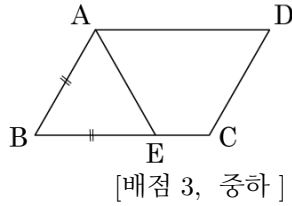


단원 형성 평가

1. 평행사변형 ABCD 에서
 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 이고
 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\angle AEB$
 의 크기를 구하면?



- ① 54° ② 56° ③ 58°
 ④ 60° ⑤ 62°

해설

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{2}{5} = 72^\circ$$

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle AEB = (180^\circ - 72^\circ) \div 2 = 54^\circ$

2. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤
 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90^\circ$
 조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

[배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
 ▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1에서 평행사변형의 한 각이 90° 이므로 다른
 각도 모두 90° 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
 조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된
 다.
 이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

3. 다음 보기의 사각형 중에서 각 변의 중점을 이어 만든
 사각형이 마름모가 되는 것을 모두 골라라.

보기

- | | |
|----------|--------|
| ㉠ 평행사변형 | ㉡ 사다리꼴 |
| ㉢ 등변사다리꼴 | ㉣ 직사각형 |
| ㉤ 정사각형 | ㉥ 마름모 |

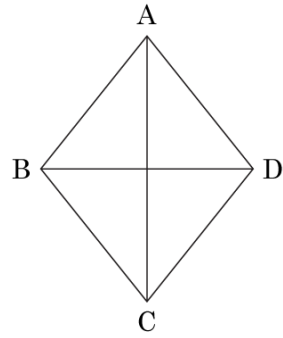
[배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▷ 정답 : ㉢
 ▷ 정답 : ㉣
 ▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사
 변형이 된다.
 사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변
 형이 된다.
 등변사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은
 마름모가 된다.
 직사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가
 된다.
 정사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 정사각형
 이 된다. 따라서 마름모가 된다.
 마름모의 중점을 이어 만든 사각형은 직사각형이
 된다.

4. 다음 그림의 마름모 ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에 서 모두 골라라.



보기

- ㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.
- ㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
- ㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.
- ㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
- ㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

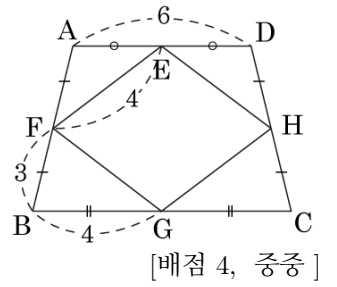
▶ 정답 : ㉣

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.

두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

5. 다음은 등변사다리꼴 ABCD의 각 변의 중점을 E, F, G, H라 할 때, □EFGH의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 16

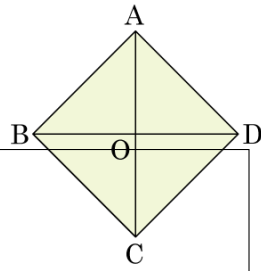
해설

등변사다리꼴의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 마름모가 된다.

따라서 □EFGH의 둘레는 $4 \times 4 = 16$ 이다.

6. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건의 개수는?

보기



- ㉠ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
 ㉡ $\overline{AO} = \overline{DO}$
 ㉢ $\overline{AB} = \overline{AD}$
 ㉣ $\angle ADC = 90^\circ$
 ㉤ $\angle ABC = \angle BCD$

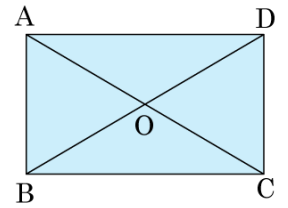
[배점 4, 중중]

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개
 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

마름모가 정사각형이 되려면 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다. 따라서 $\overline{AO} = \overline{DO}$, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$ 이므로 $\angle ABC = \angle BCD$ 이면 된다.

7. 다음 보기 중 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



보기

- ㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$
 ㉡ $\overline{AO} = \overline{DO}$
 ㉢ $\angle DAB = \angle DCB$
 ㉣ $\angle ABC = 90^\circ$
 ㉤ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

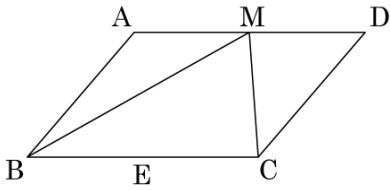
[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉤
 ④ ㉠, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣

해설

직사각형에서 네 변의 길이가 모두 같거나, 두 대각선이 수직이등분하면 정사각형이 된다.

