

단원 종합 평가

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ {전자레인지, 전화기, 화분, 침대, 이불} = $\{x \mid x \text{는 전자제품}\}$
- ㉡ $\{1, 2, 3, 4\} = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지가}\}$
- ㉢ {매화, 난초, 국화, 대나무} = $\{x \mid x \text{는 사군자의 이름}\}$
- ㉣ $\{0 \text{과 } 1 \text{ 사이의 분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$
- ㉤ $\{1, 3, 17, 51\} = \{x \mid x \text{는 } 51 \text{의 약수}\}$
- ㉥ {징, 장구, 북, 팽과리} = $\{x \mid x \text{는 사물놀이}\}$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉢, ㉣, ㉤ ③ ㉠, ㉡, ㉤
- ④ ㉠, ㉢, ㉤ ⑤ ㉡, ㉤

해설

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지가}\}$ 는 $\{0, 1, 2, 3\}$ 이다.
- ㉣ $\{0 \text{과 } 1 \text{ 사이의 분수}\}$ 는 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이다.

2. 다음 보기는 소설책들의 제목이다. 이 제목들에 들어 있는 자음의 모임을 집합 A , 모음의 모임을 집합 B 라고 할 때, $n(A)$, $n(B)$ 를 구하여라.

보기

봄봄, 바람과 함께 사라지다, 무궁화 꽃이 피었습니다, 삼국지, 어린 왕자

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $n(A) = 14$

▷ 정답: $n(B) = 8$

해설

$A = \{\text{ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ, ㅂ, ㅅ, ㅇ, ㅈ, ㅊ, ㅌ, ㅎ, ㅍ, ㅋ}\}$
 $B = \{\text{ㅏ, ㅑ, ㅓ, ㅕ, ㅗ, ㅛ, ㅜ, ㅠ}\}$

3. 교내 수학 퀴즈 대회에서 마지막 남은 5명의 학생에게 다음과 같은 문제가 주어졌다. 5명의 학생이 각각 다음과 같이 답을 썼을 때, 오답으로 탈락하는 학생은 누구인지 말하여라.

문제) 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 두 집합 사이의 관계를 다른 방법으로 표현하여라.

은서 : $A \cup B = B$

준서 : $A \cap B = A$

성수 : $B - A = \emptyset$

윤호 : $B^c \subset A^c$

대성 : $A \cap B^c = \emptyset$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 성수

해설

$A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$, $A - B = \emptyset$, $B^c \subset A^c$, $A \cap B^c = \emptyset$ 이다.

4. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{보다 큰 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가?

보기

㉠ A 는 무한집합이다.

㉡ A 는 유한집합이다.

㉢ $A = \{1, 2, 4\}$

㉣ $A = \emptyset$

㉤ $A = \{\emptyset\}$

㉥ $A = \{0\}$

㉦ $n(A) = 1$

㉧ $n(A) = 0$

[배점 3, 중하]

① ㉠, ㉢, ㉦

② ㉡, ㉢, ㉧

③ ㉠, ㉣, ㉧

④ ㉡, ㉣, ㉧

⑤ ㉡, ㉣, ㉦

해설

4 의 약수 : 1, 2, 4

8 의 배수 : 8, 16, 24, ...

따라서 8 보다 큰 4 의 약수는 없다.

즉 $A = \emptyset$ 이다.

5. $5 \times a, 3 \times a, 2 \times a$ 의 세 자연수의 최소공배수가 330 일 때, a 가 될 수 있는 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = 11$

해설

$$\begin{array}{r} \square) \quad 5 \times \square \quad 3 \times \square \quad 2 \times \square \\ \quad \quad \quad 5 \quad \quad 3 \\ 5 \times 3 \times 2 \times a = 330 \\ \therefore a = 11 \end{array}$$

6. 어느 반 학생 35 명을 대상으로 제주도 여행을 해 본 학생과 울릉도 여행을 해 본 학생 수를 조사하였다. 제주도 여행을 해 본 학생이 28 명, 울릉도 여행을 해 본 학생이 12 명, 제주도 여행과 울릉도 여행을 모두 못해 본 학생이 4 명일 때, 제주도 여행과 울릉도 여행 중 한 가지만 해 본 학생 수는? [배점 4, 중중]

