

단원 종합 평가

1. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = 0 \\ bx + ay = 3 \end{cases}$ 에서 잘못하여 a, b 를 바꾸어 놓고 풀었더니 $x = 1, y = 2$ 가 되었다. 이때, a, b 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① $a = 2, b = -1$ ② $a = 1, b = -2$
 ③ $a = -1, b = 2$ ④ $a = -2, b = 1$
 ⑤ $a = -2, b = -1$

해설

주어진 식에서 a, b 를 바꾸고,
 $\begin{cases} bx + ay = 0 & \dots\dots ① \\ ax + by = 3 & \dots\dots ② \end{cases}$ 에 $x = 1, y = 2$ 를 대입하여 연립하여 풀면
 $-3b = -6 \quad \therefore b = 2, a = -1$

2. 어느 학교의 금년의 학생 수는 작년에 비하여 남학생은 15% 늘고 여학생은 10% 줄어서, 전체 학생 수는 20 명이 늘어나 620 명이 되었다고 한다. 금년의 남학생 수와 여학생 수를 각각 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 남학생 : 368 명, 여학생 : 252 명
 ② 남학생 : 366 명, 여학생 : 254 명
 ③ 남학생 : 364 명, 여학생 : 256 명
 ④ 남학생 : 362 명, 여학생 : 258 명
 ⑤ 남학생 : 360 명, 여학생 : 260 명

해설

작년의 남학생 수를 x 명, 여학생 수를 y 명이라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 620 - 20 \\ \frac{15}{100}x - \frac{10}{100}y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 600 \\ 3x - 2y = 400 \end{cases}$$

$$\therefore x = 320, y = 280$$

따라서 금년의 남학생 수는 $320 + 320 \times \frac{15}{100} = 368(\text{명})$, 여학생 수는 $280 - 280 \times \frac{10}{100} = 252(\text{명})$ 이다.

3. 100L 들이 물통에 A 호스로 15 분, B 호스로 20 분 동안 물을 채우면 전체의 $\frac{3}{5}$ 이 채워지고, A 호스로 20 분, B 호스로 40 분 동안 채우면 가득 찬다고 한다. A 호스로만 가득 채우려면 몇 분이나 걸리겠는지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 50 분

해설

A 호스에서 나오는 물의 양을 $x(\text{L/분})$,
B 호스에서 나오는 물의 양을 $y(\text{L/분})$ 이라 하면

$$\begin{cases} 15x + 20y = 100 \times \frac{3}{5} \dots\dots ① \\ 20x + 40y = 100 \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 12 \dots\dots ①' \\ 2x + 4y = 10 \dots\dots ②' \end{cases}$$

①' - ②' 하면 $x = 2(\text{L/분})$
따라서 A 호스만으로는 $100 \div 2 = 50(\text{분})$ 이 걸린다.

4. 사과 3 개와 귤 4 개의 가격은 3900 원이고, 사과 1 개의 가격은 귤 1 개의 가격보다 600 원 비싸다고 한다. 사과 1 개와 귤 1 개의 가격의 합을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1200 원

해설

사과 한 개의 가격을 x 원, 귤 한 개의 가격을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} 3x + 4y = 3900 \dots (1) \\ x = y + 600 \dots (2) \end{cases}$$

(2)를 (1)에 대입하면 $3(y + 600) + 4y = 3900$

$$3y + 1800 + 4y = 3900$$

$$y = 300$$

$$x = y + 600 = 900$$

따라서 사과 1개와 귤 1개의 가격의 합은

$$900 + 300 = 1200(\text{원}) \text{이다.}$$

5. 두 집합 A, B 가 $A = \{(x, y) | x + y = 9, x, y \text{는 자연수}\}$,

$B = \{(x, y) | 2x + y = 11, x, y \text{는 자연수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

