문제 풀이 과제

1. 다음 보기 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 등변사다리꼴　㉡ 마름모
㉢ 직사각형　㉣ 정사각형
㉤ 평행사변형

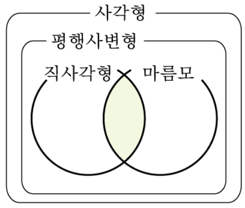
[배점 3, 하상]

① 1 개　② 2 개　③ 3 개
④ 4 개　⑤ 5 개

해설

두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형, 등변사다리꼴이다. 따라서 ㉠, ㉢, ㉣ 3 개이다.

2. 다음 그림에서 색칠한 부분에 속하는 사각형의 정의로 바른 것은?



[배점 3, 하상]

① 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
② 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
③ 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
④ 네 각의 크기가 모두 같고, 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
⑤ 한 쌍의 대 변이 평행한 사각형

해설

색칠한 부분은 직사각형과 마름모의 공통된 부분으로 정사각형이다.

3. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① 이웃하는 두 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형은 정사각형이다.

③ 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

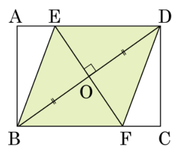
④ 두 대각선이 서로 수직인 직사각형은 정사각형이다.

⑤ 등변사다리꼴은 평행사변형이다.

해설

④ 직사각형에서 두 대각선이 서로 수직이면 정사각형이 된다.

4. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 대각선 BD 의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 는 어떤 사각형인가?



[배점 3, 하상]

① 직사각형 ② 등변사다리꼴

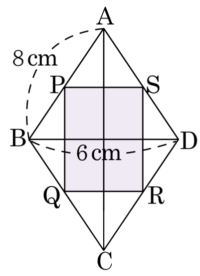
③ 마름모 ④ 정사각형

⑤ 평행사변형

해설

마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분한다.
따라서 □EBFD 는 마름모이다.

5. 다음 그림과 같은 마름모 □ABCD 에서 네 변의 중점을 연결하여 만든 □PQRS 의 넓이를 구하면?



[배점 3, 하상]

① 12cm^2 ② 12cm^2 ③ 18cm^2

④ 20cm^2 ⑤ 24cm^2

해설

마름모의 네 변의 중점을 연결한 사각형은 직사각형이 되고,
$\overline{PS} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 3\text{cm}$, $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4\text{cm}$ 이므로
(□PQRS의 넓이) $= 3 \times 4 = 12\,\text{cm}^2$ 이다.

6. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉣

해설

대각선의 길이가 같은 도형은 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형이다.

7. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① 등변사다리꼴에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 평행사변형에서 두 대각선의 길이는 같다.
③ 직사각형의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 평행사변형은 두 대각선은 평행으로 만난다.

해설

① 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 두 대각선이 평행으로 만나는 사각형은 없다.

8. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1에서 평행사변형의 한 각이 $90°$ 이므로 다른 각도 모두 $90°$ 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

9. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

① 네 변의 길이가 모두 같다.

② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

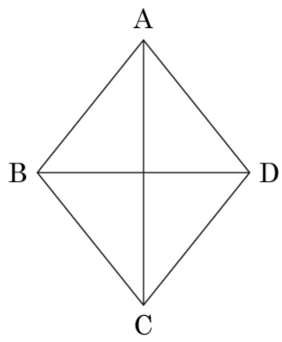
④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

10. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.

㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.
두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

11. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

[배점 4, 중중]

① 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

② 등변사다리꼴, 평행사변형, 마름모

③ 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형

④ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

⑤ 마름모, 정사각형

해설

평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. 직사각형, 마름모, 정사각형은 평행사변형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

12. 다음 사각형 중 평행사변형만 모아 놓은 집합의 원소가 아닌 것은?(정답 2개) [배점 4, 중중]

① 정사각형 ② 직사각형

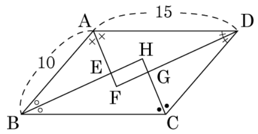
③ 마름모 ④ 사다리꼴

⑤ 등변사다리꼴

해설

두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형을 평행사변형이라 한다. 따라서 ④, ⑤는 평행사변형이라 할 수 없다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 네 내각의 이등분선을 각각 연결하여 □EFGH를 만들었다. $\overline{EH}:\overline{AD}=1:3$, $\overline{EF}:\overline{AB}=1:2$일 때, □EFGH의 둘레를 구하면?



