

단원 종합 평가

1. 미지수가 2 개인 일차방정식 $\frac{2x+y+3}{4} = \frac{y-2(x+1)}{3}$ 의 한 해가 $x = k, y = 2$ 일 때, k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{15}{14}$

해설

$$\frac{2x+y+3}{4} = \frac{y-2(x+1)}{3}$$

양변에 12 를 곱하면

$$6x + 3y + 9 = 4y - 8(x + 1)$$

$$= 4y - 8x - 8$$

$(k, 2)$ 를 대입하면

$$6k + 6 + 9 = 8 - 8k - 8$$

$$6k + 8k = -15$$

$$14k = -15$$

$$\therefore k = -\frac{15}{14}$$

2. 자연수 x, y 에 대하여 $x + y = 5$ 의 해집합을 A , $4x + y = 11$ 의 해집합을 B 라 할 때, $A \cap B$ 의 원소의 개수는 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 1 개

해설

$A = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$, $B = \{(1, 7), (2, 3)\}$ 이다. 따라서 $A \cap B = \{(2, 3)\}$ 이므로 원소의 개수는 1 개이다.

3. 두 자연수 a, b 에 대하여 $a * b = a + 3b$ 라고 할 때, $2x * 3y = 4 * 7$ 의 해를 모두 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $x = 8$

▶ 정답: $y = 1$

해설

$a * b = a + 3b$ 이므로

$$2x * 3y = 2x + 3 \times 3y = 2x + 9y$$

$$4 * 7 = 4 + 3 \times 7 = 25$$

$2x + 9y = 25$ 를 만족하는 자연수 x, y 는 $x = 8, y = 1$

4. 다음 두 쌍의 연립방정식의 해가 서로 같을 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} x + 2y = 13 \\ ax - 8y = 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 7 \\ -x + by = 1 \end{cases}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$$\begin{cases} x + 2y = 13 \cdots ① \\ x - y = 7 \cdots ② \end{cases}$$

① + ② × 2 를 하면

$$x = 9, \quad y = 2$$

$ax - 8y = 11$ 에 점 (9, 2) 를 대입

$$9a - 16 = 11$$

$$9a = 27$$

$$\therefore a = 3$$

$-x + by = 1$ 에 점 (9, 2) 를 대입

$$-9 + 2b = 1$$

$$2b = 10$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore ab = 3 \times 5 = 15$$

5. 갑, 을 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 두 계단씩 올라가고, 진 사람은 한 계단씩 내려가기로 하였다. 그 결과 갑은 처음보다 18 개의 계단을 올라가 있고, 을은 처음 위치 그대로 있었다. 을이 이긴 횟수를 구하여라.(단, 비기는 경우는 이동하지 않는다.)

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6 회

해설

갑이 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 y 라 하면,
을이 이긴 횟수는 y , 진 횟수는 x 이다.

$$\begin{cases} 2x - y = 18 \\ 2y - x = 0 \end{cases}$$

연립해서 풀면 $x = 12, y = 6$ 이다.

6. 일차방정식 $px - 2y = 7$ 의 한 해가 (1, q) 이고, 또 다른 한 해가 (5, 4) 일 때, q 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

(5, 4)를 $px - 2y = 7$ 에 대입하면

$$5p - 8 = 7 \quad \therefore p = 3$$

$3x - 2y = 7$ 에 (1, q)를 대입하면

$$3 - 2q = 7 \quad \therefore q = -2$$

7. x, y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = -1 \\ bx - ay = 2 \end{cases}$ 의 해가 $(-1, 2)$ 일 때, a, b 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① $a = -\frac{4}{5}, b = -\frac{3}{5}$ ② $a = -\frac{3}{5}, b = -\frac{4}{5}$
 ③ $a = -\frac{4}{5}, b = \frac{3}{5}$ ④ $a = \frac{3}{5}, b = -\frac{4}{5}$
 ⑤ $a = \frac{4}{5}, b = \frac{3}{5}$

해설

$(-1, 2)$ 를 연립 방 정 식 에 대 입 하 면

$$\begin{cases} -a + 2b = -1 & \cdots (1) \\ -b - 2a = 2 & \cdots (2) \end{cases}$$

$(1) + (2) \times 2$ 하면 $-5a = 3$

$a = -\frac{3}{5} \cdots (4)$

(4) 를 (2) 에 대입하면 $-b + \frac{6}{5} = 2$

4

$b = -\frac{4}{5} \therefore a = -\frac{3}{5}, b = -\frac{4}{5}$

8. 우유에는 단백질이 30%, 지방이 10% 들어 있고, 계란에는 단백질이 20%, 지방이 20% 들어 있다. 두 종류의 식품을 먹어 단백질 70g, 지방 30g 을 섭취하려면 우유와 계란을 각각 몇 g 씩 섭취해야 하는가?

