

단원 종합 평가

1. 두 집합 A, B 가 $A = \{(x, y) | x + y = 9, x, y \text{는 자연수}\}$,
 $B = \{(x, y) | 2x + y = 11, x, y \text{는 자연수}\}$ 일 때,
 $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

집합 A 의 x, y 값을 표로 나타내면

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	8	7	6	5	4	3	2	1

이고, 집합 B 의 x, y 값을 표로 나타내면

x	1	2	3	4	5	6
y	9	7	5	3	1	-1

이다. 따라서 x, y 값이 자연수인 순서쌍의 개수를 구하면

$n(A) = 8, n(B) = 5$ 이므로 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.

2. $A = \{(x, y) | 2(0.1x - 0.2y) = 1\}$, $B = \{(x, y) | \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 4\}$ 일 때, $A \cap B$ 의 원소를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: (9, 2)

해설

A 식의 양변에 10 을 곱한다.

$$20(0.1x - 0.2y) = 10$$

$$2x - 4y = 10 \cdots \textcircled{1}$$

B 식의 양변에 6 을 곱한다.

$$2x + 3y = 24 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 하면 } -7y = -14$$

$$\therefore x = 9, y = 2$$

3. 일정한 속력으로 달리고 있는 기차가 길이 1500m 인 철교를 지나는 데에는 1 분 30 초가 걸렸고, 길이가 3000m 인 터널을 통과하는데 2 분이 걸렸다. 이 기차의 분속을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3000 m/min

해설

기차의 길이 x m, 기차의 속력 y m/분이

$$\text{라 하면 } \begin{cases} 1500 + x = \frac{3}{2}y \cdots \textcircled{1} \\ 3000 + x = 2y \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad \textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 을 하}$$

$$\text{면 } 1500 = \frac{1}{2}y \quad y = 3000$$

$\therefore$ 기차의 속력은 3000m/분

4. 문구점에서 600 원짜리 볼펜과 500 원짜리 연필을 합하여 13 자루 사고 7000 원을 지불하였다. 각각 몇 개씩 샀는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 볼펜 = 5 자루

▷ 정답: 연필 = 8 자루

해설

볼펜을 x , 연필을 y 라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 600x + 500y = 7000 \end{cases}$$

두 식을 연립하여 풀면 $x = 5, y = 8$ 이다.

5. 미지수가 2개인 일차방정식 $3x + y = 15$ 의 그래프가 좌표평면에서 지나지 않는 사분면을 구하여라.

[배점 4, 중중]

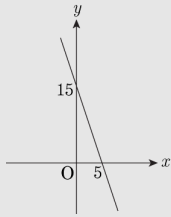
▶ 답 :

▶ 정답 : 제 3 사분면

해설

$3x + y = 15$ 를 만족하는 순서쌍은 $\dots, (0, 15), (5, 0), \dots$ 이 있다.

그래프를 그리면 다음 그림과 같이 나타난다.



6. 다음 일차방정식 중에서 순서쌍 $(2, -1)$ 이 해가 되는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $5x - 2y = 8$ ② $3x - 2y = 8$
 ③ $4x - y = 8$ ④ $2x + 3y = 8$
 ⑤ $-2x - 4y = 8$

해설

② $x = 2, y = -1$ 을 대입하면 $6 + 2 = 8$ 이다.

7. 두 집합 A, B 에서 $A = \{(x, y) \mid 4x + y = 13, x, y \text{는 자연수}\}$, $B = \{(x, y) \mid 4x - y = 3, x, y \text{는 자연수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① $\{(1, 3)\}$ ② $\{(2, 5)\}$ ③ $\{(3, 1)\}$
 ④ $\{(4, 13)\}$ ⑤ $\{(5, 2)\}$

해설

$4x + y = 13$ 과 $4x - y = 3$ 을 모두 만족하는 (x, y) 를 구한다.