집합 A 의 x, y 값을 표로 나타내면

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	8	7	6	5	4	3	2	1

이고, 집합 B 의 x, y 값을 표로 나타내면

x	1	2	3	4	5	6
y	9	7	5	3	1	-1

이다. 따라서 x, y 값이 자연수인 순서쌍의 개수를 구하면

$$n(A) = 8, n(B) = 5 \text{ 이므로 } n(A) - n(B) = 3 \text{ 이다.}$$

6. 다음 중 x, y 에 관한 일차방정식이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

- (㉠) $y = 2x$
- (㉡) $x + y = 0$
- (㉢) $2x + 5 = y - 5$
- (㉣) $3x - 5 = 1$
- (㉤) $x - 4y = 2$
- (㉥) $2x - y + 1 = 0$
- (㉦) $2(x - y) = 3x - 2y + 3$
- (㉧) $2(x - y) = 5(x - y) + 1$
- (㉨) $(x + 1)(y - 1) = 0$
- (㉩) $0.2x + 3.4y = 0$
- (㉪) $2x = y + 5$
- (㉫) $2x + y = 2x - 1$
- (㉬) $3x = -y - 6$

[배점 3, 중하]

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개
- ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

정리한 식이 $ax + by + c = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0, a, b, c$ 는 상수) 의 꼴로 나타낼 수 없는 것을 찾으면 (㉢), (㉦), (㉨), (㉫)의 4 개이다.

7. 다음 중 연립방정식 $\frac{x+y+1}{4} = 3x+y-2=5$ 를 만족하는 정수 x, y 가 일차방정식 $ax+y=1$ 의 해일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{cases} \frac{x+y+1}{4} = 5 & \dots \textcircled{㉠} \\ 3x+y-2=5 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$
 에서 계수를 정수로 만들어 주기 위해 $4 \times \textcircled{㉠}$ 을 하면

$$\begin{cases} x+y+1=20 & \dots \textcircled{㉢} \\ 3x+y-2=5 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$
 이고 y 를 소거하기 위해 $\textcircled{㉢} - \textcircled{㉡}$ 하면 $x = -6$ 이고 이를 대입하면 $y = 25$ 이다.

따라서 연립방정식에서 구한 해를 일차방정식에 대입하면 $a \times (-6) + 25 = 1$ 이므로 $a = 4$ 이다.

8. 연립방정식 $\begin{cases} y = -2x - 3 \\ mx + 3y = 8m \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $4x = -3y - 11$ 을 만족시킬 때, m 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{15}{7}$

해설

$4x = -3y - 11$ 에 $y = -2x - 3$ 을 대입하면
 $4x = -3(-2x - 3) - 11$
 $4x = 6x + 9 - 11$
 $-2x = -2$
 $x = 1$
 $y = -2 \times 1 - 3 = -5$
 $mx + 3y = 8m$ 에 $(1, -5)$ 를 대입하면
 $m - 15 = 8m$
 $7m = -15$
 $\therefore m = -\frac{15}{7}$

9. 속력이 일정한 보트를 타고 거리가 20km 인 강을 거슬러 올라갈 때는 4 시간이 걸렸고, 강물을 따라 내려올 때는 2 시간이 걸렸다. 흐르지 않는 물에서의 배의 속력과 강물의 속력을 각각 구하여라 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 배의 속력 : 시속 7.5km

▶ 정답: 강물의 속력 : 시속 2.5km

해설

흐르지 않는 물에서 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km 라 하면
 $\begin{cases} 4(x - y) = 20 \\ 2(x + y) = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 4y = 20 \\ 4x + 4y = 40 \end{cases}$
 $\therefore 8x = 60$
 $\therefore x = 7.5, y = 2.5$

10. 두 일차방정식 $-x + y = 1$ 과 $ax - y = 5$ 를 만족하는 x 값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, 상수 $2a$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 13 ② 18 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$-x + y = 1$ 에 x 값 $\frac{1}{2}$ 을 대입하면 $-\frac{1}{2} + y = 1$ 이 나오고 $y = \frac{3}{2}$
따라서 $x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$ 을 $ax - y = 5$ 에 대입하면 $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2} = 5$ 가 나오고, $a = 13$ 이 된다.
 $\therefore 2a = 2 \times 13 = 26$

