확인학습2223

1. 1 부터 15 까지의 수가 각각 적힌 15 장의 카드에서 1 장을 뽑아 나온 수를 x 라 할 때, $\frac{x}{15}$ 가 유한 소수가 될 확률은? [배점 2, 하중]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

유한소수는 분모의 소인수가 2, 5뿐 이어야 하므로 분모 15 를 소인수분해하면 3×5 에서 3 을 없애야 한다.
따라서 x 는 3 의 배수가 되어야 한다.
3 의 배수 x는 $3, 6, 9$ 이므로 확률은
$\therefore \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

2. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈의 합이 1 보다 작을 확률은? [배점 2, 하중]

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ 1 ④ 0 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

가장 작은 두 눈의 합이 2 이다. 두 눈의 합이 1 보다 작은 사건은 절대로 일어날 수 없는 사건이므로 확률은 0 이다.

3. 두 개의 동전을 동시에 던질 때, 뒷면이 한 개 나올 확률은? [배점 2, 하중]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

(앞, 뒤),(뒤, 앞) 이므로 2 가지이다.
따라서 (확률)= $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ 이다.

4. 크기가 다른 두 개의 주사위를 던져서 나온 두 눈의 합이 8 이 될 확률은? [배점 2, 하중]

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{5}{16}$ ④ $\frac{5}{36}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

두 눈의 합이 8 이 될 경우 :(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2) 의 5 가지
$\therefore$ (확률)= $\frac{5}{36}$

5. 서로 다른 동전 3 개를 던져 앞면이 2 개나올 확률을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{8}$

해설

앞면이 2 개나올 경우는 3 가지이다.
(앞, 앞, 뒤), (뒤, 앞, 앞), (앞, 뒤, 앞)
$\therefore \frac{3}{2 \times 2 \times 2} = \frac{3}{8}$

6. 서로 다른 동전 3 개를 던져 앞면이 1 개 나올 확률은? [배점 2, 하중]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

해설

앞면이 1 개 나올 경우는 3 가지이다.
(앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)
$\therefore \frac{3}{2 \times 2 \times 2} = \frac{3}{8}$

7. 주머니 속에 모양과 크기가 같은 흰 공이 6 개, 검은 공이 4 개 들어 있다. 임의로 한 개를 꺼낼 때, 그것이 흰 공일 확률을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

해설

주머니 속의 공 한 개를 꺼낼 수 있는 모든 경우는 10 가지

흰 공이 나올 수 있는 경우는 6 가지

$\therefore$ (흰 공일 확률)$= \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

8. 1 에서 7 까지의 숫자가 적힌 카드 7 장 중에서 한 장을 뽑을 때, 그 카드의 숫자가 소수일 확률을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{7}$

해설

1 에서 7 까지의 숫자 중에서 소수는 2, 3, 5, 7 의 4 가지

$\therefore$ (확률)$=\frac{4}{7}$

9. 1 에서 9 까지의 숫자가 적힌 카드 9 장 중에서 한 장을 뽑을 때, 그 카드의 숫자가 소수일 확률은? [배점 2, 하중]

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

1 에서 9 까지의 숫자 중에서 소수는 2, 3, 5, 7 의 4 가지

$\therefore$ (확률)$=\frac{4}{9}$

10. 청량음료를 만드는 어느 음료수 회사에서 판매량을 늘리기 위하여 5 만 개의 음료수 뚜껑에 경품 표시를 하였다. 경품은 에어컨 1 대, 김치 냉장고 5 대, 티셔츠 100 장이다. 창준이가 음료수 1 병을 샀을 때, 경품을 받을 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 하자. $a-b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24947

해설

경품 표시된 음료수병의 수는 50000 개 이고, 경품이 적혀있는 음료수 병의 수는

$1+5+100=106$ (개) 이므로 당첨될 확률은 $\frac{106}{50000}=\frac{53}{25000}$

$\therefore a-b=25000-53=24947$

11. 한 개의 동전을 계속해서 4 번 던졌을 때, 2 회만 앞면이 나올 확률은? [배점 3, 하상]

① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

모든 경우의 수 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (가지)
2 회만 앞면 나오는 경우 : (앞앞뒤뒤), (앞뒤앞뒤), (앞뒤뒤앞), (뒤앞앞뒤), (뒤앞뒤앞), (뒤뒤앞앞) $\Rightarrow 6$ (가지)
$\therefore \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

12. 동전 1개와 주사위 1개를 동시에 던질 때, 동전은 앞면이 나오고, 주사위는 2의 배수가 나올 확률은? [배점 3, 하상]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

모든 경우의 수는 $2 \times 6 = 12$(가지)
동전은 앞면, 주사위는 2의 배수가 나오는 경우는 (앞, 2), (앞, 4), (앞, 6) 의 3가지
$\therefore$ (확률) $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