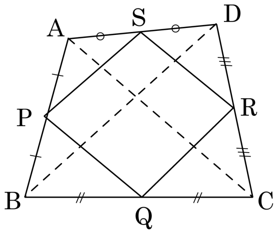
[배점 4, 중중]

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$\angle A+\angle B=180°$이므로 $\angle EAB+\angle EBA=90°$, $\angle AEB=90°$이다.
따라서 □EFGH는 직사각형이다.
$\overline{EH}:\overline{AD}=1:3$이므로 $\overline{EH}:15=1:3$, $\overline{EH}=5$
$\overline{EF}:\overline{AB}=1:2$이므로 $\overline{EF}:10=1:2$, $\overline{EF}=5$이다.
따라서 둘레는 $2(5+5)=20$이다.

14. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 의 중점을 각각 P, Q, R, S 라 하고, $\overline{AC}=\overline{BD}$ 이면, □PQRS 는 어떤 사각형인가?



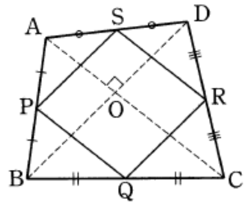
[배점 4, 중중]

① 사다리꼴 ② 평행사변형
③ 마름모 ④ 직사각
⑤ 정사각형

해설

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{SR}=\frac{1}{2}\overline{AC}$ 이므로 $\overline{PQ}=\overline{SR}$이다.
$\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{BD}$ 이므로 $\overline{QR}=\overline{PS}$이다.
$\overline{AC}=\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PQ}=\overline{SR}=\overline{QR}=\overline{PS}$
따라서 □PQRS는 네 변의 길이가 같으므로 마름모이다.

15. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 의 중점을 각각 P, Q, R, S 라 하고 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$, $\overline{AC}=\overline{BD}$ 이면, □PQRS 는 어떤 사각형인가?



[배점 4, 중중]

① 사다리꼴 ② 평행사변형
③ 마름모 ④ 직사각형
⑤ 정사각형

해설

$\overline{AC}=\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PQ}=\overline{QR}=\overline{RS}=\overline{SP}$ 이고, $\angle AOD=\angle PSR=90^\circ$ 이므로 □PQRS 는 정사각형이다.

16. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 등변사다리꼴이다.
② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
③ 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.
④ 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 마름모이다.
⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형은 마름모이다.

해설

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형이다.

17. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형이 올바르게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

[배점 5, 중상]

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

18. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 □ 안에 들어갈 알맞은 집합 기호를 차례대로 적어라.

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S : 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기가 같은 사각형

① $P \cup H = \square$ ② $Q \cap S = \square$ ③ $P \cap R = \square$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : H, S, R

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
이다. 따라서 $P \cup H = H$, $Q \cap R = S$, $P \cap R = R$ 이다.

19. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

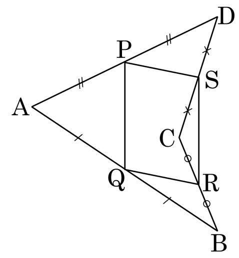
[배점 5, 중상]

① $S \subset R \subset P \subset H$ ② $S \subset Q \subset P \subset H$
③ $S \subset Q \subset V \subset H$ ④ $S \subset R \subset Q \subset H$
⑤ $P \cup H = H$

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PD}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{QB}}$, $\overline{\mathrm{BR}} = \overline{\mathrm{RC}}$, $\overline{\mathrm{CS}} = \overline{\mathrm{SD}}$ 인 네 점을 잡아 사각형 PQRS 를 만들었다. 다음 설명 중 옳은 것은?



