

단원 종합 평가

1. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{3, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 A^c 은? [배점 2, 하중]

- ① $\{3, 5, 6, 7\}$
- ② $\{2, 4, 6, 8\}$
- ③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- ④ $\{1, 2, 4, 8, 9\}$
- ⑤ $\{1, 2, 4, 8, 9, 10\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A^c = U - A = \{1, 2, 4, 8, 9, 10\}$$

2. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉣ 마른 사람의 모임
- ㉤ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉥ 100 보다 작은 짝수의 모임

[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉣, ㉤
- ④ ㉠, ㉣, ㉥
- ⑤ ㉠, ㉣, ㉥

해설

- ㉠ : 11, 13, 15, ...
- ㉡ : 월, 화, 수, ... , 일
- ㉢ : 2, 4, 6, ... , 94, 96, 98
- ㉣, ㉤, ㉥은 기준이 분명하지 않다.

3. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① 13 은 소수이다.
- ② 52 는 합성수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 짝수인 소수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2 개이다.

해설

- ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ④ 2 는 짝수이면서 소수이다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2, 3 으로 2 개이다.

4. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 2, 하중]

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 모든 수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ④ 가장 작은 소수는 3 이다.
- ⑤ 4 와 9 는 서로소이다.

해설

- ② 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.
- ③ 1 의 약수는 1 뿐이다.
- ④ 가장 작은 소수는 2 이다.

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 2, 하중]

- ① $10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
- ② $111110_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
- ③ $1001001_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2$
- ④ $1111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
- ⑤ $1010_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2$

해설

- ② $111110_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$
- ③ $1001001_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1$
- ④ $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

6. 다음 중 무한집합인 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\{a, b\}$
- ② $\emptyset$
- ③ $\{x | x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x | x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{12\}$: 유한집합
- ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

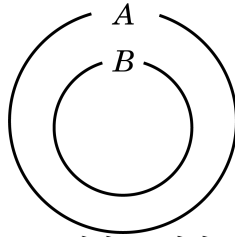
7. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 한국 사람들의 모임
- ② 9 이하의 짝수의 모임
- ③ 10 과 17 사이의 수 중 분모가 2 인 기약분수의 모임
- ④ 3 보다 조금 큰 수의 모임
- ⑤ 5 로 나누었을 때 나머지가 4 인 자연수의 모임

해설

④ ‘조금’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

8. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{x | x \text{는 } 28 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



[배점 3, 하상]

- ① $\{\emptyset\}$
- ② $\{7, 14\}$
- ③ $\{1, 14, 21\}$
- ④ $\{7, 14, 21\}$
- ⑤ $\{7, 14, 21, 28\}$

해설

$A = \{7, 14, 21\}$ 이고 $B \subset A$ 이어야 한다.

① $\emptyset \notin A$ 이므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

9. 두 자연수의 최소공배수가 24 일 때, 두 수의 공배수 중 100 이하인 것을 모두 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 24

▷ 정답: 48

▷ 정답: 72

▷ 정답: 96

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 24 의 배수들 중 100 이하인 수를 찾는다.

10. 1 부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 47 개

해설

1 부터 100 까지의 자연수 중에서 3 의 배수를 A_3 , 5 의 배수를 A_5 라 할 때, $100 = 3 \times 33 + 1$, $100 = 5 \times 20$ $n(A_3) = 33$, $n(A_5) = 20$ $n(A_3 \cap A_5) = n(A_{15}) = 6$, 3 의 배수이거나 5 의 배수인 수의 갯수 $n(A_3 \cup A_5) = n(A_3) + n(A_5) - n(A_{15}) = 33 + 20 - 6 = 47(\text{개})$

11. 세 수 16, 6, 2×3^2 의 공배수 중 300에 가장 가까운 수는?
[배점 3, 하상]

- ① 308 ② 302 ③ 295
④ 291 ⑤ 288

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로 세 수의 공배수는 144의 배수가 된다.
따라서 144, 288, 432, ... 중 300에 가장 가까운 수를 찾는다.

12. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\} \subset \{1, 2, 3\}$
㉡ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
㉢ $0 \in \emptyset$
㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
㉤ $\emptyset \subset \{1\}$
㉥ $\emptyset \subset \emptyset$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉤

▷ 정답: ㉥

해설

- ㉠ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$ 에서 집합과 집합 사이의 관계는 $\subset$ 를 써야한다.
㉢ $0 \in \emptyset$ 에서는 $\emptyset \subset \{0\}$ 이어야 한다.
㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에서는 $\subset$ 를 써야한다.
㉥ 공집합($\emptyset$)은 모든 집합의 부분집합이다.