13. 동전을 1개 던져서 앞면이 나오면 3점을 얻고, 뒷면이 나오면 3점을 잃는다고 한다. 동전을 세 번 던졌을 때, 점수의 합이 3점이 될 확률은? [배점 3, 하상]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

해설

모든 경우의 수 : $2 \times 2 \times 2 = 8$(가지)
점수의 합이 6점일 경우는 (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞) 이 나오는 경우이다.
$\therefore$ (확률) $= \frac{3}{8}$

14. 영진이와 혜미가 가위바위보를 할 때, 혜미가 이길 확률을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

(혜미, 영진) 이 (가위, 보), (바위, 가위), (보, 바위) 일 때, 혜미가 이긴다.
$\therefore$ (혜미가 이기는 확률)$= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

15. 주머니 속에 모양과 크기가 같은 흰 바둑돌 3 개와 검은 바둑돌 5 개가 들어 있다. 이 중에서 바둑돌을 한 개 꺼낼 때, 흰 바둑돌이 나올 확률은? [배점 3, 하상]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{1}{20}$

해설

바둑돌은 총 8 개 있으므로 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 8 가지이고, 흰 바둑돌이 나올 경우의 수는 3 가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$ 이다.

16. 상자 속에 망고 쥬스 4병, 딸기 쥬스가 6병이 들어 있다고 한다. 이 상자 속에서 음료수 한 병을 꺼낼 때, 딸기 쥬스가 나올 확률은? [배점 3, 하상]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

상자 속의 음료수는 모두 10 병이고, 이 중 딸기 쥬스는 6 병이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ 이다.

17. 1 에서 20 까지의 숫자가 각각 적힌 20 장의 카드에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 소수의 눈이 나올 확률은? [배점 3, 하상]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{15}$

해설

1 ~ 20 사이의 숫자 중 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 의 모두 8 가지 이므로 구하는 확률은 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ 이다.

18. 한 개의 주사위를 던질 때, 4 의 약수의 눈이 나올 확률은? [배점 3, 하상]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

모든 경우는 6 가지이고, 4 의 약수는 1, 2, 4 의 3 가지이므로 구하는 확률 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 이다.

19. $0, 1, 2, 3$ 의 숫자가 각각 적힌 네 장의 카드로 두 자리의 자연수를 만들었을 때, 그 자연수가 20 미만일 확률은? [배점 3, 중하]

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

전체 : $3 \times 3 = 9$(가지)
20 미만 : $10, 12, 13$으로 3 가지
$\therefore \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

20. 2 개의 주사위를 던질 때, 두 눈의 합이 10 의 약수일 확률은? [배점 3, 중하]

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

해설

10 의 약수 : $1, 2, 5, 10$
두 눈의 합이 1 이 나오는 경우의 수는 없다.
두 눈의 합이 2 가 되는 경우의 수 : $(1,1)$ 1 가지
두 눈의 합이 5 가 되는 경우의 수 :
$(1,4)$, $(2,3)$, $(3,2)$, $(4,1)$ 4 가지
두 눈의 합이 10 이 되는 경우의 수 :
$(4,6)$, $(5,5)$, $(6,4)$ 3 가지
$\therefore \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

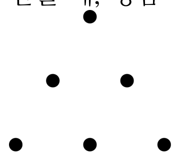
21. 집합$A = \{1,\ 2,\ 3\}$ 의 부분집합 중에서 한 집합을 택할 때, 원소 2 가 그 집합에 속할 확률은? [배점 3, 중하]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

전체 부분집합의 개수 $2^3 = 8$(개)
원소 2 가 속하는 부분집합의 개수 $2^3 - 2^1 = 4$(개)
$\therefore \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

22. 다음 그림과 같이 이웃하고 있는 점 사이의 거리가 모두 같은 6 개의 점이 있다. 이들 점을 이어 삼각형을 만들 때, 정삼각형이 될 확률을 구하면?



[배점 3, 중하]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{17}$ ④ $\frac{5}{17}$ ⑤ 1

해설

전체 : 17 가지, 정삼각형 : $4 + 1 = 5$ 가지
$\therefore \frac{5}{17}$

23. 갑, 을, 병, 정의 4 명 중에서 두 명의 의원을 뽑으려고 한다. 이 때, 갑, 을 두 사람이 의원으로 뽑힐 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{6}$

해설

4 명 중 2 명의 의원을 뽑는 경우의 수는
$\frac{4 \times 3}{2} = 6$ (가지)
갑, 을이 뽑힐 경우는 1가지
$\therefore \frac{1}{6}$

24. 숫자 $0, 1, 2, 3, 4$ 를 각각 써 놓은 5 장의 카드 중에서 두 장을 뽑아서 두 자리의 정수를 만들 때, 짝수가 될 확률은? [배점 3, 중하]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{11}{16}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

해설

전체 경우의 수 : $4 \times 4 = 16$

□0 : 4 , □2 : 3 , □4 : 3 총 10 가지.

