

실력 확인 문제

1. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합 중 원소 6 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 부분집합은 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1 개

해설

$\{2, 4, 8\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 것은 $\{2, 4, 8\}$ 의 1 개이므로, 원소 6 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 A 의 부분집합은 $\{2, 4, 6, 8\}$ 의 1 개이다.

2. 집합 $A = \{k \mid k \leq 12, k \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면? [배점 3, 하상]

① $A = \{3, 6\}$

② $A = \{3, 6, 9\}$

③ $A = \{3, 6, 9, 12\}$

④ $A = \{3, 6, 9, 10, 12\}$

⑤ $A = \{3, 6, 9, 10, 11\}$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 이다.

3. 부분집합에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

① 모든 집합은 자기 자신을 부분집합으로 한다.

② 공집합은 모든 집합의 부분집합이다.

③ $A \subset B, B \subset A$ 인 집합 A, B 는 존재하지 않는다.

④ 공집합은 $\{0\}$ 의 부분집합이다.

⑤ $\{1, 3, 5\}$ 는 $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만인 홀수}\}$ 의 부분집합이 아니다.

해설

$A \subset B, B \subset A$ 는 $A = B$ 를 의미하며 이를 만족하는 집합은 무수히 많이 존재한다.

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{3, a, b, 12, 15, 18\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 54

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $B = \{3, a, b, 12, 15, 18\}$
 $A = B$ 이므로 $a = 6$, $b = 9$ 또는 $a = 9$, $b = 6$ 이다.

$$\therefore 6 \times 9 = 9 \times 6 = 54$$

5. 다음 <보기>의 네 가지 조건으로 확실히 말할 수 없는 것은?

보기

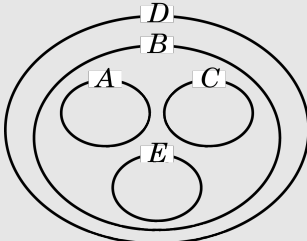
- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 C 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 E 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다.

[배점 4, 중중]

- ① 모든 A 의 원소는 D 의 원소이다.
- ② 모든 C 의 원소는 E 의 원소이다.
- ③ 모든 E 의 원소는 D 의 원소이다.
- ④ A 와 C 의 관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 C 의 원소가 아닌 것이 있다.

해설

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다. $A \subset B$
- 모든 C 의 원소는 B 의 원소이다. $C \subset B$
- 모든 E 의 원소는 B 의 원소이다. $E \subset B$
- 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다. $B \subset D$



A, C, E 사이의 포함관계는 알 수 없다.

- ① $A \subset B$ 이고 $B \subset D \therefore A \subset D$
- ② C 와 E 의 포함관계는 알 수 없다.
- ③ $E \subset B$ 이고 $B \subset D$ 이므로 $E \subset D$ 이다.
- ④ A, C, E 사이의 포함관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 C 에 포함되지 않는 원소가 있기 때문에 C 의 원소가 아닌 것도 있다.

6. 집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\{1\} \subset A$
- ㉡ $\{3, 4\} \not\subset A$
- ㉢ $\emptyset \subset A$
- ㉣ $\{\emptyset\} \not\subset A$
- ㉤ $\{1, 2, \{3, 4\}, \emptyset\} \subset A$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉣ $\{\emptyset\} \subset A$

7. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) (정답 2 개) [배점 4, 중중]

- ① $4 \in A$
 ② $\emptyset \subset A$
 ③ $\{3, 7\} \in A$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 } 2\text{의 배수}\} \subset A$
 ⑤ $A \subset \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

해설

- ① $4 \notin A$
 ③ $\{3, 7\} \subset A$
 ⑤ $A \subset A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

8. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 2 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 2 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $1 \notin B$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $8 \notin A$ ⑤ $7 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 2, 4, 6, ... 이고 집합 B 의 원소는 3, 5, 7, ... 이므로 $8 \in A$ 이다.

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 에 대하여 $x \subset A$, $x \neq A$ 인 집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$A = \{3, 6, 9\}$ 이고, x 는 A 의 진부분집합이다. 따라서 x 의 개수는 $2^3 - 1 = 7$ (개) 이다.

10. $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중에서 a 또는 d 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 10 개
 ④ 12 개 ⑤ 24 개

해설

(i) a 을 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 2^4 = 16$ (개)
 (ii) d 를 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 16$ (개)
 (i) a 와 d 를 모두 포함하는 경우
 $2^{5-2} = 8$ (개)
 따라서 구하는 부분집합의 개수는
 $16 + 16 - 8 = 24$ (개) 이다.

11. 두 집합 $A = \{3, a, a+2\}$, $B = \{3, 5, b\}$ 에 대하여, $A = B$ 일 때, 가능한 a, b 의 값은? (단, $a \neq b$)
[배점 5, 중상]

- ① $a = 2, b = 3$ ② $a = 3, b = 5$
③ $a = 4, b = 5$ ④ $a = 5, b = 7$
⑤ $a = 6, b = 9$

해설

$A = B$ 이고, $5 \in B$ 이므로 $5 \in A$
 $a = 5$ 또는 $a + 2 = 5$
 (i) $a = 5$ 일 때,
 $A = \{3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 7\}$ $\therefore b = 7$
 (ii) $a + 2 = 5$ 일 때, $a = 3$
 $A = \{3, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 3\}$ $\therefore b = 3$
 (단 $a \neq b$) 이므로 성립할 수 없다.
 따라서 가능한 a, b 의 값은 $a = 5, b = 7$ 이다.

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 5, 중상]

- ① $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{1, 5\}) = 3$
 ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
 ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
 ④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
 ⑤ $n(\{x|x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}) = n(\{x|x \text{는 } 14 \text{의 약수}\})$

해설

- ① $3 - 2 = 1$
 ② 예를 들면, $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 일 때,
 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$ 이다.
 ④ 예를 들면, $A = \{0\}$, $B = \{1, 2\}$ 일 때,
 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.
 ⑤ $n(\{1, 2, 5, 10\}) = 4$, $n(\{1, 2, 7, 14\}) = 4$

13. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여 $[P] = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \dots \times p_N$ 이라 정의한다. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_8$ 이라 할 때, $[A_1] \times [A_2] \times [A_3] \times \dots \times [A_8]$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 1296

해설

$A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합이 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_8$ 일 때,
 집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{3-1} = 4$ (번)씩 나온다.
 따라서 $[A_1] \times [A_2] \times [A_3] \times \dots \times [A_8] = 1^4 \times 2^4 \times 3^4 = 1296$

14. 집합 A 에 대하여 집합 $P = \{X | X \subset A\}$ 일 때, 집합 P 의 부분집합 중 원소의 개수가 적어도 1 개인 부분집합의 개수는 15 개이다. $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

원소의 개수가 n 인 진부분집합의 개수는 $2^n - 1$ (개) 이므로

$$n(P) = 4$$

집합 P 의 원소의 개수는 집합 A 의 부분집합의 개수와 같으므로

$$2^{n(A)} = 4, n(A) = 2$$

15. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $(A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) = \emptyset$ 이다. $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, $n(B) \times n(C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$(A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) = \emptyset$ 이면

$$A - B = \emptyset, B - C = \emptyset, C - A = \emptyset,$$

$A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이므로

$$A = B = C$$

따라서 $n(B) = n(C) = 3$ 이므로 $n(B) \times n(C) = 9$