11. 두 집합 A, B 에서 $A = \{(x, y) \mid 4x + y = 13, x, y \text{는 자연수}\}$, $B = \{(x, y) \mid 4x - y = 3, x, y \text{는 자연수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는? [배점 4, 중중]

① $\{(1, 3)\}$ ② $\{(2, 5)\}$ ③ $\{(3, 1)\}$
④ $\{(4, 13)\}$ ⑤ $\{(5, 2)\}$

해설

$4x + y = 13$ 과 $4x - y = 3$ 을 모두 만족하는 (x, y) 를 구한다.

12. 5%의 소금물과 8%의 소금물을 섞어서 7%의 소금물 600g을 만들었다. 이때, 5% 소금물의 양을 x , 8% 소금물의 양을 y 로 놓고 연립방정식을 세우면?
[배점 4, 중중]

- ① $\begin{cases} x + y = 600 \\ \frac{5}{100}x + \frac{8}{100}y = \frac{7}{100} \end{cases}$
 ② $\begin{cases} 5x + 8y = 7 \\ \frac{x}{100} + \frac{y}{100} = 600 \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} x + y = 600 \\ \frac{5}{100}x + \frac{8}{100}y = 600 \times \frac{7}{100} \end{cases}$
 ④ $\begin{cases} 5x + 8y = 7 \\ \frac{5}{100}x + \frac{8}{100}y = 600 \times \frac{7}{100} \end{cases}$
 ⑤ $\begin{cases} x + y = \frac{7}{100} \\ \frac{5}{100}x + \frac{8}{100}y = 600 \end{cases}$

해설

(소금의 양) = $\frac{(\text{소금물의 농도})}{100} \times (\text{소금물의 양})$
 이므로
 $\frac{5}{100}x + \frac{8}{100}y = 600 \times \frac{7}{100}$ 와 같은식이 나온다.

13. 다음 중 일차방정식 $-2x + 5y = 3$ 의 해가 아닌 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $(-4, -1)$ ② $(1, 1)$
 ③ $(-1, \frac{1}{5})$ ④ $(\frac{7}{2}, 2)$
 ⑤ $(\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$

해설

⑤ $(\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$ 을 대입하면 $-2x + 5y = 3$ 을 만족하지 않는다.

14. 다음 중 x, y 가 자연수일 때, 그래프에 가장 많은 점이 나타나는 일차방정식을 고르면?
[배점 4, 중중]

- ① $x + y = 6$ ② $2x + 3y = 15$
 ③ $3x + 2y = 20$ ④ $2x + y = 10$
 ⑤ $x + 2y = 6$

해설

- ① $(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$
 ② $(6, 1), (3, 3)$
 ③ $(2, 7), (4, 4), (6, 1)$
 ④ $(1, 8), (2, 6), (3, 4), (4, 2)$
 ⑤ $(2, 2), (4, 1)$

15. 다음의 연립방정식을 가감법을 이용하여 풀었을 때, 이를 만족하는 해 (x, y) 가 제 4 사분면에 위치하는 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$
 ② $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} 5x + 3y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$
 ④ $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases}$
 ⑤ $\begin{cases} x - y = -1 \\ -3x + y = -5 \end{cases}$

해설

- ① $x = 0, y = 2$
 ② $x = 2, y = -1$
 ③ $x = 2, y = 0$
 ④ $x = 0, y = 2$
 ⑤ $x = 3, y = 4$

16. 만두 6 개와 튀김 4 개의 가격은 5000 원이고, 만두 1 개의 가격은 튀김 1 개의 가격보다 250 원 비싸다고 한다. 만두 1 개와 튀김 1 개의 가격의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 950 원

해설

만두 한 개의 가격을 x 원, 튀김 한 개의 가격을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} 6x + 4y = 5000 & \dots (1) \\ x = y + 250 & \dots (2) \end{cases}$$

(2)를 (1)에 대입하면

$$6(y + 250) + 4y = 5000$$

$$10y = 3500$$

$$y = 350$$

$$x = y + 250 = 600$$

따라서 만두 1 개와 튀김 1 개의 가격의 합은 $(600 \times 1) + (350 \times 1) = 950$ (원)이다.