$\therefore \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

25. 복권 10 만개 안에 다음 표와 같은 수의 당첨 복권이 들어 있다. 복권 한 장을 살 때, 10 만원짜리 복권에 당첨될 확률을 구하여라.

당첨 복권의 수(장)	당첨 금액
1	5000만 원
5	1000만 원
10	100만 원
100	10만 원
1000	1만 원

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{1000}$

해설

모든 복권의 수는 10 만 개이다. 이 중 10 만원짜리 당첨복권은 100 개이다.

$\therefore \frac{100}{100000} = \frac{1}{1000}$

26. 영수, 정희가 가위, 바위, 보를 할 때, 서로 비길 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

가위, 바위, 보를 하여 비길 경우의 수 ⇒ (주먹, 주먹), (가위, 가위), (보, 보) ⇒ 3 가지

전체 경우의 수 ⇒ $3 \times 3 = 9$ (가지) 이므로 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다.

27. 0 부터 6 까지 7 장을 카드로 세 자리 자연수를 만들 때 짝수일 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

전체 : $6 \times 6 \times 5 = 180$(가지)

짝수 : □□0 은 $6 \times 5 = 30$(가지), □□2, □□4, □□6 은 모두 $5 \times 5 = 25$(가지) 이므로

$30 + 25 \times 3 = 105$(가지)

$\therefore \frac{105}{180} = \frac{7}{12}$

28. 1에서 7까지의 숫자가 각각 적힌 7장의 카드에서 2장을 뽑아 두 자리 정수를 만들려고 한다. 그 때 짝수일 확률은? [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{7}$

해설

□2 : 6가지, □4 : 6가지, □6 : 6가지

$\therefore \frac{6+6+6}{6\times7} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$

29. A , B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 5 의 배수일 확률을 구하면? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{36}$ ⑤ $\frac{7}{36}$

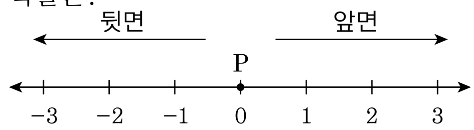
해설

모든 경우의 수 : $6\times6=36$

합이 5 , 10 일 경우의 수 : $(1,4)$, $(2,3)$, $(3,2)$, $(4,1)$, $(4,6)$, $(5,5)$, $(6,4)$ 7 가지

$\therefore \frac{7}{36}$

30. 다음 그림과 같이 점 P 가 수직선 위의 원점에 놓여 있다. 동전 한 개를 던져 앞면이 나오면 오른쪽으로 1 만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1 만큼 움직이기로 할 때, 동전을 네 번 던져 움직인 점 P 의 위치가 -2 일 확률은?



[배점 4, 중중]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{3}{16}$

해설

$1\times1+(-1)\times3=-2$ 이므로 앞면이 1 번, 뒷면이 3 번 나올 경우에 점 P 의 위치가 -2 가 된다. 그리고, 앞면이 1 번, 뒷면이 3 번 나올 경우는 (앞, 뒤, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 뒤), (뒤, 뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 뒤, 앞) 의 4 가지 이므로

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ 이다.

31. $0,1,2,3,4$ 의 5 개의 수 중에서 2 개를 택하여 두 자리 정수를 만들 때, 홀수가 나올 경우의 수와 확률을 각각 구하면? [배점 4, 중중]

① $6, \frac{1}{8}$ ② $6, \frac{1}{4}$ ③ $6, \frac{3}{8}$

④ $6, \frac{1}{2}$ ⑤ $6, \frac{5}{8}$

해설

□1 : 3가지, □3 : 3 가지로 홀수가 나올 경우는 6 가지

전체 경우의 수는 $4\times4=16$가지이므로

$\therefore \frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

32. 윷놀이를 할 때, 개가 나올 확률은?

[배점 4, 중중]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

윷을 던지는 것은 동전 4 개를 던지는 것과 같다.
(모든 경우의 수)=$2\times2\times2\times2=16$ (가지)
개가 나오는 경우의 수는 윷 4개 중 두 개가 뒤집어진 경우로 (안, 안, 밖, 밖), (안, 밖, 안, 밖), (안, 밖, 밖, 안), (밖, 안, 안, 밖), (밖, 안, 밖, 안), (밖, 밖, 안, 안) 의 6 가지이다.
따라서 (확률)= $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$ 이다.