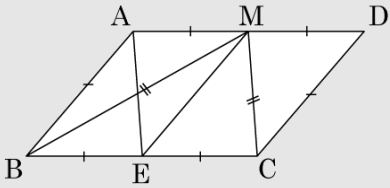
8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 선분 $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이 되면 $\square ABCD$ 는 어떤 사각형인가?



[배점 4, 중중]

- ① 사다리꼴 ② 평행사변형
 ③ 직사각형 ④ 마름모
 ⑤ 정사각형

해설 같이 ME 을 그리면,



$\overline{BM} = \overline{ME}$ 이고, $\overline{CM} = \overline{ME}$ 이므로
 $\square ABEM$ 과 $\square MECD$ 는 직사각형
 $\therefore \square ABCD$ 는 직사각형이다.

9. 다음 보기 중 두 대각선의 길이가 항상 같은 것은 모두 몇 개인가?

보기

사각형, 사다리꼴, 등변사다리꼴,
 평행사변형, 직사각형, 마름모,
 정사각형

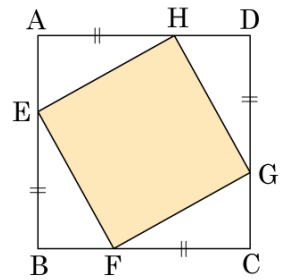
[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형 3 개이다.

10. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\overline{EB} = \overline{FC} = \overline{GD} = \overline{HA}$ 가 되도록 각 변 위에 점 E, F, G, H 를 잡을 때, 색칠한 사각형은 어떤 사각형인지 말하여라.



[배점 5, 중상]

▶ **답:**

▶ **정답:** 정사각형

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$, $\overline{EB} = \overline{FC} = \overline{GD} = \overline{HA}$
 이므로 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ 이다.

$\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$ (SAS 합동)

$\overline{EH} = \overline{HG} = \overline{GF} = \overline{FE}$ 이고,

$\angle AHE = \angle FEB = \angle HEF$

$= 180^\circ - (\angle AEH + \angle BEF) = 90^\circ$

마찬가지 방법으로 네 내각이 모두 90° 이므로
 $\square EFGH$ 는 정사각형이 된다.

11. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

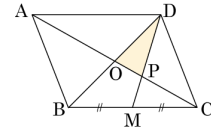
[배점 5, 중상]

- ① $S \subset R \subset P \subset H$ ② $S \subset Q \subset P \subset H$
 ③ $S \subset Q \subset V \subset H$ ④ $S \subset R \subset Q \subset H$
 ⑤ $P \cup H = H$

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
 V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
 P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
 Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
 R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
 S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
 ④ : $R \not\subset Q$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다. $\square ABCD = 96\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DOP$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

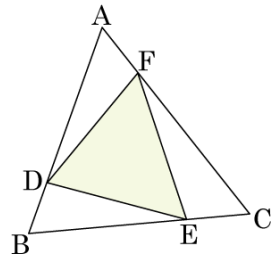
▶ 답 :

▷ 정답 : 8cm^2

해설

점 P 는 $\triangle DBC$ 의 무게중심이므로
 $\triangle DOP = \frac{1}{6} \triangle DBC = \frac{1}{12} \square ABCD$
 $\therefore \triangle DOP = \frac{1}{12} \times 96 = 8(\text{cm}^2)$

13. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{BE} : \overline{EC} = \overline{CF} : \overline{FA} = 3 : 1$ 이다. $\triangle ADF = 6 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

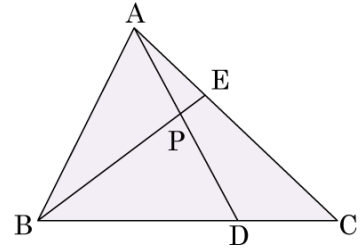
▶ 답 :

▶ 정답 : 14 cm^2

해설

$$\begin{aligned} \triangle ADF &= \frac{3}{4} \triangle ABF \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \triangle ABC \\ &= \frac{3}{16} \triangle ABC \\ \triangle ABC &= \frac{16}{3} \triangle ADF = \frac{16}{3} \times 6 = 32 (\text{cm}^2) \\ \text{마찬가지로 } \triangle DBE &= \frac{3}{16} \triangle ABC, \\ \triangle FEC &= \frac{3}{16} \triangle ABC \\ \therefore \triangle DEF &= \frac{7}{16} \triangle ABC = \frac{7}{16} \times 32 = 14 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 $\overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 1$, $\overline{AE} = \overline{CE} = 2 : 3$, $\overline{AP} : \overline{DP} = 1 : 1$ 이다. $\triangle ABC = 30 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle APE$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