[배점 4, 중중]

- ① 우유 100g, 계란 50g
 ② 우유 100g, 계란 100g
 ③ 우유 200g, 계란 50g
 ④ 우유 200g, 계란 100g
 ⑤ 우유 200g, 계란 250g

해설

우유와 계란의 양을 각각 xg, yg 이라 할 때

$$\begin{cases} \frac{30}{100}x + \frac{20}{100}y = 70 \\ \frac{10}{100}x + \frac{20}{100}y = 30 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 700 \\ x + 2y = 300 \end{cases}$$

에서

방정식을 풀면 $x = 200, y = 50$ 이다.

9. x, y 두 정수의 합은 60 이고, x 의 5 할과 y 의 4 할의 합은 27 이다. x 를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ \frac{5}{10}x + \frac{4}{10}y = 27 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 30, y = 30$ 이다.

10. A, B 두 사람은 6km 떨어진 곳에 살고 있다. 두 사람이 만나기 위해 A는 1분에 400m의 속력으로, B는 1분에 200m의 속력으로 동시에 출발하였다. 도중에 두 사람이 만났을 때 A는 B보다 몇 km 더 이동했는지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2km

해설

A, B의 속도는 2:1의 비율이다.
따라서 두 사람이 만났을 때
B는 전체 거리에서 $\frac{1}{3}$ 비율만큼 이동했을 것이다.
 $\therefore 6 \times \frac{1}{3} = 2$
따라서 A는 4km, B는 2km 이동했다.

11. 다음 연립방정식 중 해집합이 공집합인 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\begin{cases} 6x + 2y = 10 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$
② $\begin{cases} x - 3y = 9 \\ 4x - 12y = 36 \end{cases}$
③ $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 3x - 9y = 17 \end{cases}$
④ $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 12x - 6y = 18 \end{cases}$
⑤ $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 4x - 2(2y - x) + 3 = 5 \end{cases}$

해설

해가 없는 것을 찾는다.

③ $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 3x - 9y = 17 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 3x - 9y = 12 \\ 3x - 9y = 17 \end{cases}$ 이
므로 해가 없다.

12. 직선 $ax + by = 1$ 이 두 직선 $2x - y = 5$, $x + 2y = 5$ 의 교점을 지나고 있다. 이때, a 를 b 에 관한 식으로 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

① $a = 1 - 3b$

② $a = 1 + 3b$

③ $a = \frac{1-b}{3}$

④ $a = \frac{1+b}{3}$

⑤ $a = \frac{1-5b}{5}$

해설

$$\begin{cases} 2x - y = 5 & \cdots (1) \\ x + 2y = 5 & \cdots (2) \end{cases} \text{에서 } (1) \times 2 + (2) \text{를 하면}$$

$$5x = 15$$

따라서 $x = 3$, $y = 1$

$ax + by = 1$ 에 교점 (3, 1)을 대입하면

$$3a + b = 1$$

$$\therefore a = \frac{1-b}{3}$$

13. 다음 네 개의 직선이 한 점에서 만날 때, 직선 $y = ax + b$ 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

$$\begin{aligned} 6x - y &= 4, & -2ax + by &= 10, & bx - (3 + a)y &= \\ & & & & 1, & 7x - 2y = 3 \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$6x - y = 4$, $7x - 2y = 3$ 을 연립하여 풀면 $x = 1$, $y = 2$ 가 나온다.

따라서 네 직선의 교점은 (1, 2) 이므로 나머지 두 직선에 (1, 2) 를 대입하여 풀면 $a = -2$, $b = 3$ 이 나온다.

직선 $y = -2x + 3$ 의 x 절편은 $\frac{3}{2}$, y 절편은 3 이므로 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는 $\frac{3}{2} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$ 이다.