33. 0, 1, 2, 3, 4 의 숫자가 각각 적힌 5 장의 카드 중에서 두 장의 카드를 뽑아 두 자리의 정수를 만들 때, 21 초과의 수가 나올 확률을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{8}$

해설

21 초과의 수가 나올 경우의 수 $\Rightarrow$ (23, 24, 30, 31, 32, 34, 40, 41, 42, 43) $\Rightarrow$ 10 가지
전체 경우의 수 $\Rightarrow 4\times4=16$ (가지) 이므로 확률은 $\frac{5}{8}$ 이다.

34. 집합 A, B, C에 대해서 $A=\{x\mid x$는 12의 약수$\}$, $C=\{1,2\}$이고, $C\subset B\subset A$가 성립할 때, $3\in B$일 확률을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$C=\{1,2\}\subset B\subset A=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 인 경우는 $2\times2\times2\times2=2^4=16$(가지) 이다.
이 중에 $3\in B$인 경우는 $2\times2\times2=2^3=8$(가지) 이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$ 이다.

35. A, B, C, D, E 5 명의 학생들을 일렬로 세우는 데 A, C, E 3 명이 함께 이웃할 확률은?

[배점 5, 중상]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

모든 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)
A, C, E 를 한 명으로 생각하면, 3 명을 일렬로 세우는 방법은 $3\times2\times1=6$ (가지)
A, C, E 가 순서를 정하는 방법의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)
$\therefore$ 3 명 이웃할 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)
따라서 확률은 $\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$

36. KOREA 의 5 개 문자를 무심히 일렬로 나열할 때, 모음이 모두 인접할 확률을 구하면? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

전체 경우의 수는 다섯 개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같고, 위의 경우는 KOREA 중에 모음은 O, E, A 3 개 이므로 이를 하나로 보고 일렬로 나열한 후 이들끼리 자리 바꾸는 경우로 생각해 보면 된다.
$\therefore \frac{(3\times2\times1)\times(3\times2\times1)}{5\times4\times3\times2\times1}=\frac{3}{10}$

37. 자연수 2, 3, 4, 5 를 우연히 배열하였을 때, 우연히 크기순으로 배열될 확률을 구하면? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{24}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

모든 경우의 수 : $4\times3\times2\times1=24$
크기가 큰 순으로 배열하는 경우의 수 : 1 가지
크기가 작은 순으로 배열하는 경우의 수 : 1 가지
$\therefore \frac{2}{24}=\frac{1}{12}$

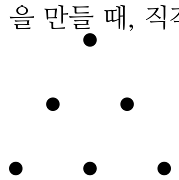
38. 흰 공과 빨간 공이 모두 30개가 들어있는 주머니가 있다. 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 그것이 흰공일 확률이 $\frac{1}{5}$ 이다. 주머니 속에 들어있는 빨간 공의 개수는? [배점 5, 중상]

① 25 개 ② 24 개 ③ 18 개
④ 16 개 ⑤ 15 개

해설

빨간 공이 나올 확률 : $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$,
빨간 공의 개수 : $\frac{4}{5}\times30=24$(개)

39. 다음 그림과 같이 이웃하는 점 사이의 거리가 모두 같은 6 개의 점이 찍혀 있다. 3 개의 점으로 하여 삼각형을 만들 때, 직각삼각형이 될 확률을 구하시오.



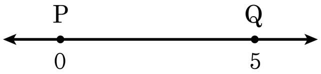
[배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : $\frac{6}{17}$

해설

전체 경우의 수는 $6+5+4+3+2+1-3=17$
직각삼각형이 되는 경우는 정삼각형을 이등분한 경우뿐이므로 6 가지
$\therefore \frac{6}{17}$

40. 원 점 P(0) 에서 시작하여 동전의 앞면이 나오면 오른쪽으로 2 만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1 만큼갈 때, 동전을 4 번 던져 Q(5) 에 있을 확률을 구하면?



[배점 5, 중상]

① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{16}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

해설

앞면 : a 번, 뒷면 : $4-a$ 번이라 하면,
$2a-(4-a)=5$, $a=3$ HHHT , HHTH , HTHH , THHH 으로 4 가지
$\therefore \frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

41. 현희, 지선, 봉은, 윤혜 4 명 중에서 대표 2 을 뽑을 때, 현희가 대표로 뽑힐 확률을 $\frac{x}{y}$ 라 하자. 이 때, xy 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

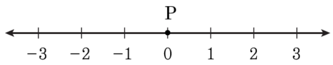
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

4 명 중 대표 2 명을 뽑는 경우의 수 : $\frac{4\times3}{2\times1}=6$ (가지)
현희가 대표가 되는 경우는 (현희, 지선), (현희, 봉은), (현희, 윤혜) 로 3 가지이다.
따라서 현희가 대표로 뽑힐 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ 이다.
$\therefore\ x=1,\ y=2 \therefore\ xy=2$

42. 다음 그림과 같이 수직선의 원점 위에 점 P 가 있다. 동전 한 개를 던져서 앞면이 나오면 오른쪽으로 1 만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1 만큼 점 P 를 움직인다고 한다. 동전을 네 번 던져서 점 P 가 2 에 올 확률은?