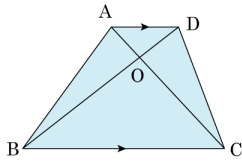
▶ 답 :

▶ 정답 : 2 cm^2

해설

$$\begin{aligned} \triangle APE &= \triangle ABE - \triangle APB \text{ 이다.} \\ \triangle ABE &= 30 \times \frac{2}{5} = 12 \\ \triangle ABD &= 30 \times \frac{2}{3} = 20, \triangle \times \frac{1}{2} = 10 \\ \text{따라서 } \triangle APE &= \triangle ABE - \triangle APB = 12 - 10 = 2 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이다. $\square ABCD = 64\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12cm^2

해설

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.

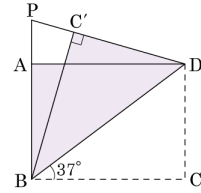
$\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1 : 3 = a : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 3a$

$\triangle DOC = \triangle ABO = 3a$, $1 : 3 = 3a : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 9a$

$\square ABCD = a + 3a + 3a + 9a = 16a = 64\text{cm}^2$, $a = 4\text{cm}^2$

$\therefore \triangle ABO = 3a = 12\text{cm}^2$.

16. 다음 그림에서 직사각형 ABCD의 대각선 BD를 접선으로 하여 점 C가 점 C' 에 오도록 접었다. $\overline{AB}$ 와 $\overline{DC'}$ 의 연장선과의 교점을 P라 하고 $\angle DBC = 37^\circ$ 일 때, $\angle P$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 74°

해설

$\triangle BCD \equiv \triangle BC'D$

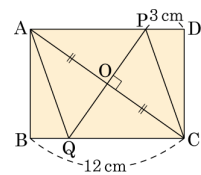
$\angle CBD = \angle C'BD = 37^\circ$,

$\angle C'DB = 180^\circ - (90^\circ + 37^\circ) = 53^\circ$,

$\angle ABD = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$

$\triangle PBD$ 에서 $\angle P = 180^\circ - (53^\circ + 53^\circ) = 74^\circ$

17. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{AC} \perp \overline{PQ}$, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 일 때, $\square AQCP$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36cm

해설

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle AOP = \angle COQ$, $\angle PAO = \angle QCO$

$\triangle AOP \equiv \triangle COQ$ (ASA합동)

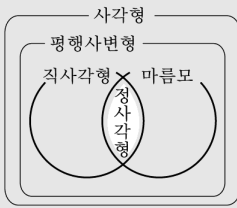
$\therefore \overline{PO} = \overline{QO}$ 이므로 $\square AQCP$ 는 마름모이다.

$\therefore$ (둘레의 길이) $= (12 - 3) \times 4 = 36(\text{cm})$

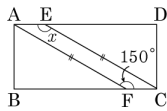
18. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 집합을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 포함 관계를 옳게 나타낸 것은? [배점 5, 상하]

- ① $P \subset Q \subset R$ ② $S \subset Q \subset P$
 ③ $Q \subset S \subset R$ ④ $P \subset R \subset S$
 ⑤ $P \subset S \subset R$

해설



19. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\angle AFC = 150^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

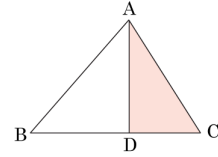
▶ 답 :

▶ 정답 : 150°

해설

$\square AFGE$ 는 평행사변형이고, 두 대각의 크기는 같으므로 $x = 150^\circ$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 70cm^2 이고 $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는?



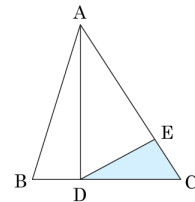
[배점 5, 상하]

- ① 15cm^2 ② 20cm^2 ③ 25cm^2
 ④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

$$\triangle ADC \text{의 넓이는} = 70 \times \frac{3}{4+3} = 30(\text{cm}^2)$$

21. 다음 그림에서 $\overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 3$, $\overline{CE} : \overline{EA} = 1 : 2$ 이다. $\triangle ABC = 15$ 일 때, $\triangle DCE$ 의 넓이는?