17. 일차방정식 $2x + y = 6$ 의 해의 집합을 A 라고 하고,
일차방정식 $3x - y = 4$ 의 해의 집합을 B 라고 하자.

연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ 의 해의 집합을 C 라고

할 때, 다음 중 A, B, C 의 관계를 옳게 표시한 것은?

[배점 5, 중상]

① $C = A - B$ ② $C = A \cup B$

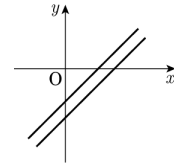
③ $A = B \cup C$ ④ $A = B \cap C$

⑤ $C = A - (A - B)$

해설

연립방정식의 해는 두 방정식의 공통된 해이므로
연립방정식의 해의 집합 C 는 두 일차방정식의 해
의 집합 A, B 의 교집합이다. 즉, $C = A - (A - B) = A \cap B$ 이다.

18. 다음 연립방정식 중 그 그래프가 다음 그래프와 비슷한
것은?



[배점 5, 중상]

① $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$

② $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ 6x - 2y = -4 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x + 4y = 2 \end{cases}$

해설

해가 없는 것을 찾는다.

① $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$ 은

$\begin{cases} 6x - 2y = 4 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$ 이므로 해가 없다.

19. 47km 의 올림픽 성화 봉송 구간에서 시속 18km 의 주자 봉송과 시속 40km 의 차량 봉송을 합하여 2 시간 걸렸다. 주자가 봉송한 구간과 차량이 봉송한 구간의 거리를 각각 차례대로 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27 km , 20 km

해설

주자가 봉송한 구간의 거리를 x km , 차량이 봉송한 구간의 거리를 y km 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 47 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{x}{18} + \frac{y}{40} = 2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2} \times 360 - \textcircled{1} \times 20$ 하면

$$20x + 9y = 720$$

$$-) \quad 20x + 20y = 940$$

$$-11y = -220$$

$$y = 20, x = 47 - 20 = 27$$

$\therefore$ 주자가 봉송한 구간의 거리 : 27km , 차량이 봉송한 구간의 거리 : 20km

20. 50 명의 학생이 수학시험을 보았다. 1 번 문제는 2 점, 2 번 문제는 3 점, 3 번 문제는 5 점으로 채점을 하였더니 평균이 2.6 점이었고, 1 번 문제의 배점은 그대로 하고, 2 번 문제를 5 점, 3 번 문제를 3 점으로 배점을 바꾸어 채점을 하였더니 평균이 3 점이였다. 1 번 문제를 맞힌 학생의 수가 3 번 문제를 맞힌 학생의 수의 6 배와 같을 때, 3 번 문제를 맞힌 학생 수를 구하면? (단, 각 학생은 한 문제씩만 맞힌 것으로 한다.) [배점 5, 중상]

① 5 명

② 10 명

③ 15 명

④ 20 명

⑤ 25 명

해설

1 번, 2 번, 3 번 문제를 맞힌 학생 수를 각각 x, y, z 라 하면

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 2.6 \times 50 & \dots \textcircled{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y + 3z = 3 \times 50 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6z & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 $\textcircled{3}$ 을 대입하면

$$\begin{cases} 3y + 17z = 130 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + 3z = 30 & \dots \textcircled{5} \end{cases}$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{5} \times 3 \text{ 하면 } 8z = 40$$

$$z = 5$$

$\therefore$ 3 번 문제를 맞힌 학생은 5명이다.

