AMD$ 이므로

$$\triangle DHC = \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 16 \times 6$$
$$= 24\ (\text{cm}^2)$$

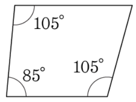
10. 다음 중 평행사변형인 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

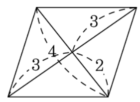
①



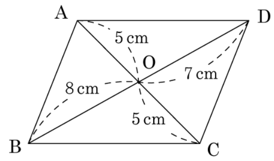
②



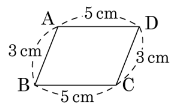
③



④



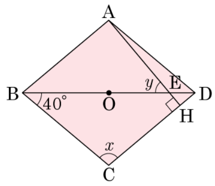
⑤



해설

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이와 대각의 크기가 각각 같다.

11. 다음 그림에서 □ABCD 가 마름모일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기는?



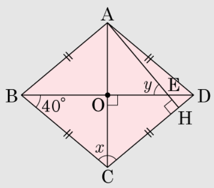
[배점 4, 중중]

① $x = 90°,\ y = 45°$ ② $x = 95°,\ y = 45°$

③ $x = 90°,\ y = 40°$ ④ $x = 100°,\ y = 50°$

⑤ $x = 100°,\ y = 40°$

해설



(1)$\angle CBO = 40°$ 이고, $\angle BOC = 90°$ 이므로,

$\angle BCO = 50°$, $\angle x = 2\angle BCO$ 이므로

$\therefore \angle x = 100°$

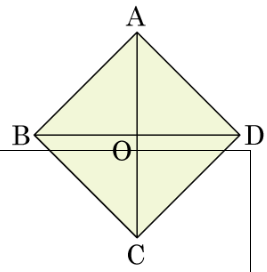
(2) $\triangle DEH$ 에서 $\angle EDH = 40°,\ \angle DHE = 90°$ 이므로, $\angle DEH = 50°$

$\angle y = \angle DEH$ (맞꼭지각) 이므로

$\therefore \angle y = 50°$

$\therefore \angle x = 100°,\ \angle y = 50°$ 이다.

12. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건의 개수는?



보기

㉠ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

㉡ $\overline{AO} = \overline{DO}$

㉢ $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉣ $\angle ADC = 90°$

㉤ $\angle ABC = \angle BCD$

[배점 4, 중중]

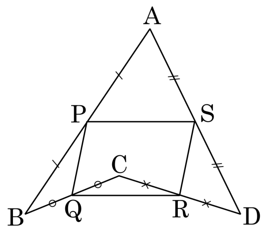
① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개

④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

마름모가 정사각형이 되려면 한 내각의 크기가 $90°$ 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다. 따라서 $\overline{AO} = \overline{DO}$, $\angle ADC = 90°$, $\angle ABC + \angle BCD = 180°$ 이므로 $\angle ABC = \angle BCD$ 이면 된다.

13. 다음 그림과 같은 □ABCD 의 각 변의 중점을 차례로 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 사각형인가?



[배점 4, 중중]

① 마름모 ② 직사각형

③ 정사각형 ④ 사다리꼴

⑤ 평행사변형

해설

점 B와 D를 연결하면 삼각형의 중점연결정리에 의하여

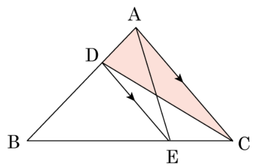
△ABD 에서 $\overline{\mathrm{PS}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{PS}} \,//\, \overline{\mathrm{BD}}$

△CBD 에서 $\overline{\mathrm{QR}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{QR}}//\overline{\mathrm{BD}}$

$\therefore \overline{\mathrm{PS}} = \overline{\mathrm{QR}}, \overline{\mathrm{PS}} \,//\, \overline{\mathrm{QR}}$

따라서 □PQRS는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

14. 다음 그림과 같은 △ABC 에서 $\overline{\mathrm{AC}} \,//\, \overline{\mathrm{DE}}$ 이고, △ABC $= 40\mathrm{cm}^2$, △ABE $= 25\mathrm{cm}^2$ 이다. △ADC 의 넓이가 $x\mathrm{cm}^2$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\overline{\mathrm{AC}} \,//\, \overline{\mathrm{DE}}$ 이므로 밑변과 높이가 같아

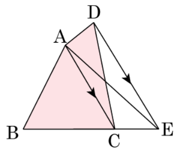
△ADE = △DEC 이다.