14. 연립방정식 $\begin{cases} 4x - y = 10k \\ 6x - y = -10 \end{cases}$ 의 해를 구하였더니 x 의 값은 y 의 값에 10 을 더한 것의 $\frac{1}{2}$ 이었다. 이때, k 의 값은? [배점 5, 중상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

연립방정식 $\begin{cases} 6x - y = -10 \\ x = \frac{1}{2}(y + 10) \end{cases}$ 을 연립하면 $x = -5$, $y = -20$

$x = -5$, $y = -20$ 을 $4x - y = 10k$ 에 대입하면 $-20 + 20 = 10k$

$\therefore k = 0$

15. 두 개의 컵 A, B 에 각각 $a\%$ 의 소금물 1000g, $b\%$ 의 소금물 600g 이 들어 있다. A 의 소금물의 20% 를 B 에 넣어 잘 섞은 후, B 의 소금물의 50% 를 A 에 넣고 잘 섞었다. 그 결과 A 는 12% , B 는 8% 의 소금물이 되었다. 이 때, $2a - b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① 22 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 28

해설

i) A 의 소금물의 20% 를 B 에 섞은 후

A 의 소금물 : 800(g)

소금 : $800 \times \frac{a}{100} = 8a(g)$

B 의 소금물 : 800(g)

소금 : $600 \times \frac{b}{100} + 200 \times \frac{a}{100} = 6b + 2a(g)$

ii) B 의 소금물의 50% 를 A 에 섞은 후

A 의 소금물 : $800 + 400 = 1200(g)$

소금 : $8a + \frac{6b + 2a}{2} = 9a + 3b(g)$

B 의 소금물 : 400(g)

소금 : $\frac{2a + 6b}{2} = a + 3b(g)$

따라서 A 의 농도는 $\frac{9a + 3b}{1200} \times 100 = 12(\%)$

B 의 농도는 $\frac{a + 3b}{400} \times 100 = 8(\%)$

$$\begin{cases} 3a + b = 48 \\ a + 3b = 32 \end{cases}$$

$-8b = -48 \therefore b = 6$

$a + 18 = 32 \therefore a = 14$

$\therefore 2a - b = 28 - 6 = 22$

16. 수연이는 집에서 출발하여 5km 떨어진 친구네 집에 가는 데, 자전거를 타고 시속 12km 로 달리다가 도중에 시속 4km 로 걸어서 35분만에 도착하였다. 수연이가 걸어서 간 거리를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1 km

해설

걸어간 거리 : x km

자전거를 탄 거리 : y km

$$\begin{cases} x + y = 5 \cdots \textcircled{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{12} = \frac{35}{60} \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 12 : 3x + y = 7 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} - \textcircled{1} : 2x = 2, \quad x = 1(\text{km})$$

$$y = 4(\text{km})$$

17. 3 년 전 아버지의 나이는 현선의 나이의 4 배였는데 1 년 후에는 아버지의 나이가 현선의 나이의 3 배보다 1 살이 많아진다고 한다. 현재 아버지와 현선의 나이의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 51 세

해설

현재 아버지의 나이를 x 세 , 현선의 나이를 y 세라 하면

$$\begin{cases} x - 3 = 4(y - 3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 1 = 3(y + 1) + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4y - 9 \cdots (1) \\ x = 3y + 3 \cdots (2) \end{cases}$$

(1)을 (2)에 대입하면

$$4y - 9 = 3y + 3$$

$$y = 12, \quad x = 3y + 3 = 39$$

따라서 현재 아버지의 나이와 현선의 나이의 합은 $39 + 12 = 51$ 이다.

18. 다음 중에서 미지수가 2 개인 일차방정식을 찾으려면? [배점 5, 상하]

① $3 + y = 5$

② $x^2 - y + 3 = 0$

③ $x + 2y = 4 + x$

④ $x = 3 - y$

⑤ $2x + y = x + y - 3$

해설

④ $x = 3 - y, \therefore x + y - 3 = 0$

19. 미지수가 x, y 인 일차방정식 $ax - y = -5$ 의 한 해가 $(2, -1)$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -3

해설

$x = 2, y = -1$ 을 대입하면 $2a + 1 = -5, a = -3$ 이다.

20. 집합 $A = \{(x, y) \mid 3x + y = 19, x, y \text{는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A)$ 를 구하면? [배점 5, 상하]

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

자연수 x, y 에 대하여 $3x + y = 19$ 를 만족하는 순서쌍은
 $(1, 16), (2, 13), (3, 10), (4, 7), (5, 4), (6, 1)$
 이므로 6 개이다.