21. 2 개의 정수가 있다. 큰 수를 작은 수로 나누면 몫이 3 이고 나머지가 3 이다. 또, 작은 수에 35 를 더한 수를 큰 수로 나누었더니 몫이 2 이고 나머지가 4 이었다. 두 수의 합은? [배점 5, 중상]

① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

해설

두 정수를 각각 x, y 라고 하면

$$\begin{cases} x = 3y + 3 \\ y + 35 = 2x + 4 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 18, y = 5$ 이다.

$$\therefore 18 + 5 = 23$$

22. x, y 의 범위가 정수 전체의 집합이고, 일차방정식 $4x - y = 8$ 의 그래프 중에서 좌표평면 위의 두 점 $(p, 0), (0, q)$ 로 나타내어 질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: -6

해설

$4x - y = 8$ 에 $(p, 0)$ 을 대입하면

$$4p = 8, p = 2$$

$(0, q)$ 를 대입하면, $-q = 8, q = -8$

따라서 $p + q = -6$

23. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} -3x + y + 12z = 15 \\ 4x + 2y - 6z = -5 \\ x + 4y + 12z = 16 \end{cases}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $x = -2$

▶ 정답: $y = 3$

▶ 정답: $z = \frac{1}{2}$

해설

$$\begin{cases} -3x + y + 12z = 15 \cdots ① \\ 4x + 2y - 6z = -5 \cdots ② \\ x + 4y + 12z = 16 \cdots ③ \end{cases}$$

$$① + ② \times 2 \text{ 에서 } 5x + 5y = 5 \quad x + y = 1$$

$$① - ③ \text{ 에서 } -4x - 3y = -1 \\ 3x + 3y = 3$$

$$\begin{array}{r} +) -4x - 3y = -1 \\ -x \quad \quad = 2 \\ x \quad \quad = -2 \end{array}$$

$$\therefore x = -2, y = 3 \quad (-3) \times (-2) + 3 + 12z = 15$$

$$12z = 15 - 6 - 3$$

$$12z = 6, z = \frac{1}{2}$$

24. 속도의 비가 3 : 2 인 승용차와 오토바이가 S km 떨어진 도시 A, B 에서 서로 마주보고 동시에 출발하였다. 두 차량이 마주친 곳은 두 도시의 중간 지점에서 a km 떨어진 곳일 때, $\frac{S}{a}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

승용차의 속도를 x , 오토바이의 속도를 y 라 하면

$$3 : 2 = x : y, 2x = 3y \cdots \textcircled{㉠}$$

마주칠 때까지의 시간은

$$\frac{\frac{S}{2} + a}{x} = \frac{\frac{S}{2} - a}{y} \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $S = 10a$

$$\text{따라서 } \frac{S}{a} = \frac{10a}{a} = 10$$

25. 농도가 각각 4%, 5%, 6% 인 소금물이 모두 합해 100g 있다. 세 종류의 소금물을 모두 섞으면 4.9% 의 소금물이 되고, 4% 소금물과 6% 소금물을 섞으면 4.8% 의 소금물이 될 때, 세 종류 소금물의 무게를 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4% 소금물 : 30 g

▷ 정답 : 5% 소금물 : 50 g

▷ 정답 : 6% 소금물 : 20 g

해설

4%, 5%, 6% 인 소금물의 양을 각각 x g, y g, z g 이라 하면 각각의 소금물에 들어있는 소금의 양은 $0.04x$ g, $0.05y$ g, $0.06z$ g 이 된다.

$$x + y + z = 100 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$0.04x + 0.05y + 0.06z = 0.049(x + y + z),$$

$$9x - y - 11z = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$0.04x + 0.06z = 0.048(x + z),$$

$$2x - 3z = 0 \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 을 연립하여 풀면 } x - z = 10 \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉡}, \textcircled{㉢} \text{ 을 연립하여 풀면 } x = 30, z = 20$$

$$\text{따라서 } y = 50$$

$\therefore$ 4%, 5%, 6% 인 소금물의 양은 각각 30 g, 50 g, 20 g 이다.