㉠ 점 A, B, C, D 를 연결하여 만든 도형은 사각형이 아니다.
㉡ 사각형 PQRS 는 평행사변형이다.
㉢ 삼각형 APQ 는 정삼각형이다.
㉣ 삼각형의 중점연결정리에 따라 $2 \times \overline{\mathrm{PS}} = \overline{\mathrm{AB}}$ 이다.
㉤ $\overline{\mathrm{PQ}}$ 와 $\overline{\mathrm{SR}}$ 은 서로 평행하고, 길이가 같다.

[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉤
④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

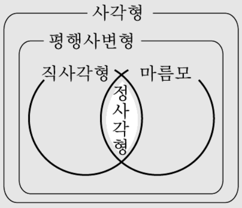
해설

점 B 와 D 를 연결하면 삼각형의 중점연결정리에 의하여
$\triangle$ABD 에서 $\overline{\mathrm{PQ}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{PQ}} /\!/ \overline{\mathrm{BD}}$
$\triangle$CBD 에서 $\overline{\mathrm{RS}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}$
$\overline{\mathrm{RS}} /\!/ \overline{\mathrm{BD}}$
$\therefore \overline{\mathrm{PQ}} = \overline{\mathrm{SR}}, \overline{\mathrm{PQ}} /\!/ \overline{\mathrm{RS}}$
따라서 □PQRS 는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

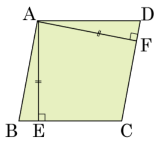
21. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 집합을 각각 P, Q, R, S라 할 때, 포함 관계를 옳게 나타낸 것은? [배점 5, 상하]

① $P \subset Q \subset R$
② $S \subset Q \subset P$
③ $Q \subset S \subset R$
④ $P \subset R \subset S$
⑤ $P \subset S \subset R$

해설



22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$에 각각 내린 수선의 발을 E, F라 하고, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AF}} = 6\mathrm{cm}$이고, $\overline{\mathrm{AB}} = 4\mathrm{cm}$일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



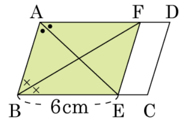
[배점 5, 상하]

▶ 답 :
▷ 정답 : $24\,\mathrm{cm}^2$

해설

△ABE와 △ADF에서 $\angle B = \angle D$이고, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AF}}$이므로 △ABE ≡ △ADF이다. 따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AD}}$이므로 □ABCD는 마름모이다.
따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = 5\mathrm{cm}$이므로 □ABCD의 넓이는 $4 \times 6 = 24(\mathrm{cm}^2)$이다.

23. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이고, ∠A, ∠B의 이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AD}}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □ABEF의 둘레의 길이는?



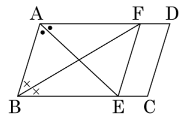
[배점 5, 상하]

① 12cm
② 18cm
③ 24cm
④ 30cm
⑤ 36cm

해설

대각선이 내각의 이등분선이 되는 사각형은 마름모이다.
따라서 □ABEF의 둘레는 $6 \times 4 = 24(\mathrm{cm})$이다.

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 ∠A의 이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$와 만나는 점을 E, ∠B의 이등분선이 $\overline{\mathrm{AD}}$와 만나는 점을 F라 할 때, □ABEF는 어떤 사각형인가?



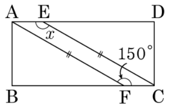
[배점 5, 상하]

① 평행사변형
② 사다리꼴
③ 마름모
④ 직사각형
⑤ 정사각형

해설

대각선이 내각의 이등분선인 사각형은 마름모이다.

25. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\angle AFC = 150°$ 일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 150°

해설

□AFGE는 평행사변형이고, 두 대각의 크기는 같으므로 $x = 150°$이다.