13. 다음 중 부분집합의 갯수가 32 개 인 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $\{1, 2, 3\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 22 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 이하의 자연수}\}$

해설

- ① $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ② $\{x \mid x \text{는 } 22 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\} = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$ (개)
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 홀수}\} = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

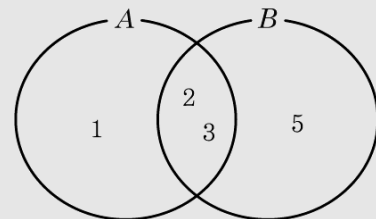
14. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 3, 중하]

- ① $\emptyset^c = U$
- ② $U^c = U$
- ③ $(A^c)^c = U$
- ④ $A - B = A - (A \cap B)$
- ⑤ $A - B = B - A$

해설 $= \emptyset$

- ③ $(A^c)^c = A$
- ⑤ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $A - B = \{1\}, B - A = \{5\}$ 따라서 $A - B \neq B - A$



15. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

[배점 3, 중하]

- ① 507 에서 10^2 의 자리의 수는 5 이다.
 ② $7 \times 10^3 + 8 \times 10 + 6 \times 1$ 을 십진법으로 나타내면 70086 이다.
 ③ $60008 = 6 \times 10^4 + 8 \times 1$
 ④ $82700 = 8 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10$
 ⑤ $3 \times 10^4 + 6 \times 10^2 + 4 \times 1$ 을 십진법으로 나타내면 30640 이다.

해설

- ② $7 \times 10^3 + 8 \times 10 + 6 \times 1$ 을 십진법으로 나타내면 7086 이다.
 ④ $82700 = 8 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 7 \times 10^2$
 ⑤ $3 \times 10^4 + 6 \times 10^2 + 4 \times 1$ 을 십진법으로 나타내면 30604 이다.

16. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 5×2^3 ② 80
 ③ $2^3 \times 3 \times 5$ ④ 125
 ⑤ 225

해설

- ② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.
 ④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.
 ⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

17. 소인수분해를 이용하여 세 수 12, 36, 40 의 최소공배수를 구하여라.
 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 3 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

$\therefore 12 = 2^2 \times 3$ $\therefore 36 = 2^2 \times 3^2$ $\therefore 40 = 2^3 \times 5$
 따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$ 이다.

18. 다음 보기 중 집합인 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 4 보다 작은 자연수의 모임
 ㉡ 피아노를 잘 치는 사람의 모임
 ㉢ 1 보다 크고 2 보다 작은 자연수의 모임
 ㉣ 7 의 배수의 모임
 ㉤ 수 30341 에 나타나 있는 숫자의 모임

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉡ '잘치는' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

19. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중 원소가 2 개인 집합은 a 개이고, 원소가 5 개인 집합은 b 개이다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 42

해설

집합 A 의 원소 2 개를 짝짓는 방법은
 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 6\},$
 $\{1, 7\},$
 $\{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{2, 6\}, \{2, 7\},$
 $\{3, 4\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{3, 7\}$
 $\{4, 5\}, \{4, 6\}, \{4, 7\}$
 $\{5, 6\}, \{5, 7\},$
 $\{6, 7\}$

따라서, 원소가 2 개인 부분집합의 개수는
 $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ (개) 이다.

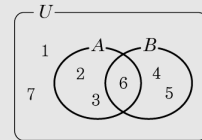
집합 A 의 부분집합 중 원소가 5 개인 집합은 원소 2 개를 짝짓고 남은 5 개의 원소를 원소로 갖는 집합이므로 원소가 2 개인 부분집합의 개수와 같은 개수의 부분집합이 만들어진다. 즉 21 개가 된다.
 $a = 21, b = 21$ 이므로 $a + b = 42$

20. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 8 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{2, 3\}, B - A = \{4, 5\}, A \cap B = \{6\}$ 일 때,
 $A^c \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 7\}$ ② $\{7, 8\}$ ③ $\{1, 5, 8\}$
 ④ $\{1, 5, 8\}$ ⑤ $\{1, 7, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로 $(A \cup B)^c = (\{2, 3, 4, 5, 6\})^c = \{1, 7\}$ 이다.



21. 세 자연수 2, 3, 4 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 세 자리의 자연수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라 [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 888

해설

구하는 수는 (2, 3, 4의 공배수) + 1 의 꼴이고
 2, 3, 4 의 최소공배수를 구하면 12 이다.
 세 자리 자연수 중 가장 작은 12 의 배수는 108 ,
 세 자리 자연수 중 가장 큰 12 의 배수는 996 이다.
 구하는 가장 작은 자연수는 $108 + 1 = 109$,
 가장 큰 자연수는 $996 + 1 = 997$ 이다.
 따라서 두 수의 차는 $997 - 109 = 888$ 이다.

22. 세 수 72, 84, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는?

[배점 4, 중중]

- ① $2^2 \times 3^2$ ② 24 ③ $2^2 \times 3$
 ④ 18 ⑤ 2×3

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $2^2 \times 3^2$ 이므로
 최대공약수는 $2^2 \times 3$

23. 세 집합 A , B , C 에 대하여 $n(A) = 15$, $n(B) = 8$, $n(C) = 7$, $n(A \cap B) = 3$, $n(B \cap C) = 12$, $A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

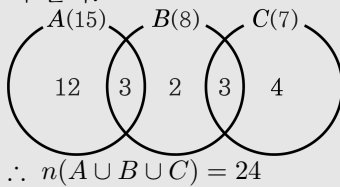
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



24. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 4, 6을 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 64개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 4, 6을 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-2} (개)이다.

$$2^{n-2} = 64, 2^{n-2} = 2^6$$

$$n - 2 = 6 \text{ 이므로 } n = 8$$

25. 216을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

$$\text{따라서 } a = 3, b = 3, c = 3$$

$$a + b + c = 9$$