8. 다음 연립방정식을 풀면?

$$\begin{cases} y - 2x = 3(y - x) - 6 \\ 2(x + y) = y - 2 \end{cases}$$

[배점 4, 중중]

- ① $x = \frac{8}{3}, y = \frac{13}{3}$ ② $x = 2, y = -2$
 ③ $x = -\frac{2}{3}, y = \frac{8}{3}$ ④ $x = -\frac{8}{3}, y = -\frac{13}{3}$
 ⑤ $x = -2, y = 2$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} x - 2y = -6 \quad \dots \textcircled{1} \\ 2x + y = -2 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} \times 2$ 를 하면 $5x = -10 \therefore x = -2$

$x = -2$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $-4 + y = -2 \therefore y = 2$

9. 어떤 농장에서 돼지와 닭을 합하여 총 20 마리를 사육하고 있다. 돼지의 다리와 닭의 다리 수를 합하면 모두 58 개라고 한다. 돼지와 닭은 각각 몇 마리씩인가?

[배점 4, 중중]

- ① 돼지 : 7 마리, 닭 : 13 마리
 ② 돼지 : 8 마리, 닭 : 12 마리
 ③ 돼지 : 9 마리, 닭 : 11 마리
 ④ 돼지 : 10 마리, 닭 : 10 마리
 ⑤ 돼지 : 11 마리, 닭 : 9 마리

해설

돼지를 x 마리, 닭을 y 마리라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 9$, $y = 11$ 이다.

10. 일차방정식 $3x - 2y = 10$ 의 그래프가 두 점 A (p , 1), B (3, q) 를 지날 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

$$\begin{aligned} \text{㉠ } 3p - 2 &= 0 & \text{㉡ } 9 - 2q &= 10 \\ \text{㉢ } p + 8q &= 0 & \text{㉣ } 2(p - q) &= 7 \\ \text{㉤ } (p - \frac{1}{2}q) &= 17 \end{aligned}$$

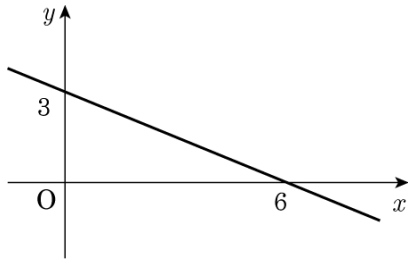
[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉣
 ③ ㉠, ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

$3x - 2y = 10$ 에 A(p , 1) 을 대입하면 $3p - 2 = 10$
 $3x - 2y = 10$ 에 B (3, q) 를 대입하면 $9 - 2q = 10$
 따라서, $p = 4$, $q = -\frac{1}{2}$ 임을 알 수 있고,
 이것을 각각 대입하면 ㉠ $3p - 2 = 10$, ㉡ $2(p - q) = 9$,
 ㉢ $p + 8q = \frac{17}{2}$, ㉣ $p - \frac{1}{2}q = \frac{17}{4}$

11. 다음 그림은 일차방정식 $ax - by + 6 = 0$ 의 그래프이다. 순서쌍 $(4, m), (n, 2)$ 가 이 일차방정식의 해의 일부일 때, $m - n$ 의 값은?



[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

x 절편과 y 절편을 대입하여 a, b 의 값을 찾는다.
 $(0, 3)$ 을 대입하면, $b = 2$ 이고, $(6, 0)$ 을 대입하면 $a = -1$ 이다.

따라서 주어진 식은 $-x - 2y + 6 = 0$ 이고, 여기에
 $(4, m)$ 을 대입하면 $m = 1$ 이고,
 $(n, 2)$ 를 대입하면 $n = 2$ 가 된다.
 $\therefore m - n = 1 - 2 = -1$

12. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases}$ 의 해가 $x = a$,
 $y = b$ 일 때, ab 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases}$ 을 정리하면
 $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ 이므로
 $3y = 3, y = 1, x = 1$ 이다.
따라서 $ab = 1$ 이다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2y = 4 & \dots \textcircled{1} \\ x - 4y = 2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$ 에서 y 를 소거하
여 풀 때, 필요한 식은? [배점 5, 중상]

- ① $\textcircled{1} + \textcircled{2} \times 3$ ② $\textcircled{1} + \textcircled{2} \times 2$
③ $\textcircled{2} \times 4 - \textcircled{1} \times 3$ ④ $\textcircled{2} \times 2 + \textcircled{1} + \textcircled{2}$
⑤ $\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2}$

해설

y 를 소거하기 위해서 식 $\textcircled{1}$ 에 2를 곱하여 y 계수
의 절댓값을 4로 같게 만들어 준다.
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 의 y 계수의 부호가 다르므로 두 식을 더
하여 소거한다.