- ① 20 명 ② 21 명 ③ 22 명
④ 23 명 ⑤ 24 명

해설

$$\begin{aligned} n(U) &= 35, n(A) = 28, n(B) = 12, n((A \cup B)^c) = 4 \text{ 이다. } n(A \cup B) = \\ n(U) - n((A \cup B)^c) &= 35 - 4 = 31, \\ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) = \\ 28 + 12 - 31 &= 9 \text{ 이다. } \\ n((A - B) \cup (B - A)) &= n(A \cup B) - \\ n(A \cap B) &= 31 - 9 = 22 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

7. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분 집합

$A = \{x | x \text{는 } 7 \text{보다 작은 홀수}\}, B = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① {3} ② {5} ③ {1, 2}
④ {2, 3} ⑤ {3, 5}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 5\} - \{1, 2, 4\} = \{3, 5\}$ 이다.

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 45 \text{의 약수}\}, B = \{x | x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A \cap B$ 는 45 와 75 의 공약수이다.
 $45 = 3^2 \times 5, 75 = 3 \times 5^2$
45 와 75 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$
공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$

9. 켜져 있는 전구는 1, 꺼져 있는 전구는 0 이라 하면 3개의 전구로 0, 1, 2, ..., 7 까지의 수를 모두 나타낼 수 있다. 이와 같은 방법으로 29 를 나타내려면 적어도 몇 개의 전구가 필요한가? [배점 4, 중중]

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개
④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$29 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
 $= 11101_{(2)}$
 다섯 자리 수이므로 적어도 5 개의 전구가 필요하다.

10. $2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 2×3 ② $2^2 \times 7$ ③ 3^2
④ 3×7 ⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$(2^2 \times 3 \times 7 \text{의 약수})$ 는 $(2^2 \text{의 약수}) \times (3 \text{의 약수}) \times (7 \text{의 약수})$ 이다.

11. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 이므로 남은 원소는 2, 5 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

12. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, b, c\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

a 는 2 와 4 의 배수이면서 약수의 개수가 4 개인 수이므로 8 이다.

$\therefore b = 1, c = 8$ 또는 $b = 8, c = 1$

$\therefore a + b + c = 8 + 1 + 8 = 17$

13. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, B 에 대하여 집합 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 9\}$ 를 만족하는 집합 B 는?
[배점 5, 중상]

- ① $\{2, 3, 4\}$ ② $\{3, 4, 5\}$
③ $\{3, 4, 5, 6\}$ ④ $\{3, 4, 5, 7\}$
⑤ $\{3, 4, 5, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ 이다.
따라서 집합 $B = \{3, 4, 5, 9\}$ 이다.

14. 가로, 세로, 높이가 각각 45 cm, 60 cm, 90 cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자를 넣으려고 한다. 과자 상자를 될 수 있는 한 적게 사용하려고 할 때, 상자의 한 모서리의 길이와 상자의 개수를 차례대로 구하여라.
[배점 5, 중상]

- ▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : 15 cm
▷ 정답 : 72 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm 라 할 때,
 $45 = x \times \square$, $60 = x \times \triangle$, $90 = x \times \bigcirc$
 x 는 45와 60, 90 의 최대공약수
 $45 = 3^2 \times 5$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
 $\therefore x = 3 \times 5 = 15$ (cm)
 $45 = 15 \times 3$, $60 = 15 \times 4$, $90 = 15 \times 6$
 $\therefore 3 \times 4 \times 6 = 72$ (개)

15. 360 의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)
[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2, b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 3$

16. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이다. 이 때 n 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

- ▶ 답 :
▷ 정답 : 20

해설

$2^{17} \times 5^{20} = 5^3 \times 10^{17}$ 이고, $5^3 = 125$ 이므로 세 자리의 수이다. 따라서 n 은 $3 + 17 = 20$ 이다.

17. 1 부터 100 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 100$ 에서 2의 배수의 개수 :

50 개

2^2 의 배수의 개수 : 25 개

2^3 의 배수의 개수 : 12 개

2^4 의 배수의 개수 : 6 개

2^5 의 배수의 개수 : 3 개

2^6 의 배수의 개수 : 1 개이고,

5 의 배수의 개수 : 20 개

5^2 의 배수의 개수 : 4 개이므로

$$\begin{aligned} \therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 100 &= 2^{97} \times 5^{24} \times \dots \\ &= A \times (2 \times 5)^{24} \end{aligned}$$

$$\therefore n = 24$$

18. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9 쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1 쌍이 될 수 있다.

$$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9(\text{쌍})$$

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 서로 같은 집합을 고르면?