[배점 5, 중상]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

해설

동전을 네 번 던졌을 때 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=2^4=16$ (가지) 이다.
P 가 2 에 오는 경우는 앞이 3 번, 뒤가 1 번인 경우이다.
(앞, 앞, 앞, 뒤), (앞, 앞, 뒤, 앞), (앞, 뒤, 앞, 앞), (뒤, 앞, 앞, 앞) 의 4 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ 이다.

43. 집합 $\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 의 원소 중에서 하나를 뽑아 a 라 하고 분수 $\frac{1}{a}$ 를 소수로 나타낼 때 순환소수로 나타내어질 확률은? [배점 5, 상하]

① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$\frac{1}{2}=0.5$, $\frac{1}{3}=0.\dot{3}$, $\frac{1}{4}=0.25$, $\frac{1}{5}=0.2$. $\frac{1}{6}=0.1\dot{6}$
이므로 $a=3$ 또는 6 일 때 순환소수가 된다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}$ 가 된다.

44. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 눈의 합이 2 이상 나올 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 주사위의 최소의 수가 1이므로, 합은 항상 2 이상이다.

45. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, A 의 눈이 B 의 눈보다 클 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{12}$

해설

모든 경우의 수 : $6 \times 6 = 36$ (가지)
A 의 눈이 B 의 눈보다 큰 경우 :
A 의 눈의 수를 a, B 의 눈의 수를 b 라고 할 때, $(a,\ b)$ 로 나타내면 다음과 같이 15가지이다.
$(2,\ 1), (3,\ 1), (3,\ 2), (4,\ 1), (4,\ 2), (4,\ 3), (5,\ 1), (5,\ 2), (5,\ 3), (5,\ 4), (6,\ 1), (6,\ 2), (6,\ 3), (6,\ 4), (6,\ 5)$
$\therefore$ (확률) $= \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

46. 앞면에는 +2, 뒷면에는 −1 이 쓰여진 동전을 네 번 던질 때, 나온 수의 합이 −1 이 될 확률을 구하여라 [배점 5, 상하]

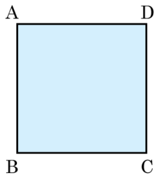
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

-1 과 2 를 조합하여 더할 때 그 합이 -1 이 되는 경우는 $(-1)+(-1)+(-1)+2$ 인 경우이므로 4 번 중 -1 이 3 번 나오는 경우는
$(-1,-1,-1,2), (-1,-1,2,-1), (-1,2,-1,-1), (2,-1,-1,-1)$ 의 네가지 이다.
따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ 이다.

47. 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD 의 점 A 위치에서 출발한 점 P 는 동전을 던져서 앞면이 나오면 시계반대방향으로 1 만큼 움직이고 뒷면이 나오면 시계방향으로 1 만큼 움직인다. 동전을 다섯 번 던졌을 때, 다섯 번만에 점 P 가 점 D 에 도착하게 될 확률을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{8}$

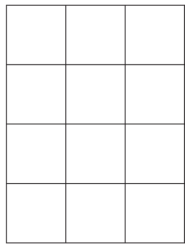
해설

동전을 5 번 던져 나올 수 있는 경우의 수는 $2^5 = 32$ (가지) 이다. 다섯 번 이전에 D 에 도착하는 경우는 제외하여야 하므로 다섯 번 만에 도착할 수 있는 경우의 수는

(앞, 앞, 뒤, 앞, 앞), (앞, 뒤, 앞, 앞, 앞), (앞, 앞, 뒤, 뒤, 뒤), (앞, 뒤, 앞, 뒤, 뒤) 로 4 가지가 있다.

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ 이다.

48. 다음 도형은 12 개의 작은 정사각형을 붙여 만든 도형이다. 이 도형의 선분으로 만들 수 있는 직사각형이 정사각형이 될 확률을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

만들 수 있는 직사각형의 개수는

$\frac{4 \times 3}{2} \times \frac{5 \times 4}{2} = 60$ (가지)

만들 수 있는 정사각형의 개수는

$3 \times 4 + 2 \times 3 + 2 = 20$ (가지)

따라서 직사각형이 정사각형이 될 확률은 $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ 이다.