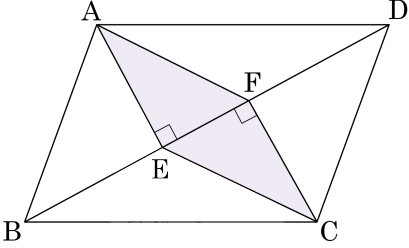
[배점 5, 상하]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} \triangle ADC &= 3\triangle DCE \\ \triangle ABD &= \frac{2}{3}\triangle ADC = 2\triangle DCE \text{ 이므로} \\ \triangle ABC &= 5\triangle DCE = 15 \text{ 이다.} \\ \therefore \triangle DCE &= 3 \end{aligned}$$

22. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 할 때, □AECF가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉣에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90^\circ$
 [결론] □AECF는 평행사변형
 [증명] $\angle AED = \square \text{㉠}$ (엇각)
 $\overline{AE} \parallel \square \text{㉡} \dots \text{㉢}$
 $\triangle AED$ 와 $\triangle CFB$ 에서
 $\angle AED = \angle CFB = 90^\circ$,
 $\overline{AD} = \square \text{㉣}$, $\square \text{㉤} = \angle CBF$
 따라서 $\triangle AED \equiv \triangle CFB$ (RHA 합동)
 $\square \text{㉥} = \overline{CF} \dots \text{㉦}$
 ㉢, ㉦에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

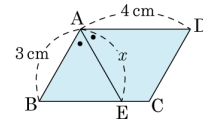
[배점 6, 상중]

- ① ㉠ : $\angle CFB$ ② ㉡ : $\overline{CF}$
 ③ ㉣ : $\overline{BC}$ ④ ㉤ : $\angle CDB$
 ⑤ ㉥ : $\overline{AE}$

해설

- ④ $\angle CBF = \angle ADB$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이는? (단, $\angle B = \frac{1}{2}\angle A$)



[배점 6, 상중]

- ① 2.5cm ② 2.7cm ③ 3cm
 ④ 3.3cm ⑤ 3.5cm

해설

$$\angle B = \frac{1}{2}\angle A = 180 \times \frac{1}{3} = 60^\circ$$

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이고 $\angle B = 60^\circ$ 이므로 정삼각형이다.

$$\therefore \overline{AE} = 3\text{cm}$$

24. 다음은 ‘두 대각선이 직교하는 평행사변형은 마름모이다.’를 증명하는 과정이다. (가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

[가정] $\square ABCD$ 는 평행사변형, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

[결론] $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{DC} = \overline{AD}$

[증명] $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로

$\overline{AB} = \boxed{\text{(가)}}$

$\boxed{\text{(나)}} = \overline{BC} \dots \textcircled{1}$

$\triangle ABO$ 와 $\triangle ADO$ 에서

$\overline{BO} = \boxed{\text{(다)}} \dots \textcircled{2}$

$\overline{AO}$ 는 공통 $\dots \textcircled{3}$

$\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ \dots \textcircled{4}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에 의해서

$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ ($\boxed{\text{(라)}}$ 합동)

$\therefore \boxed{\text{(마)}} = \overline{AD} \dots \textcircled{5}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{DC} = \overline{AD}$ 따라서

$\square ABCD$ 는 마름모이다.

[배점 6, 상중]

- ① (가) $\overline{DC}$ ② (나) $\overline{AD}$ ③ (다) $\overline{DO}$
 ④ (라) RHA ⑤ (마) $\overline{AB}$

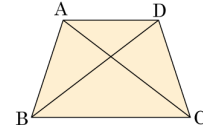
해설

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.

평행사변형은 두 대각선이 서로 이등분하므로 $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ 는 SAS 합동이므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이다.

25. 다음 그림의 $\square ABCD$ 는 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 6, 상중]

- ① $\angle A = \angle D$ ② $\overline{AB} = \overline{DC}$
 ③ $\overline{AC} = \overline{DB}$ ④ $\angle ACB = \angle BDC$
 ⑤ $\angle BAC = \angle BDC$

해설

① $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\angle A + \angle B = 180^\circ$, $\angle C + \angle D = 180^\circ$

등변사다리꼴의 정의에 의해서

$\angle B = \angle C$ 이므로 $\angle A = \angle D$ 이다.

② 등변사다리꼴의 정의

③ 등변사다리꼴의 성질

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이고, $\overline{BC}$ 는 공통,

$\angle B = \angle C$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

$\therefore \angle BAC = \angle BDC$