㉠ A	㉡ $B - A$
㉢ $A \cap B$	㉣ $\emptyset$
㉤ $A - B^c$	㉥ $A^c \cup B^c$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉤

해설

$A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$,
 $A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B = A$
 따라서 ㉠, ㉢, ㉤ 이 A 로 같다.

20. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 한국인}\}$, $B = \{x|x \text{는 학생}\}$, $C = \{x|x \text{는 여자}\}$ 에 대하여 한국의 남학생을 나타내는 집합을 모두 고르면?

[배점 5, 상하]

① $(A \cup B) - C$

② $A \cup B \cup C$

③ $(A \cap B) - C$

④ $A \cap B \cap C^c$

⑤ $(A - B)^c \cap C^c$

해설

한국 학생 중 여학생을 뺀 것 또는 한국 학생 중 여자가 아닌 사람이므로
 $(A \cap B) - C$ 또는 $A \cap B \cap C^c$ 이다.

21. 전체집합 U

$= \{(n, n+1, n+2) | n \text{은 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 A

$= \{(n, n+1, n+2) | n + (n+1) + n+2 = 18k\}$
 $\{k \text{는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A^c)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 84

해설

$$n + (n+1) + n+2 = 18k$$

$\rightarrow 3n + 3 = 18k \rightarrow n = 6k - 1 \rightarrow n$ 은 6 으로 나누어서 나머지가 5 인 수이다.

100 이하의 수 중 6 으로 나누어서 나머지가 5 인 수는 모두 16 개이므로,

$$n(A) = 12, n(U) = 100 \text{ 이다.}$$

$$\therefore n(A^c) = 100 - 16 = 84$$

22. $1abc_{(2)}$ 과 $1de00_{(2)}$ 의 공약수 중 하나가 6일 때, $a + b + c + d + e$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$1abc_{(2)}$ 가 2 의 배수이므로 $c = 0$ 이다.

$$1ab0_{(2)} = 1 \times 2^3 + a \times 2^2 + b \times 2$$

(a, b 는 0 또는 1)

$8 + a \times 4 + b \times 2$ 가 3 의 배수이므로

$a = 1, b = 0$ 이다.

$$1de00_{(2)} = 1 \times 2^4 + d \times 2^3 + e \times 2^2$$

$16 + d \times 8 + e \times 4$ 가 3 의 배수이므로

$d = 1, e = 0$ 이다.

$$\therefore a + b + c + d + e = 1 + 0 + 0 + 1 + 0 = 2$$

23. 1 부터 어떤 수까지의 자연수 중 k 의 배수를 원소로 하는 집합을 P_k 라고 정의한다. $n(P_3) = a$, $n(P_4) = b$, $n(P_{12}) = c$ 라고 할 때, $n((P_3 \cup P_6) \cup (P_2 \cap P_4))$ 를 a, b, c 로 나타내어라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b - c$

해설

$n(P_3) = a$, $n(P_4) = b$, $n(P_{12}) = c$ 라고 할 때

$$\begin{aligned} & n((P_3 \cup P_6) \cup (P_2 \cap P_4)) \\ &= n(P_3 \cup P_4) \\ &= n(P_3) + n(P_4) - n(P_{12}) \\ &= a + b - c \end{aligned}$$

24. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합 A 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, $n(A^c)$ 의 값을 구하여라.

- (가) $\{3, 4\} \subset A$
(나) $p \in A, q \in A$ 이면 $p + q \in A$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

3, 4 는 집합 A 의 원소이므로 이 수를 이용하여 집합 A 의 원소가 될 수 있는 수들을 나열해보면
3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 ...
따라서 $A^c = \{1, 2, 5\}$ 이고, $n(A^c) = 3$

25. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, d\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 를 모두 구해보고 그 개수를 구하여라.

$$B \subset X \subset A, B \neq X$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7 개

해설

집합 X 는 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중 a, d 를 항상 원소로 갖는 집합이고 B 가 아니므로

$\{a, b, d\}$, $\{a, c, d\}$, $\{a, d, e\}$,
 $\{a, b, c, d\}$, $\{a, b, d, e\}$,
 $\{a, c, d, e\}$, $\{a, b, c, d, e\}$ 의 7 개이다.