△DBC = △DBE+△DEC = △DBE+△ADE = △ABE $= 25(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ △ADC = △ABC − △DBC $= 40 - 25 = 15(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ x = 15$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABC = 25$, $\triangle ACE = 10$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

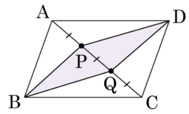
▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$\overline{AC} // \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACD$ 와 $\triangle ACE$ 는 밑변 $\overline{AC}$ 가 같고 높이가 같으므로 넓이가 같다.
$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE$
$\therefore\ \square ABCD = 25 + 10 = 35$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 를 삼등분하는 점을 각각 P, Q 라고 하자. $\square ABCD$ 의 넓이는 $\square PBQD$ 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



[배점 4, 중중]

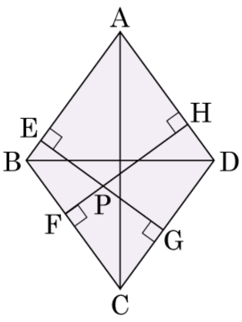
▶ 답 :

▷ 정답 : 3 배

해설

$\triangle DPQ = \frac{1}{3}\triangle ACD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{6}\square ABCD$
$\triangle BPQ = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{6}\square ABCD$
$\square PBQD = \triangle DPQ + \triangle BPQ = \frac{1}{6}\square ABCD + \frac{1}{6}\square ABCD$
$= \frac{1}{3}\square ABCD$
따라서 $\square ABCD$ 의 넓이는 $\square PBQD$ 의 넓이의 3 배이다.

17. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$ 이다. 마름모 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이의 합인 $\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$ cm

해설

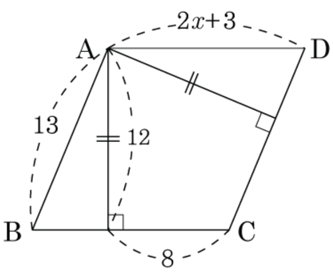
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 5\text{cm}$ 이고

$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$

$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})$

$\therefore \overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH} = \frac{48}{5}$ cm이다.

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 한다. $\overline{AE} = \overline{AF}$, $\overline{AB} = 13$, $\overline{AE} = 12$, $\overline{EC} = 8$ 일 때, $\overline{AD} = 2x+3$ 이다. x 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\triangle ABE$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{BE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이다.

$\overline{BC} = 5+8 = 13$ 이므로 $\square ABCD$는 마름모이다.

$\overline{AD} = 2x+3 = 13$, $x = 5$ 이다.

19. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형이 올바르게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

[배점 5, 중상]

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡

② 평행사변형 : ㉠

④ 직사각형 : ㉠, ㉡

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

20. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

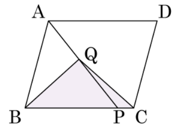
[배점 5, 중상]

① $S \subset R \subset P \subset H$
② $S \subset Q \subset P \subset H$
③ $S \subset Q \subset V \subset H$
④ $S \subset R \subset Q \subset H$
⑤ $P \cup H = H$

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AP}}$ 위의 임의의 점 Q 에 대하여 $\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 5 : 7$, $\square\mathrm{ABCD} = 72\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{QBC}$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $21\,\mathrm{cm}^2$

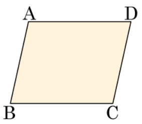
해설

$\overline{\mathrm{QD}}$, $\overline{\mathrm{PD}}$ 를 그으면

$$\triangle\mathrm{AQD} = \frac{5}{12}\triangle\mathrm{APD}$$
$$= \frac{5}{12} \times \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$$
$$= \frac{5}{24}\square\mathrm{ABCD}$$
$$= \frac{5}{24} \times 72 = 15(\mathrm{cm}^2)$$

따라서 $\triangle\mathrm{QBC}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} - \triangle\mathrm{AQD} = 36 - 15 = 21(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

22. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $7:5$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

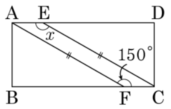
▷ 정답 : 105 °

해설

$\angle A = 180° \times \dfrac{7}{12} = 105°$

$\angle C = \angle A = 105°$

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 변 AD, BC 위에 $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\angle AFC = 150°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 150 °

해설

□AFGE는 평행사변형이고, 두 대각의 크기는 같으므로 $x = 150°$이다.

24. □ABCD가 평행사변형일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 5, 상하]

① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$이면 마름모이다.

② $\angle A = 90°$이면 직사각형이다.

③ $\angle ABD = \angle DBC$이면 마름모이다.

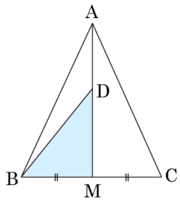
④ $\angle B = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BD}$이면 정사각형이다.

⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$이면 정사각형이다.

해설

$\angle B = 90°$이고, $\overline{AC} = \overline{BD}$이면 직사각형일 수도 있다.

25. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AD} : \overline{DM} = 1 : 2$이다. $\triangle ABC = 60$일 때, $\triangle DBM$의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$\overline{AD} : \overline{DM} = 1 : 2$이므로 $\triangle DBM = 2\triangle ABD$이다.

$\therefore \ \triangle ABM = 3\triangle ABD$

또, $\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 $\triangle ABM = \triangle ACM$이다.

따라서 $\triangle ABC = 6\triangle ABD$이므로 $60 = 6\triangle ABD$이다.

$\therefore \triangle ABD = 10$

$\therefore \triangle DBM = 2\triangle ABD = 2 \times 10 = 20$