49. 남자 세 명과 여자 네 명으로 구성된 동아리가 있다. 이들을 일렬로 세울 때, 여자 네 명은 항상 떨어져 있을 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{35}$

해설

7 명의 동아리 구성원을 일렬로 세우는 모든 경우의 수는 7! 가지 이다.

○남 ○ 남 ○ 남○ 의 4 개의 자리에 여자 네 명을 일렬로 세우면 여자들은 각각 떨어져 있게 되므로 4! 가지 이다.

또 남자 세 명을 일렬로 세우는 방법은 3! 가지 이므로 구하는 확률은 $\frac{4!3!}{7!} = \frac{1}{35}$

50. 주머니 속에 검은 바둑돌과 흰 바둑돌이 들어있다. 이 중 검은 바둑돌을 하나 뺀 후 이 주머니에서 바둑돌 하나를 꺼낼 때, 흰 바둑돌일 확률은 0.4 이고, 흰 바둑돌을 하나 뺀 후 이 주머니에서 바둑돌 하나를 꺼낼 때, 검은 바둑돌일 확률은 $\frac{2}{3}$ 이다. 주머니 속에 원래 들어있는 바둑돌의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

검은 바둑돌의 개수를 x 개, 흰 바둑돌의 개수를 y 개라 하면

$\frac{y}{x+y-1} = \frac{4}{10}$ 에서

$4x + 4y - 4 = 10y$

$4x - 6y = 4 \cdots$ ㉠

$\frac{x}{x+y-1} = \frac{2}{3}$

$2x + 2y - 2 = 3x$

$-x + 2y = 2 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 10$, $y = 6$

따라서 주머니 속에 원래 들어있는 바둑돌의 개수는 $10 + 6 = 16$ (개)이다.

51. 집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합을 만들 때, 그 부분집합의 원소가 홀수로 이루어질 확률은?

[배점 5, 상하]

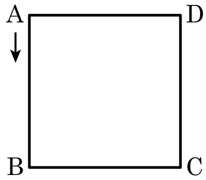
① $\frac{5}{32}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{7}{16}$ ④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)이고, 이중에서 홀수인 원소는 1, 3, 5 이므로 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$(개)이다. 그러나 공집합($\varnothing$) 은 빼야 하므로 7 개이다.

따라서 구하려는 확률은 $\frac{7}{32}$ 이다.

52. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 □ABCD 의 꼭지점 A 에서 출발하여 사각형의 변을 따라 화살표 방향으로 점이 이동한다고 하자. 예를 들어, 주사위를 던져 5가 나왔다면 점이 A → B → C → D → A → B 의 순서로 이동하여 B 의 위치에 놓이게 된다. 주사위를 두 번 던져 점 D에 올 확률을 구하여라. (단, 두 번째 던질 때는 첫 번째 던져 도달한 점을 출발점으로 한다.)



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{18}$

해설

주사위를 두 번 던져 나올 수 있는 모든 경우의 수 36가지

주사위를 두 번 던져 D 의 위치에 오려면

두 눈의 합이 3, 7, 11 이어야 한다.

$(1, 2),\ (2, 1),\ (1, 6),\ (2, 5),\ (3, 4),\ (4, 3),\ (5, 2),\ (6, 1),\ (5, 6),\ (6, 5)$ 의 10가지

따라서 확률은 $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

53. 0, 1, 2, 3 의 숫자가 적힌 카드가 4장이 있다. 이 중 3장을 뽑아서 세 자리 수를 만들 때, 홀수일 확률을 구하여라.

[배점 6, 상중]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{3}{9}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

해설

전체 경우 : $3 \times 3 \times 2 = 18$(가지)

홀수인 세 자리 수 :

102, 120, 130, 132, 210, 230, 302, 310, 312, 320

이므로 8가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

54. 정이십면체의 각 면에 1부터 20까지의 수가 적혀 있다. 정이십면체를 두 번 던져서 바닥에 닿은 면의 수를 각각 a, b 라 할 때, 원점과 점 (a, b) 를 지나는 직선의 기울기가 1보다 클 경우의 수를 쓰고, 그 확률을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 190가지 , $\frac{19}{40}$

해설

모든 경우의 수 : $20 \times 20 = 400$ (가지)

$a < b$일 경우의 수 : $(20 \times 20 - 20) \div 2 = 190$ (가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{190}{400} = \frac{19}{40}$ 이다.

55. 다음은 어떤 네 자리 수를 맞히기 위한 힌트이다. 힌트 2 까지만 보고 이 네 자리 수를 3 번의 기회 이내에 맞히면 보너스 점수가 주어진다고 할 때, 보너스 점수를 탈 확률을 구하여라.

힌트 1 : 일의 자리 숫자는 0 이다.

힌트 2 : 백의 자리 숫자는 천의 자리 숫자보다 크고, 십의 자리 숫자보다 작다.