14. 그릇에 농도가 다른 두 소금물 A, B가 있다. A 소금물 100g과 B 소금물 200g을 섞으면 농도가 20%의 소금물이 되고, A 소금물 300g과 B 소금물 100g을 섞으면 25%의 소금물이 되었을 때, A 소금물과 B 소금물의 농도를 각각 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28% , 16%

해설

소금물 A의 농도를 $x\%$, 소금물 B의 농도를 $y\%$ 라고 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{20}{100} \times 300 \\ \frac{x}{100} \times 300 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{25}{100} \times 400 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y = 60 \cdots \textcircled{1} \\ 3x + y = 100 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $x = 28$, $y = 16$ 이다.

15. C 회사의 A 상품과 B 상품의 한 개당 원가는 각각 800 원, 500 원이다. A 상품은 원가의 70%, B 상품은 원가의 80%의 이익이 생긴다고 할 때, A와 B 상품을 합하여 1200 개를 팔았더니 60 만 원의 이익이 생겼다. A, B 상품을 몇 개 팔았는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : A 상품 750 개

▷ 정답 : B 상품 450 개

해설

A 상품의 개수를 x 개, B 상품의 개수를 y 개라고 하자.

A 상품은 한 개당 70%의 이익이 남으므로 $800 \times \frac{70}{100} = 560$ (원)이고,

B 상품은 한 개당 80%의 이익이 남으므로 $500 \times \frac{80}{100} = 400$ (원)이다.

A와 B를 합하여 1200 개를 팔아서 60만원의 이익이 생겼다고 했으므로,

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ 560x + 400y = 600000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 1200 \cdots \textcircled{1} \\ 56x + 40y = 60000 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times 40$ 을 하면 하면 $x = 750$ 이다.

x 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $y = 450$ 이다.

따라서, A 상품 750 개, B 상품 450 개를 팔았다.

16. 다음 중 일차방정식 $\frac{1}{3}x - \frac{3}{4}y + 2 = 0$ 의 해가 아닌 것은? [배점 5, 상하]

① $(-6, 0)$ ② $(3, 4)$ ③ $(0, 8)$

④ $(-3, \frac{4}{3})$ ⑤ $(6, \frac{16}{3})$

해설

$x = 0, y = 8$ 일 때

$\frac{1}{3} \times 0 - \frac{3}{4} \times 8 + 2 \neq 0$ 이므로 해가 아니다.

17. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \frac{6}{x+y} - \frac{1}{z+y} = 1 \\ \frac{x+y}{4} + \frac{z+y}{2} = 2 \\ \frac{y+z}{4} + \frac{x+z}{3} = -3 \end{cases} \quad [\text{배점 5, 상하}]$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{1}{2}$

▷ 정답: $y = \frac{5}{2}$

▷ 정답: $z = -\frac{3}{2}$

해설

$\frac{1}{x+y} = A, \frac{1}{y+z} = B, \frac{1}{z+x} = C$ 라 하면
 $6A - B = 1$

$4B + 2C = 2$

$4C + 3A = -3$

연립방정식을 풀면, $A = \frac{1}{3}, B = 1, C = -1$, 따라서

$\frac{1}{x+y} = \frac{1}{3}, \frac{1}{y+z} = 1, \frac{1}{z+x} = -1$ 이므로
 $x+y=3, y+z=1, z+x=-1$