21. 다음 중에서 한 점 $(2, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식을 모두 고르면?(정답 2 개) [배점 5, 상하]

- ① $x + 4y = 6$ ② $3x - 2y - 8 = 0$
 ③ $5y + 4x - 6 = 0$ ④ $-2x - 7y = -11$
 ⑤ $-4y = -3x + 10$

해설

② $3x - 2y - 8 = 0$ 에 $(2, -1)$ 을 대입한다.
 $3(2) - 2(-1) - 8 = 6 + 2 - 8 = 0$ 성립한다.
 ⑤ $-4y = -3x + 10$ 에 $(2, -1)$ 을 대입한다.
 $-4(-1) = -3(2) + 10$ 성립한다.

22. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x + ay = 3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않을 때, a 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

해를 갖지 않으려면 $\frac{2}{4} = -\frac{1}{a} \neq \frac{1}{3}$ 이어야 한다.
 따라서 $a = -2$ 이다.

23. 집합 $A = \{(x, y) \mid \frac{1}{2}x + y = 6, x, y \text{는 자연수}\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$A = \{(2, 5), (4, 4), (6, 3), (8, 2), (10, 1)\}$ 이므로
 $n(A) = 5$

24. 매일 같은 양의 물이 유입되는 정수기가 있다. 이 정수기 2 대를 9 명이 있는 사무실에 가져다 놓으면 16 일만에 물이 다 떨어지고, 정수기 3 대를 18 명이 있는 사무실에 가져다 놓으면 10 일만에 물이 다 떨어진다. 정수기 한 대에 원래 들어있던 물의 양은 모두 같고, 한 사람이 하루에 소비하는 물의 양도 모두 같다고 할 때, 정수기 5 대를 35 명이 있는 사무실에 가져다 놓았을 때, 정수기의 물이 다 떨어지는 데 걸리는 날 수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 8 일

해설

원래 정수기에 있던 물의 양을 a , 하루에 새로 유입되는 물의 양을 b , 한 사람이 하루에 소비하는 물의 양을 c 라 하자.

정수기가 2 대일 때, 9 명이 16 일만에 물을 다 소비하므로

$$2a + 2 \times 16 \times b = 9 \times 16 \times c$$

$$\therefore a + 16b = 72c \cdots \textcircled{A}$$

정수기가 3 대일 때, 18 명이 10 일만에 물을 다 소비하므로

$$3a + 3 \times 10 \times b = 18 \times 10 \times c$$

$$\therefore a + 10b = 60c \cdots \textcircled{B}$$

정수기가 5 대일 때, 35 명이 x 일만에 물을 다 소비한다고 하면

$$5a + 5 \times x \times b = 35 \times x \times c$$

$$\therefore a + bx = 7cx \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{A} - \textcircled{B} \text{ 에서 } 6b = 12c \quad \therefore b = 2c$$

$$b = 2c \text{ 를 } \textcircled{B} \text{ 에 대입하면 } a = 40c$$

$$a = 40c, b = 2c \text{ 를 } \textcircled{C} \text{ 에 대입하면 } x = 8$$

따라서 8 일이 걸린다.

25. 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 3cm, 4cm 이고, 높이가 12cm 인 직육면체 위의 한 점 A 에서 가장 먼 점 B 까지의 직선거리는 13cm 이다. 점 P 는 점 A 에서 출발하여 2cm/s 의 속도로 대각선 AB 를 왕복하고, 점 Q 는 2cm/s 의 속도로 점 A 에서 출발하여 모서리를 따라 최단거리로 점 B 까지 간 후, 다시 최단거리로 되돌아오기를 반복한다. 두 점이 처음으로 점 B 에서 만나는 것은 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 123.5 초 후

해설

점 P 는 13cm 의 거리를 2cm/s 의 속도로 왕복하고

점 Q 는 $3 + 4 + 12 = 19\text{cm}$ 의 거리를 2cm/s 의 속도로 왕복하므로

점 B 에서 만나려면 점 P 와 점 Q 가 이동한 거리가 13 과 19 의 공배수이어야 한다.

따라서 점 B 에서 처음 만날 때까지 점 P 와 점 Q 가 이동한 거리는 13 과 19 의 최소공배수인 247cm 이다.

점 P 와 점 Q 의 속도는 2cm/s 로 동일하므로

$$\therefore (\text{시간}) = \frac{247}{2} = 123.5 \text{ 초 후이다.}$$