힌트 3 : 각 자리 숫자의 합은 7 이다.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{28}$

해설

네 자리 수가 $abc0$ $(a < b < c)$ 의 꼴이므로 1, 2, 3, 4,

5, 6, 7, 8, 9 의 9 개의 숫자 중 3 개를 선택하면 a, b, c 는 순서가 정해진다.

이러한 네 자리 수를 만드는 방법의 수는 $\frac{9 \times 8 \times 7}{3!} = 84$ (가지)

이때, 3 번의 기회가 있으므로 각 회에 맞출 확률은 다음과 같다.

(1) 첫 번째 기회에 맞힐 확률$= \frac{1}{84}$

(2) 두 번째 기회에 맞힐 확률$= \frac{83}{84} \times \frac{1}{83} = \frac{1}{84}$

(3) 세 번째 기회에 맞힐 확률$= \frac{83}{84} \times \frac{82}{83} \times \frac{1}{82} = \frac{1}{84}$

따라서 (1), (2), (3)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{84} + \frac{1}{84} + \frac{1}{84} = \frac{1}{28}$ 이다.

56. 정사각형 ABCD 에서 점 P 는 점 A 에서 출발하여 동전을 던져 앞이 나오면 시계 방향으로 한 칸 이동하고 뒤가 나오면 시계 반대 방향으로 한 칸 이동한다. 점 Q 는 동전을 던져 점 C 에서 출발하여 점 P 가 이동하는 방식과 같은 방식으로 이동한다. 동전을 한 번 던져서 점 P 가 이동하고 다시 한 번 던져서 점 Q 가 이동하는 것을 1 회로 본다. 이러한 시도를 2 회했을 때, 2 회 이내에 점 P 와 Q 가 같은 위치에 올 확률을 구하여라. (단, 같은 위치에 오면 더 이상 동전을 던지지 않는다.)

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{8}$

해설

동전을 던져 앞이 나올 확률과 뒤가 나올 확률은 각각 $\frac{1}{2}$ 이다.

(1) 1 회에 같은 위치에 올 확률

1) 점 P 와 점 Q 가 모두 D 에 올 확률 : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

2) 점 P 와 점 Q 가 모두 B 에 올 확률 : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(2) 2 회에 같은 위치에 올 확률

1) 점 P 와 점 Q 가 모두 A 에 올 확률 :

점 P 와 점 Q 가 1 회에 점D 에서 만나는 경우는 제외해야 하므로

점 P 는 앞 → 뒤, 점Q 는 앞 → 앞 인 경우이다.

$\therefore \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

2) 점 P 와 점 Q 가 모두 C 에 올 확률 :

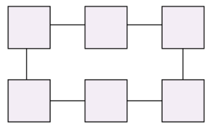
점 P 와 점 Q 가 1 회에 점B 에서 만나는 경우는 제외해야 하므로

점 P 는 앞 → 앞, 점 Q 는 앞 → 뒤 인 경우이다.

$\therefore \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

따라서 (1), (2)에 의하여 $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{5}{8}$ 이다.

57. 다음과 같은 6 개의 빈 칸 중 한 칸에 있는 어떤 개미가 인접한 칸으로 이동할 확률은 각각 $\frac{1}{2}$ 이다. 이 개미가 10 번 이동하여 원래 칸으로 돌아올 확률을 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{171}{512}$

해설

인접한 칸으로 이동하는 것을 1 만큼 이동했다고 보고, 시계방향으로 1 만큼 이동한 것을 시계반대 방향으로 5 만큼 이동했다고 생각하자.

개미가 시계반대방향으로 1 만큼 a 번 이동하고, 시계방향으로 1 만큼 b 번 이동하였다고 하면(a, b 는 자연수) 다시 제자리로 돌아와야 하므로

$a+5b=6k\cdots$ ㉠ (단, k 는 자연수이다.)

또 10 번 이동하므로

$a+b=10\cdots$ ㉡

㉡에서 $a=10-b$ 를 ㉠에 대입하면

$10-b+5b=6k$, $4b=6k-10$

한편 k 는 자연수이므로 위의 식에 $1,\ 2,\ 3,\cdots$ 을 대입하면

$b=2,\ 5,\ 8$ ($\because$ ㉡으로부터 $b\le 10$)

$\therefore (a,\ b)=(2,\ 8),\ (5,\ 5),\ (8,\ 2)$

이때, $a=2$, $b=8$ 인 경우는 시계 반대 방향으로 1 만큼 이동하는 것을 2 번 선택하면 나머지 8 번은 모두 시계 반대 방향으로 5 만큼 이동하면 되므로 그 경우의 수는

$\frac{10\times 9}{2!}=45$ (가지)

또한 $a=5$, $b=5$ 인 경우는 시계 반대 방향으로 1 만큼 이동하는 것을 5 번 선택하면 나머지 5 번은 모두 시계 반대 방향으로 5 만큼 이동하면 되므로 그 경우의 수는

$\frac{10\times 9\times 8\times 7\times 6}{5!}=252$ (가지)

마찬가지로 $a=8$, $b=2$ 인 경우에도 $b=2$ 인 경우를 선택하면 되므로 그 경우의 수는

$\frac{10\times 9}{2!}=45$ (가지)

따라서 구하는 확률은 $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\times(45+252+45)=\frac{1}{2^{10}}\times 342=\frac{171}{512}$ 이다.