$x+y+z = \frac{3}{2}$

$\therefore x = \frac{1}{2}, y = \frac{5}{2}, z = -\frac{3}{2}$

18. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=7 \\ bx-ay=-1 \end{cases}$ 에서 a, b 를 잘못 보고 바꾸어 놓고 풀었더니 $x=-1, y=2$ 를 얻었다. 처음 주어진 연립방정식을 풀어라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{11}{5}$

▷ 정답: $y = -\frac{2}{5}$

해설

잘못된 식에 x, y 값을 대입하면

$$\begin{cases} bx+ay=7 \\ ax-by=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a-b=7 & \dots ① \\ -a-2b=-1 & \dots ② \end{cases}$$

① + ② $\times 2$ 하면 $a=3, b=-1$

$$\begin{cases} ax+by=7 \\ bx-ay=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-y=7 & \dots ③ \\ -x-3y=-1 & \dots ④ \end{cases}$$

③ + ④ $\times 3$ 하면, $x = \frac{11}{5}, y = -\frac{2}{5}$

19. $y = \frac{2}{5}$ 일 때, $(x+8) : (-y-4x+2) : (y+x-m) = 6:4:3$ 이다. 상수 m 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$(x+8) : (-y-4x+2) : (y+x-m) = 6:4:3$
에서
 $\frac{x+8}{6} = \frac{-y-4x+2}{4} = \frac{y+x-m}{3}$, 각 변에 12
를 곱하여 식을 간단히 하면

$$2(x+8) = 3(-y-4x+2) = 4(y+x-m)$$

$$2(x+8) = 3(-y-4x+2) \text{에서 } 14x+3y = -10 \dots \textcircled{1}$$

$$3(-y-4x+2) = 4(y+x-m) \text{에서 } 16x+7y = 4m+6 \dots \textcircled{2}$$

$$y = \frac{2}{5} \text{ 이므로 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } x = -\frac{4}{5}$$

$$\text{따라서 } x = -\frac{4}{5}, y = \frac{2}{5} \text{ 를 } \textcircled{2} \text{에 대입하면}$$

$$m = -4$$

20. 서로 다른 농도의 소금물 A, B 가 100g 씩 있다. A 의 절반을 B 에 넣고 잘 섞은 후, 다시 B 의 절반을 A 로 옮겨 섞었더니 A 는 9% 의 소금물, B 는 6% 의 소금물이 되었다. 처음 두 소금물 A, B 의 농도를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : A = 13.5 %

▷ 정답 : B = 2.25 %

해설

소금물 A, B 의 농도를 각각 $a\%$, $b\%$ 라 하면

A 의 절반을 B 에 섞었을 때

$$A : (\text{소금물의 양}) = 50\text{g}$$

$$(\text{소금의 양}) = 50 \times \frac{a}{100} = \frac{a}{2} \text{ (g)}$$

$$B : (\text{소금물의 양}) = 150\text{g}$$

$$(\text{소금의 양}) = \frac{a}{2} + 100 \times \frac{b}{100} = \frac{a}{2} + b \text{ (g)}$$

다시 B 의 절반을 A 에 섞었을 때

$$A : (\text{소금물의 양}) = 50 + 75 = 125 \text{ (g)}$$

$$(\text{소금의 양}) = \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + b \right) = \frac{3}{4}a + \frac{1}{2}b \text{ (g)}$$

$$(\text{농도}) = \frac{\frac{3}{4}a + \frac{1}{2}b}{125} \times 100 = 9$$

$$\therefore 3a + 2b = 45 \dots \textcircled{1}$$

$$B : (\text{소금물의 양}) = 75\text{g}$$

$$(\text{소금의 양}) = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + b \right) = \frac{a}{4} + \frac{b}{2} \text{ (g)}$$

$$(\text{농도}) = \frac{\frac{a}{4} + \frac{b}{2}}{75} \times 100 = 6$$

$$\therefore a + 2b = 18 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a = \frac{27}{2} = 13.5 \text{ (%), } b = \frac{9}{4} = 2.25 \text{ (%)}$$