58. 세 집합 U, A, B 가 있다. 집합 $U=\{a,\ b,\ c,\ d\}$ 이고 $B \subset A \subset U$ 가 성립할 때, B 의 원소가 1개 이하일 확률을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{27}$

해설

집합 U 의 부분집합인 집합 B 의 원소는 0 개부터 4개 까지 가능하고 각각의 경우에 집합 U 의 부분집합인 집합 A 의 개수를 고려한다.

(1) $n(B)=0$ 일 때

집합 B 는 공집합 1 개뿐이고, 집합 A 의 개수는 $2^4=16$ 개이므로, $(B,\ A)$ 의 개수는 16 개

(2) $n(B)=1$ 일 때

집합 B 의 개수는 U 의 원소 중 1 개를 뽑는 것과 같으므로 4 개이고, 집합 A 의 개수는 $2^3=8$ 개이므로 $(B,\ A)$ 의 개수는 $4\times 8=32$ (개)

(3) $n(B)=2$ 일 때

집합 B 의 개수는 U 의 원소 중 2 개를 뽑는 것과 같으므로 $\frac{4\times 3}{2}=6$ (개)이고, 집합 A 의 개수는 $2^2=4$ 개이므로 $(B,\ A)$ 의 개수는 $6\times 4=24$ (개)

(4) $n(B)=3$ 일 때

집합 B 의 개수는 U 의 원소 중 3 개를 뽑는 것과 같으므로 $\frac{4\times 3\times 2}{3\times 2\times 1}=4$ (개)이고, 집합 A 의 개수는 $2^1=2$ 개이므로 $(B,\ A)$ 의 개수는 $4\times 2=8$ (개)

(5) $n(B)=4$ 일 때

집합 B 의 개수는 U 의 원소 중 4 개를 뽑는 것과 같으므로 $\frac{4\times 3\times 2}{4\times 3\times 2\times 1}=1$ (개)이고, 집합 A 의 개수는 $2^0=1$ 개이므로 $(B,\ A)$ 의 개수는 $1\times 1=1$ (개)

(1) ~ (5)에서 $(A,\ B)$ 의 개수는 $16+32+24+8+1=81$ (개)

이때, $n(B)\le 1$ 인 $(B,\ A)$ 의 개수는 $16+32=48$ (개)

따라서 구하는 확률은 $\frac{48}{81}=\frac{16}{27}$ 이다.

59. 동전을 n 번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수를 X 라 하고 3 개의 일의 자리 자연수를 임의로 선택하여 만들 수 있는 m 자리 자연수의 개수를 Y 라 한다. n, m 은 100 이하의 자연수이고 x, y 는 각각 X 와 Y 의 일의 자리의 숫자를 나타낸다고 할 때, xy 가 홀수일 확률을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

동전을 n 번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수를 X 라 하고 3 개의 일의 자리 자연수를 임의로 선택하여 만들 수 있는 m 자리 자연수의 개수를 Y 라 하면

$X=2^1,\ 2^2,\ 2^3,\ \cdots,\ 2^{100}$

$Y=3^1,\ 3^2,\ 3^3,\ \cdots,\ 3^{100}$ 이다.

x, y 는 각각 X 와 Y 의 일의 자리의 숫자를 나타낸다고 하면

$x=2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6, \cdots, 2, 4, 8, 6$

$y=3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, \cdots, 3, 9, 7, 1$

(짝수) $\times$ (홀수) $=$ (짝수) 이므로 xy 가 홀수가 될 수 있는 경우는 없다.

구하는 확률도 0 이다.

60. 0, 1, 2, 3, 4 의 숫자가 적힌 5 장의 카드에서 임의로 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들 때, 35 미만일 확률은? [배점 6, 상중]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

해설

5 장의 카드로 만들 수 있는 두 자리 정수는 $4\times 4=16$ (가지)이다. 35이상인 경우를 찾으면 40, 41, 42, 43이다.

따라서 35미만일 확률은 $1-\frac{4}{16}=\frac{3}{4}$ 이다.