21. 매 시간마다 일정한 양의 물이 빠져 나가는 물탱크가 있다. 이 물탱크에 작업능률이 같은 두 사람이 물을 가득 채우는 데 4 시간이 걸리고, 세 명이 물을 가득 채우는 데는 2 시간 30 분이 걸린다. 만약 작업능률이 같은 7 명이 물을 채운다면 얼마 만에 물탱크를 가득 채울 수 있는지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1 시간

해설

1 시간마다 채워 넣는 물의 양을 a , 1 시간마다 빠져나가는 물의 양을 b 라 하면

물탱크를 가득 채웠을 때의 물의 양은

$$2 \times 4a - 4b = 3 \times 2.5a - 2.5b$$

$$a = 3b \text{ 이므로 물탱크의 크기는 } 20b$$

작업능률이 같은 7 명이 물을 가득 채워 넣을 때 걸리는 시간을 t 라 하면

$$7 \times ta - tb = 20b$$

$$t(7a - b) = 20b$$

$a = 3b$ 를 대입하면

$$t = \frac{20b}{7a - b} = \frac{20b}{20b} = 1 \text{ (시간)}$$

22. 직선 $x - ay - 1 = 0$ 이 세 점 $(-3, -2)$, $(5, b)$, $(c, -4)$ 를 지날 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$(-3, -2)$ 를 $x - ay - 1 = 0$ 에 대입하면,

$$-3 + 2a - 1 = 0, a = 2$$

$(5, b)$ 를 $x - 2y - 1 = 0$ 에 대입하면,

$$5 - 2b - 1 = 0, b = 2$$

$(c, -4)$ 를 $x - 2y - 1 = 0$ 에 대입하면,

$$c + 8 - 1 = 0, c = -7$$

$$\therefore a - b + c = 2 - 2 - 7 = -7$$

23. 집합 $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{2}x + y = 6, x, y \text{ 는 자연수} \right\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$A = \{(2, 5), (4, 4), (6, 3), (8, 2), (10, 1)\} \text{ 이므로}$$

$$n(A) = 5$$

24. 자연수 a, b 에 대하여 x, y, z 에 대한 연립방정식 $\frac{x+y}{a} = \frac{x+2y}{3b} = -\frac{x}{2ab} = z$ 가 무수히 많은 해 집합을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x+y}{a} = \frac{x+2y}{3b} = -\frac{x}{2ab} = z$$

$$x + y - az = 0 \dots \textcircled{1}$$

$$x + 2y - 3bz = 0 \dots \textcircled{2}$$

$$x + 2abz = 0 \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{3}$ 에서 $x = -2abz$ 이므로 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-2abz + y - az = 0$$

$$y = (2ab + a)z \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{2}$ 에 $\textcircled{3}, \textcircled{4}$ 을 대입하면 $(2ab + 2a - 3b)z = 0$

그런데 $z \neq 0$ 이므로

$$2ab + 2a - 3b = 0, 2a(b + 1) = 3b$$

$$2a = \frac{3b}{b+1} = 3 - \frac{3}{b+1}$$

이때, a, b 는 자연수이므로 $b+1 = 3, a = 1, b = 2$

따라서 $a + b = 3$

25. 어느 극장에서 영화 A, B 를 연속으로 상영하였다. 영화 A 의 관람 요금은 8000 원, 영화 B 의 관람 요금은 9000 원, 영화 A, B 를 함께 보는 관람 요금은 15000 원이고, 처음에 입장한 관객 수는 57 명, 마지막에 나온 관객수는 51 명이였다. 이 날 이 연속 상영 관람의 매출액이 829000 원일 때, 영화 A 만 관람한 관객 수와 영화 B 만 관람한 관객 수를 각각 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : A : 14 명

▷ 정답 : B : 8 명

해설

영화 A 만 관람한 관객을 x , 영화 B 만 관람한 관객을 y 명이라 하면

$$57 - x + y = 51, x - y = 6$$

$$15000(57 - x) + 8000x + 9000y = 829000, 7x - 9y = 26$$

두 식을 연립하여 풀면 $x = 14, y = 8$

따라서 영화 A 만 관람한 관객은 14 명, 영화 B 만 관람한 관객은 8 명이다.